Matematika 2

untuk SMP/MTs Kelas VIII

Marsigit
Elly Erliani
Atmini Dhoruri
Sugiman

PUSAT KURIKULUM DAN PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional

Matematika 2

untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis	Dr. Marsigit, M.A. Dra. Elly Erliani, M.S. Dra. Atmini Dhoruri, M.S. Drs. Sugiman, M.S.
Editor	Trija Fayeldi, S.Si
Desain Isi	Riyono Farissa Hidayana S
Desain Sampul	M. Nurhadi
Ukuran buku	17,6 x 25 cm

Marsigit
Matematika 2 / penulis, Marsigit...[et al] ; editor, Trija Fayeldi. -- Jakarta :
Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Kementerian Pendidikan Nasional, 2011.
2 jil.: ilus.; foto ; 25 cm.

untuk SMP/MTs Kelas VIII
Termasuk bibliografi
Indeks
ISBN 978-979-095-661-2 (No. Jil Lengkap)
ISBN 978-979-095-664-3 (Jil. 2.2)

1. Matematika--Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Marsigit III. Trija Fayeldi
510.07

Hak Cipta Buku ini dibeli oleh Kementerian Pendidikan Nasional
dari Penerbit PT. Quadra Inti Solusi

Diterbitkan oleh Pusat Kurikulum danPerbukuan Kementerian
Pendidikan Nasionaltahun 2011

Bebas digandakan sejak November 2010 s.d. November 2025

Diperbanyak oleh ....

Kata Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Kementerian Pendidikan Nasional, sejak tahun 2007, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008 tanggal 11 Desember 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*download*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri sehingga dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juni 2011

Kepala Pusat Kurikulum dan Perbukuan

Daftar Isi

Sajian Isi Buku

Buku ini merupakan buku matematika dengan nuansa baru, namun tetap sesuai dengan kurikulum yang berlaku. Paparan pada buku ini terbagi sebagai berikut.

1. **Apersepsi Awal Bab**
   Bagian ini berisi gambaran mengenai materi yang akan dibahas melalui wacana kontekstual yang dilengkapi dengan gambar penunjang. Selain itu, terdapat pula tujuan pembelajaran yang harus dicapai oleh peserta didik pada bab tersebut.

2. **Peta Konsep dan Kata Kunci**
   Pada bagian ini, peserta didik akan diberikan gambaran pembagian bab secara sistematis dalam bentuk diagram. Setelah itu, peserta didik akan dikenalkan pada istilah-istilah matematika yang akan ditemukan pada bab tersebut. Penjelasan setiap istilah dapat dilihat pada Glosarium di akhir buku.

3. **Uji Prasyarat Matematika**
   Sebelum mempelajari suatu bab, ada baiknya peserta didik mengerjakan beberapa soal yang merupakan prasyarat untuk mempelajari bab tersebut.

4. **Paparan Materi**
   Materi pada buku ini dipaparkan secara jelas, runtut, dan komunikatif sehingga memudahkan peserta didik untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan.

5. **Ingat Kembali**
   Berisi hal-hal penting pada materi-materi sebelumnya yang akan digunakan kembali pada pembahasan saat ini.

5. **Contoh Soal**
   Bagian ini berisi contoh-contoh soal berkaitan dengan materi yang telah dipelajari sebelumnya.

6. **Latihan**
   Bagian ini merupakan sarana bagi peserta didik untuk menguji kemampuannya setelah mempelajari suatu bahasan pada bab tersebut. Soal-soal diberikan secara bertahap dengan tingkat kesulitan yang semakin besar.

7. **Eksplorasi**
   Pada bagian ini, peserta didik diajak untuk memahami suatu materi melalui kegiatan terbimbing.

8. **Info Matematika**
   Bagian ini berisi artikel matematika yang berhubungan dengan materi yang telah dipelajari.

9. **Rangkuman**
   Bagian ini berisi uraian singkat tentang materi yang telah dipelajari oleh peserta didik pada bab tersebut.

10. **Evaluasi dan Tugas Proyek**
    Evaluasi merupakan media bagi peserta didik untuk menguji kemampuannya setelah mempelajari satu atau beberapa materi. Evaluasi terdiri atas soal akhir bab, evaluasi 1 dan 2, tugas proyek 1 dan 2, serta evaluasi akhir.

11. **Daftar Simbol dan Glosarium**
    Apabila mengalami kesulitan untuk mengenali simbol ataupun istilah matematika yang digunakan pada suatu bab, peserta didik dapat mencari pengertian simbol atau istilah tersebut melalui daftar simbol dan glosarium yang ada di akhir buku.

12. **Indeks**
    Bagian ini berisi kata-kata penting yang terdapat pada buku ini beserta halaman kemunculannya.

Misalnya, kamu memiliki sebidang tanah. Kemudian, kamu ingin membagi tanah tersebut menjadi beberapa bagian. Sebagian untuk ditanami singkong, sebagian untuk ditanami jagung, dan sebagian lagi untuk dijadikan taman. Bagaimanakah cara membaginya? Kamu dapat menggunakan faktorisasi suku aljabar untuk membagi tanahmu tersebut.

Sumber: *www.usep.edu.ph*

Sumber: *www.p.vtourist.com*

Bab I

Faktorisasi Suku Aljabar

Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. memahami pengertian bentuk aljabar,
b. melakukan berbagai operasi pada bentuk aljabar, dan
c. menguraikan berbagai bentuk aljabar ke dalam faktor-faktornya.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini?

A. Pengertian Bentuk Aljabar
B. Pemfaktoran Suku Aljabar
C. Operasi Pecahan pada Bentuk Aljabar

Peta Konsep

Kata Kunci

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- faktorisasi
- suku
- variabel
- konstanta
- kelipatan persekutuan terkecil
- faktor persekutuan terbesar

Uji Prasyarat

Sebelum membahas materi faktorisasi suku aljabar, coba kamu kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu.

1. Tuliskanlah faktor-faktor dari 36.
2. Tentukan KPK dari 24 dan 18
3. Hitunglah 14×32
4. Hitunglah $365 : 5$
5. Hitunglah $23 - 14$

A. Pengertian Bentuk Aljabar

Bentuk aljabar pernah kamu pelajari di Kelas VII. Masih ingatkah kamu pengertian bentuk aljabar?

Perhatikan ilustrasi berikut.

Ingat Kembali

Bentuk aljabar adalah bentuk penulisan yang merupakan kombinasi antara koefisien dan variabel.

Sumber: *www.vetmed.wisc.edu*

Sumber: *www.home.online.no*

Gambar 1.1
Bentuk aljabar dapat digunakan untuk menentukan harga ternak.

Misalnya, Pak Gunawan memliki enam sapi dan sepuluh kambing. Kemudian, seluruh sapi dan kambing tersebut dijual kepada seorang pedagang ternak. Harga satu ekor sapi adalah x rupiah dan harga seekor kambing adalah y rupiah. Berapakah uang yang diperoleh Pak Gunawan? Uang yang diperoleh Pak Gunawan adalah $6x + 10y$ rupiah.

1. Suku dan Variabel Bentuk Aljabar

Hasil penjualan seluruh hewan ternak Pak Gunawan, yaitu $6x + 10y$ merupakan salah satu contoh bentuk aljabar. Bentuk aljabar $6x + 10y$ mempunyai dua suku, yaitu $6x$ dan $10y$. Kedua suku tersebut memiliki variabel yang berbeda, yaitu x dan y. Adapun koefisien dari $6x$ adalah 6 dan koefisien dari $10y$ adalah 10.

Contoh Soal 1.1

Tentukanlah suku, variabel, dan koefisien dari bentuk-bentuk aljabar berikut.

a. $7x$ b. $5x^3 + 4x$ c. $8y + 11y^2 + 3y^3$

Penyelesaian :

a. Bentuk aljabar $7x$ merupakan bentuk aljabar suku satu. Sukunya $7x$ dan variabelnya x. Adapun koefisien dari $7x$ adalah 7.

b. Bentuk aljabar $5x^3 + 4x$ merupakan bentuk aljabar suku dua. Suku-sukunya adalah $5x^3$ dan $4x$. Variabel bentuk aljabar $5x^3 + 4x$ adalah x. Adapun koefisien $5x^3$ adalah 5 dan koefisien dari $4x$ adalah 4.

c. Bentuk aljabar $8y + 11y^2 + 3y^3$ merupakan bentuk aljabar suku tiga. Suku-sukunya adalah $8y$, $11y^2$, dan $3y^3$. Variabel bentuk aljabar $8y + 11y^2 + 3y^3$ adalah y. Adapun koefisien $8y$ adalah 8, koefisien $11y^2$ adalah 11, dan koefisien dari $3y^3$ adalah 3.

Latihan 1.1

1. Tentukanlah suku, variabel, dan koefisien dari bentuk-bentuk aljabar berikut.
   a. $3x + 2$
   b. $5x - 3$
   c. $21x - 5y + 9$
2. Tentukanlah suku, variabel, dan koefisien dari bentuk-bentuk aljabar berikut.
   a. $x^2 - 2x + 1$
   b. $y^2 + 3y^2 - 28$
   c. $x^2 + y^2 - 8$
3. Tulislah tiga bentuk aljabar yang terdiri atas dua variabel.
4. Tulislah tiga bentuk aljabar yang terdiri atas tiga variabel.
5. Aku sebuah suku pada bentuk aljabar. Aku tidak mempunyai variabel. Aku hanya berupa suatu bilangan. Siapakah aku?

2. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan pada Bentuk Aljabar

Kamu telah mempelajari operasi penjumlahan dan pengurangan suku-suku pada bentuk aljabar di Kelas VII, misalnya $3x + 5x$ dan $7x - 5y$. Dapatkah kamu menentukan hasil dari $3x + 5x$ dan $7x - 5y$? Penjumlahan bentuk aljabar $3x + 5x$ merupakan bentuk penjumlahan aljabar suku sejenis. Dengan demikian, hasil dari $3x + 5x$ adalah $(3 + 5)x = 8x$. Adapun bentuk $7x - 5y$ merupakan bentuk pengurangan aljabar suku tidak sejenis. Mengapa? Karena $7x$ dan $5y$ merupakan suku-suku dengan variabel yang berbeda, yaitu x dan y.

Suku sejenis adalah suku-suku dengan variabel dan pangkat variabel yang sama. Misalnya, $y + 3y$ dan $4m + 3m$.

Sekarang, berapakah hasil penjumlahan dari $3x^2 + 2x + 5$ dan $6x + 7$? Untuk mendapatkan hasil penjumlahannya, kamu kelompokkan suku-suku sejenisnya terlebih dahulu. Terlihat olehmu bahwa $2x$ dan $6x$ merupakan suku-suku sejenis. Jadi, $(3x^2 + 2x + 5) + (6x + 7) = 3x^2 + (2x + 6x) + 5 + 7$

$= 3x^2 + 8x + 12$

Dengan demikian, hasil penjumlahan dari $3x^2 + 2x + 5$ dan $6x + 7$ adalah $3x^2 + 8x + 12$. Selain dengan cara tersebut, kamu dapat pula menyelesaikan penjumlahan $3x^2 + 2x + 5$ dan $6x + 7$ dengan cara bersusun seperti berikut.

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x + 5 \\ 6x + 7 \\ \hline 3x^2 + 8x + 12 \end{array} +$$

Contoh Soal 1.2

Kurangkanlah $2y^2 + 11y$ dari $x^2 - 8y^2 + 7$.

Penyelesaian :

Kalimat "kurangkanlah $2y^2 + 11y$ dari $x^2 - 8y^2 + 7$" bermakna bahwa kamu harus melakukan operasi pengurangan $(x^2 - 8y^2 + 7) - (2y^2 + 11y)$. Perhatikanlah bahwa $-8y^2$ dan $2y^2$ merupakan suku-suku sejenis.

Dengan demikian,

$$\begin{aligned}(x^2 - 8y^2 + 7) - (2y^2 + 11y) &= x^2 - 8y^2 + 7 - 2y^2 - 11y \\ &= x^2 - (8y^2 + 2y^2) - 11y + 7 \\ &= x^2 - 10y^2 - 11y + 7\end{aligned}$$

Kamu dapat pula menyelesaikan operasi pengurangan tersebut dengan cara bersusun berikut.

$$\begin{array}{rrrr} x^2 - & 8y^2 & + & 7 \\ & 2y^2 & + & 11y \\ \hline x^2 - & 10y^2 & - & 11y + 7 \end{array} -$$

Latihan 1.2

1. Sebutkan suku yang sejenis pada bentuk-bentuk aljabar berikut.
   a. $x + y - 3x + 4y$
   b. $3x^2y - x^2 + 4xy^2 + x^2y + 2x^2$
   c. $5ab + b + a^2 - ab + 3b$
2. Jika $A = -2x + y$ dan $B = 3x - 4y$, tentukan:
   a. $A - B$
   b. $A + B$, dan
   c. $B - A$
3. Lakukan operasi penjumlahan berikut.
   a. $3x^2 - 3y^2$ dan $3xy - 5y^2 + 8x$
   b. $10r^4 - 3p - 4r^3$ dan $2r - 8p + pr - 10p$
   c. $19y^3 - 7y^2 + 6$ dan $2y^3 + 6y^2 + y + 5$

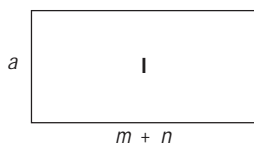
4. Kurangkanlah:
   a. $6a + 7$ dari $2a^2 + 11a$
   b. $2a^2b - 8bc^2$ dari $8a^2bc + 6ab - 6bc^2 + 2a^2bc$
   c. $8xy^2 - 8x + 3xy + 7$ dari $8xy - 7xy^2 + 6x$
5. Tentukanlah hasil dari
   $6a^5b - 2a - (4a^5b + 4ab^3 - 3a^2b^2) + (9ab^3 - 2ab)$.

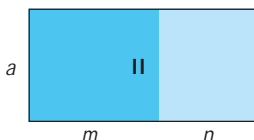
3. Operasi Perkalian pada Bentuk Aljabar

Masih ingatkah kamu tentang operasi perkalian pada bentuk aljabar yang telah kamu pelajari di Kelas VII? Misalnya, dapatkah kamu menentukan hasil perkalian $a(m + n)$? Kamu dapat menggunakan *sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan* untuk menyelesaikan masalah tersebut. Seperti apakah sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan itu? Lakukan kegiatan berikut agar kamu memahaminya.

Eksplorasi 1.1

Tujuan:
Menemukan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan.

Kegiatan:
1. Perhatikan gambar persegi panjang berikut.

- Panjang persegi panjang tersebut adalah $m + n$ satuan.
- Lebar persegi panjang tersebut adalah a satuan.

2.

Perhatikan pula gambar persegi panjang di samping.

Lengkapilah tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 1.1

	Persegi Panjang I	Persegi Panjang II
Panjang	...	...
Lebar	...	...
Luas	...	...

Pertanyaan:
1. Tentukan luas persegi panjang pada **Kegiatan (1)**.
2. Tentukan luas total persegi panjang I dan persegi panjang II pada **Kegiatan (2)**.
3. Apakah kesimpulanmu setelah melakukan kegiatan tersebut?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu telah mengetahui bahwa luas persegi panjang pada **Kegiatan (1)** dan **Kegiatan (2)** sama besar. Jadi, $a(m + n) = am + an$ dan dinamakan *sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan* .

Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan tadi dapat kamu perluas menjadi $(a + b)\ (a + c)$. Kamu akan memperoleh

$$\begin{aligned}(a + b)(a + c) &= (a + b)a + (a + b)c\\ &= a^2 + ab + ac + bc\\ &= a^2 + (b + c)a + bc\end{aligned}$$

Contoh Soal 1.3

Jabarkanlah perkalian-perkalian bentuk aljabar berikut.

a. $2(x + 3)$

b. $(a - 8)\ (a + 3)$

c. $3(x + 5) + 5(x - 3)$

Penyelesaian :

a. $\begin{aligned}2(x + 3) &= 2x + 2(3)\\ &= 2x + 6\end{aligned}$

b. $\begin{aligned}(a - 8)(a + 3) &= (a - 8)a + (a - 8)(3)\\ &= a^2 - 8a + 3a - 24\\ &= a^2 + (-8 + 3)a - 24\\ &= a^2 - 5a - 24\end{aligned}$

c. $\begin{aligned}3(x + 5) + 5(x - 3) &= 3x + 3(5) + 5x + 5(-3)\\ &= 3x + 15 + 5x - 15\\ &= (3 + 5)x + 15 - 15\\ &= 8x\end{aligned}$

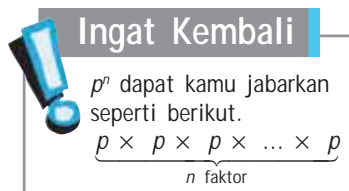
Latihan 1.3

1. Selesaikan perkalian berikut.
   a. $2(x + 1)$
   b. $3x(x - 2)$
   c. $(x + 2)(x - 1)$
2. Jabarkanlah perkalian-perkalian bentuk aljabar berikut.
   a. $3(x + y)$
   b. $4(c + d) + 3(3c + 2d)$
   c. $(3a - 4c)\ (3a - 8c)$
   d. $m(m - 5) - 5(m - 5)$
   e. $(6w - v)\ (4w + 3)$
3. Panjang sisi suatu persegi adalah $(x + 4)$ cm. Tentukan keliling dan luas persegi tersebut dalam variabel x.

4. Panjang diagonal suatu belah ketupat adalah $(5x + 3)$ cm. Tentukan luas belah ketupat dalam variabel x tersebut.
5. Kebun Pak Ahmad berbentuk persegi panjang dengan panjang $(5x + 4)$ m dan lebar $(2x + 1)$ m. Tentukan keliling dan luas dari kebun Pak Ahmad dalam variabel x.

---

4. Perpangkatan pada Bentuk Aljabar

Dapatkah kamu menjabarkan bentuk perpangkatan p^5? Kamu dapat menjabarkan p^5 menjadi $p \times p \times p \times p \times p$. Dengan kata lain, *perpangkatan adalah bentuk perkalian berulang suatu bilangan* . Misalnya, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $(5^2)^2 = 5^2 \times 5^2 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$, dan $(2x)^2 = 2^2 \cdot x^2 = 4x^2$. Bentuk $(2x)^2$ merupakan contoh bentuk perpangkatan aljabar suku satu. Bagaimanakah dengan bentuk-bentuk aljabar suku dua, misalnya $(x + y)^2$ dan $(x + y)^3$? Dapatkah kamu menentukan perpangkatannya?

Contoh Soal 1.4

Tentukan bentuk perpangkatan suku dua berikut.

a. $(x + y)^2$

b. $(x + y)^3$

Penyelesaian:

a. $$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x + y)(x + y)\\ &= (x + y)x + (x + y)y\\ &= x(x) + x(y) + x(y) + y(y)\\ &= x^2 + xy + xy + y^2\\ &= x^2 + 2xy + y^2\end{aligned}$$

b. $$\begin{aligned}(x + y)^3 &= (x + y)(x + y)(x + y)\\ &= (x + y)(x^2 + 2xy + y^2)\\ &= (x + y)(x^2) + (x + y)(2xy) + (x + y)(y^2)\\ &= x(x^2) + y(x^2) + x(2xy) + y(2xy) + x(y^2) + y(y^2)\\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + xy^2 + y^3\\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3\end{aligned}$$

Coba kamu perhatikan kembali koefisien-koefisien perpangkatan $(x + y)^2$ dan $(x + y)^3$. Kamu telah mengetahui bahwa perpangkatan dari $(x + y)^2$ adalah $x^2 + 2xy + y^2$ dengan koefisien suku-sukunya adalah 1, 2, dan 1. Adapun perpangkatan dari $(x + y)^3$ adalah $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ dengan koefisien suku-sukunya adalah 1, 3, 3, dan 1. Adakah hubungan antara koefisien hasil perpangkatan bentuk aljabar dan pangkat bentuk aljabar tersebut?

Eksplorasi 1.2

Tujuan:

Menemukan hubungan antara koefisien hasil perpangkatan dan pangkatnya.

Kegiatan:

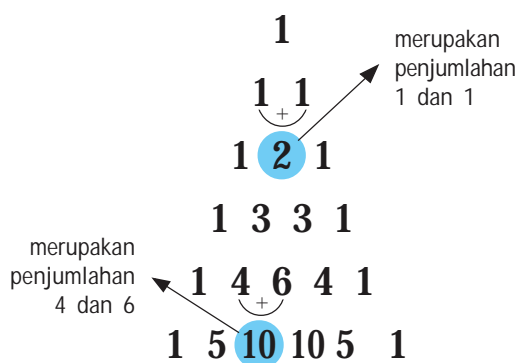
Lengkapilah tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 1.2

n	$(x + y)^n$	Hasil perpangkatan	Koefisien hasil perpangkatan
1	$x + y$	$x + y$	1 1
2	$(x + y)^2$	$x^2 + 2xy + y^2$	1 2 1
3	$(x + y)^3$	$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$	1 3 3 1
4	$(x + y)^4$	$x^4 + \ldots x^3y + \ldots x^2y^2 + \ldots xy^3 + y^4$	
5	$(x + y)^5$	$x^5 + \ldots x^4y + \ldots x^3y^2 + \ldots x^2y^3 + xy^4 + y^5$	

Pertanyaan:

1. Dapatkah kamu menemukan hubungan antara $(x + y)^n$ dan koefisien hasil perpangkatannya?
2. Taksirlah olehmu hasil perpangkatan $(x + y)^6$ berdasarkan hasil yang kamu peroleh pada tabel yang telah kamu lengkapi tersebut.

Setelah kamu melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu melihat bahwa bilangan-bilangan yang terdapat pada kolom koefisien-koefisien hasil perpangkatan $(x + y)^n$ akan membentuk suatu pola bilangan tertentu. Perhatikan bahwa bilangan yang bukan satu pada pola bilangan tersebut merupakan *jumlah* berurutan dua bilangan di atasnya. Pola bilangan tersebut dinamakan *segitiga Pascal*.

Kamu dapat menggunakan pemahamanmu tentang perpangkatan aljabar suku dua untuk memahami perpangkatan bentuk aljabar suku tiga atau lebih. Pelajarilah contoh-contoh berikut.

Contoh Soal 1.5

Tentukanlah hasil perpangkatan pada bentuk-bentuk aljabar berikut.

a. $(x - y - z)^2$

b. $(3a + b + 2c)^2$

Penyelesaian :

a. $(x - y - z)^2 = \{(x - y) - z\}^2$
$= (x - y)^2 + 2(x - y)(-z) + z^2$
$= (x^2 - 2xy + y^2) - 2xz + 2yz + z^2$
$= x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz$

b. $(3a + b + 2c)^2 = \{(3a + b) + 2c\}^2$
$= (3a + b)^2 + 2(3a + b)(2c) + (2c)^2$
$= \{(3a)^2 + 2(3a)(b) + b^2\} + 2(3a)(2c) + 2(b)(2c) + (2c)^2$
$= 9a^2 + 6ab + b^2 + 12ac + 4bc + 4c^2$
$= 9a^2 + b^2 + 4c^2 + 6ab + 12ac + 4bc$

Latihan 1.4

1. Jabarkanlah bentuk-bentuk perpangkatan berikut.
   a. $(x + 3)^2$
   b. $(x + 8)^2$
   c. $(x - 7)^3$
2. Tentukan koefisien x^2 dari bentuk perpangkatan berikut.
   a. $(x + 2)^3$
   b. $(2x - 3)^3$
   c. $(x - 2)^4$
3. Tentukanlah hasil perpangkatan bentuk-bentuk aljabar berikut.
   a. $(2a - 2b + 7c)^2$
   b. $(-x + 3y + 4z)^2$
   c. $-(a + 2b - 3c)^2$
4. Jabarkan bentuk-bentuk perpangkatan berikut.
   a. $(x - y + z)^2$
   b. $(2x - y + z)^2$
   c. $(2x - y + 3z)^2$
5. Jabarkan bentuk $(2x + y)5$. Kemudian, tentukan koefisien dari:
   a. x^5
   b. x^2y
   c. x^2y^2

5. Pembagian pada Bentuk Aljabar

a. *Pembagian dengan Suku Tunggal*

Pada pembagian bentuk aljabar, dikenal dua istilah, yaitu *pembagian dengan suku sejenis* dan *pembagian dengan suku tidak sejenis* . Contoh pembagian dengan suku sejenis misalnya $2x : x$. Adapun contoh pembagian dengan suku tidak sejenis misalnya $x^2 : x$. Bagaimanakah cara melakukan pembagian bentuk aljabar? Perhatikan contoh berikut.

Sifat-sifat bilangan bulat berpangkat antara lain sebagai berikut.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$$\begin{aligned}(x^2 + 2x) : x &= \frac{x^2 + 2x}{x} \\ &= \frac{x^2}{x} + \frac{2x}{x} \\ &= x + 2\end{aligned}$$

Kamu dapat pula menggunakan sifat-sifat operasi bilangan bulat berpangkat untuk menyelesaikan pembagian pada bentuk aljabar. Misalnya, hasil dari $3x^3 : x$ adalah $3x^2$ karena $\frac{3x^3}{x} = 3x^{3-1} = 3x^2$.

Contoh Soal 1.6

Tentukanlah hasil pembagian bentuk-bentuk aljabar berikut.

a. $(xy^4 + 3x^2y - xy^3) : x$
b. $(xy^4 + 3x^2y - xy^3) : y$
c. $(xy^4 + 3x^2y - xy^3) : xy$

Penyelesaian :

a. $$\begin{aligned}(xy^4 + 3x^2y - xy^3) : x &= \frac{xy^4 + 3x^2y - xy^3}{x} \\ &= \frac{xy^4}{x} + \frac{3x^2y}{x} - \frac{xy^3}{x} \\ &= y^4 + 3xy - y^3\end{aligned}$$

b. $$\begin{aligned}(xy^4 + 3x^2y - xy^3) : y &= \frac{xy^4 + 3x^2y - xy^3}{y} \\ &= \frac{xy^4}{y} + \frac{3x^2y}{y} - \frac{xy^3}{y} \\ &= xy^3 + 3x^2 - xy^2\end{aligned}$$

c. $(xy^4 + 3x^2y - xy^3) : xy = \frac{xy^4 + 3x^2y - xy^3}{xy}$

$$= \frac{xy^4}{xy} + \frac{3x^2y}{xy} - \frac{xy^3}{xy}$$

$$= y^3 + 3x - y^2$$

b. Pembagian dengan Suku anyak

Selain dengan suku tunggal, pembagian bentuk aljabar dapat pula dilakukan dengan suku banyak, seperti $(n^2 - 5n - 24) : (n + 3)$, $(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 3)$, dan $(x^2 - 16) : (x - 4)$. Bagaimanakah cara melakukan pembagian dengan suku banyak?

Eksplorasi 1.3

Tujuan:

Mengetahui cara melakukan pembagian dengan suku banyak.

Kegiatan:

Berapakah hasil dari $(n^2 - 5n - 24) : (n + 3)$?

1. Tulislah pembagian $(n^2 - 5n - 24) : (n + 3)$ dalam bentuk berikut.

$$n + 3 \overline{\smash{)}\, n^2 - 5n - 24}$$

2. Lakukan pembagian n^2 dengan n.

$$\begin{array}{r} n \\ n + 3 \overline{\smash{)}\, n^2 - 5n - 24} \end{array}$$

$\frac{n^2}{n} = n$

3. Lakukan perkalian antara n dan $n + 3$. Kemudian, kurangkan hasil perkalian tersebut dari $n^2 - 5n - 24$.

$n \times (n + 3) = n^2 + 3n$

$$\begin{array}{r} n \\ n + 3 \overline{\smash{)}\, n^2 - 5n - 24} \\ n^2 + 3n \quad\quad \\ \hline - n - 24 \end{array}$$

4. Lakukan pembagian – n dengan n.

$$\begin{array}{r} n \; - \;\square \\ n + 3 \overline{) \; n^2 - 5n - 24} \\ n^2 + 3n \quad\quad \\ \hline -\; n - 24 \end{array} \qquad \frac{-\,n}{n} = -$$

5. Lakukan perkalian antara – dan (n + 3). Kemudian, kurangkan hasilnya dari – n – 24.

$x(n + 3) = - \; n - 24$

$$\begin{array}{r} n \; - \;\square \\ n + 3 \overline{) \; n^2 - 5n - 24} \\ n^2 + 3n \quad\quad \\ \hline -\; n - 24 \\ -\; n - 24 \\ \hline \end{array}$$

Pertanyaan:

1. Berapakah hasil pembagian (n^2 – 5n – 24) dengan (n + 3)?
2. oba kamu lakukan perkalian antara (n –) dengan (n + 3) Berapakah hasilnya?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu memperoleh hasil dari operasi (n^2 – 5n – 24) : (n + 3) adalah n – 8.

Contoh Soal 1.

Tentukanlah hasil dari ($6x^3 + 19x^2 + 31x + 24$) : ($2x + 3$).

Penyelesaian :

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 5x + 8 \\ 2x + 3 \overline{) \; 6x^3 + 19x^2 + 31x + 24} \\ 6x^3 + 9x^2 \quad\quad\quad\quad\quad \\ \hline 10x^2 + 31x + 24 \\ 10x^2 + 15x \quad\quad \\ \hline 16x + 24 \\ 16x + 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

Dengan demikian, hasil dari ($6x^3 + 19x^2 + 31x + 24$) : ($2x + 3$) adalah $3x^2 + 5x + 8$.

Latihan 1.5

Tentukanlah hasil pembagian bentuk-bentuk aljabar berikut.

1. $2xy : x$
2. $6x^2y : 3xy$
3. $(2p^2 \ {}^2r + 4p \ {}^2 - 6p^3 \ ) : 2p$
4. $(x + y)^2 : xy$
5. $y(x + 2)^3 : 8xy$

Tentukanlah hasil bagi dari suku-suku aljabar berikut.

6. $(a^2 - 8a + 15)$ dibagi dengan $(a - 3)$
7. $(b^2 - 4b - 5)$ dibagi dengan $(b - 5)$
8. $(2x^2 + 3xy + y^2)$ dibagi dengan $(x + y)$
9. $(x^3 - 4x^2 - 25x + 78)$ dibagi dengan $(x - 6)$
10. $(2x^2 + 3xy + y^2)$ dibagi dengan $(x + y)$

B. Pemfaktoran Suku Aljabar

Setelah kamu mengetahui berbagai operasi yang dapat dilakukan pada bentuk aljabar, kali ini kamu akan diajak untuk mengenali langkah-langkah untuk melakukan pemfaktoran suku aljabar.

1. Faktor Faktor Suku Aljabar

Dapatkah kamu menyebutkan faktor-faktor dari enam? Faktor-faktor dari enam antara lain 1, 2, 3, dan 6. Mengapa? Karena enam dapat ditulis dalam bentuk perkalian 1×6, 2×3, 3×2, dan 6×1. Adapun faktor-faktor dari delapan antara lain 1, 2, 4, dan 8. Mengapa? Coba kamu jelaskan.

Sekarang, berapakah *faktor persekutuan* dari 6 dan 8?

Faktor-faktor 6 : 1, 2, 3, 6

Faktor-faktor 8 : 1, 2, 4, 8

Kamu melihat bahwa faktor persekutuan dari 6 dan 8 adalah 1 dan 2. Oleh karena $1 < 2$ maka 2 dikatakan sebagai *faktor persekutuan terbesar* (FPB) dari 6 dan 8.

Bagaimanakah cara melakukan pemfaktoran pada bentuk aljabar, misalnya $x^2 + 2x$? Cara untuk memfaktorkan suatu bentuk aljabar adalah sebagai berikut.

a. Carilah faktor persekutuan setiap suku.
b. Bagilah bentuk aljabar tersebut dengan faktor persekutuan setiap suku.

Contoh Soal 1.

aktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut .

a. $6b + 8$ b. $x^2 + 2x$

Penyelesaian :

a. Carilah faktor persekutuan dari $6b$ dan 8. Kamu telah mengetahui bahwa FPB dari 6 dan 8 adalah 2, kemudian bagilah setiap suku dengan FPB tersebut.

$$\frac{6b}{2} = 3b$$

$$\frac{8}{2} = 4$$

Dengan demikian, pemfaktoran dari $6b + 8$ adalah $2(3b + 4)$.
Jadi, $6b + 8 = 2(3b + 4)$.

b. Carilah FPB dari x^2 dan $2x$ terlebih dahulu. Kemudian dapat menuliskan $x^2 = x \cdot x$ dan $2x = 2 \cdot x$. Dengan demikian, FPB dari x^2 dan $2x$ adalah x. Kemudian, bagilah bentuk aljabar $x^2 + 2x$ dengan FPB-nya, yaitu x. Kamu peroleh $\frac{x^2}{x} = x$ dan $\frac{2x}{x} = 2$.
Dengan demikian, pemfaktoran dari $x^2 + 2x$ adalah $x(x + 2)$.
Jadi, $x^2 + 2x = x(x + 2)$.

Latihan 1.6

aktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut .

1. $3x + 3$
2. $8a - 2$
3. $x^2 + 10x$
4. $15p^{\ 2} + 5p$
5. $20b^2 - 18a^2b - 6ab$
6. $4x^2y - 2x + xy$
7. $5x^2 + 15x - 10xy$
8. $6xy^2 - 4yz + 8xy$
9. $6p^2 \ - 9p^2 \ {}^2 + 3p$
10. $8p^2 \ {}^3 - 12p^2 \ + 16p^3 \ {}^2$

2. Faktorisasi Bentuk x^2 $2xy$ y^2

Kamu telah mengetahui bahwa bentuk $(x + y)^2$ dapat kamu uraikan dalam bentuk aljabar suku tiga, yaitu $x^2 + 2xy + y^2$. Hal yang sama juga dapat kamu temukan pada bentuk $(x - y)^2$. Bentuk $(x - y)^2$ dapat kamu uraikan menjadi bentuk aljabar suku tiga, yaitu $x^2 - 2xy + y^2$. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa pengkuadratan suku dua akan menghasilkan suku tiga. Apakah ciri-cirinya? Perhatikan uraian berikut.

- $(x + y)^2 = x^2 + 2\sqrt{x^2}\sqrt{y^2} + y^2$
  $= x^2 + 2xy + y^2$
- $(x - y)^2 = x^2 - 2\sqrt{x^2}\sqrt{y^2} + y^2$
  $= x^2 - 2xy + y^2$

Pada uraian tersebut, terlihat bahwa suku pertama (x^2) dan suku ketiga (y^2) dari hasil pengkuadratan suku dua merupakan bentuk kuadrat. Adapun suku kedua merupakan dua kali akar kuadrat suku pertama dan akar kuadrat suku ketiga.

Contoh Soal 1.

Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut .

a. $x^2 + 6x + 9$
b. $9a^2 - 30a + 25$
c. $16x^2 + 8xy + y^2$

Penyelesaian :

a. $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2\sqrt{x^2}\sqrt{9} + 3^2$
$= (x + 3)^2$

b. $9a^2 - 30a + 25 = (3a)^2 - 2\sqrt{9a^2}\sqrt{25} + 5^2$
$= (3a - 5)^2$

c. $16x^2 + 8xy + y^2 = (4x)^2 + 2\sqrt{16x^2}\sqrt{y^2} + y^2$
$= (4x + y)^2$

Latihan 1.

Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut .

1. $x^2 + 10x + 25$
2. $a^2 - 2ab + b^2$
3. $25p^2 + 30pq + 9q^2$
4. $9m^2 - 12mn + 4n^2$
5. $81c^2 - 90cd + 25d^2$

3. Faktorisasi Bentuk Selisih ua Kuadrat

Dapatkah kamu menguraikan bentuk aljabar $(x + y)(x - y)$? Bentuk aljabar $(x + y)(x - y)$ dapat diuraikan sebagai berikut.

$(x + y)(x - y) = (x + y)x + (x + y)(-y)$
$= x^2 + xy - xy - y^2$
$= x^2 - y^2$

Ternyata, bentuk aljabar $(x + y)(x - y)$ dapat kamu tulis sebagai $x^2 - y^2$. Bentuk $x^2 - y^2$ dinamakan *bentuk selisih dua kuadrat* .

Contoh Soal 1.1

aktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut .

a. $4x^2 - 4y^2$

b. $49m^2 - 64$

c. $36m^2 - 25(m + 4)^2$

Penyelesaian :

a. $4x^2 - 4y^2 = 4(x^2 - y^2)$
$= 4(x + y)(x - y)$

b. $49m^2 - 64 = (7m)^2 - 8^2$
$= (7m + 8)(7m - 8)$

c. $36m^2 - 25(m + 4)^2 = (6m)^2 - \{5(m + 4)\}^2$
$= \{6m + 5(m + 4)\}\{6m - 5(m + 4)\}$
$= (6m + 5m + 20)(6m - 5m - 20)$
$= (11m + 20)(m - 20)$

Latihan 1.

aktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut .

1. $m^2 - n^2$
2. $100 - 9b^2$
3. $36x^2 - 121$
4. $4x^2y^2 - 9z^2$
5. $16p^2 - 81(p - \ )^2$

4. Faktorisasi Bentuk ax^2 bx

Bentuk aljabar $ax^2 + bx + c$ merupakan bentuk yang sering kamu temukan. Contoh-contoh bentuk $ax^2 + bx + c$ antara lain $x^2 + 7x + 10$, $x^2 - 4x - 45$, dan $10x^2 + 19x + 6$. Bentuk aljabar $x^2 + 7x + 10$ dan $x^2 - 4x - 45$ merupakan bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a = 1$. Adapun bentuk $10x^2 + 19x + 6$ merupakan bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$.

a. ak i a i en uk ax^2 bx dengan a 1

Sebelum mempelajari faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a = 1$, coba kamu perhatikan hal berikut terlebih dahulu.

$(x + 2)(x + 5) = (x + 2)(x) + (x + 2)(5)$
$= x^2 + 2x + 5x + 10$
$= x^2 + 7x + 10$

Coba kamu perhatikan suku kedua, yaitu $7x$. Koefisien suku kedua tersebut, yaitu 7, merupakan hasil penjumlahan dua konstanta, yaitu $7 = 2 + 5$. Adapun suku ketiga, yaitu 10, merupakan hasil perkalian dua konstanta, yaitu $10 = 2 \times 5$.
Dengan demikian,

Faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c$ adalah $(x + p)(x + \ )$ dengan $b = p + \ $ dan $c = p \times \ $.

Contoh Soal 1.11

Faktorkanlah bentuk aljabar $x^2 + 7x + 12$.

Penyelesaian :

Nilai b pada $x^2 + 7x + 12$ adalah 7. Adapun nilai c pada $x^2 + 7x + 12$ adalah 12. Dengan demikian, kamu harus mencari suatu nilai p dan q dengan ketentuan $p + q = 7$ dan $p \times q = 12$. Dapatkah kamu mencari nilai p dan q yang dimaksud? Kamu peroleh nilai p dan q yang dimaksud berturut-turut adalah 3 dan 4.

Dapat kamu tulis, $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)\ (x + 4)$

b. ak i a i en uk ax + bx + dengan a ≠

Perhatikan hasil perkalian bentuk aljabar berikut.

$$\begin{aligned}(3x + 2)\ (4x + 5) &= (3x + 2)(4x) + (3x + 2)(5)\\ &= 12x^2 + 8x + 15x + 10\\ &= 12x^2 + 23x + 10\end{aligned}$$

Kamu peroleh bahwa nilai a, b, dan c pada bentuk $12x^2 + 23x + 10$ berturut-turut adalah $a = 12$, $b = 23$, dan $c = 10$. Bentuk $12x^2 + 23x + 10$ kamu peroleh setelah menjumlahkan bentuk aljabar $12x^2 + 15x$ dan $8x + 10$. Coba kamu jumlahkan koefisien-koefisien x pada kedua bentuk aljabar tersebut. Kamu akan memperoleh $15 + 8 = 23$, sama dengan nilai b pada $12x^2 + 23x + 10$. Sekarang, coba kamu lakukan perkalian antara 12 dan 10 serta antara 15 dan 8. Kamu peroleh bahwa $12 \times 10 = 120 = 15 \times 8$. Setelah memperhatikan uraian tersebut, dapatkah kamu menerka langkah-langkah untuk melakukan faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$?

Langkah-langkah melakukan faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$ adalah sebagai berikut.

1. Ubah bentuk $ax^2 + bx + c$ menjadi $ax^2 + (p + q)x + c = ax^2 + px + qx + c$ dengan $p + q = b$ dan $p \times q = a \times c$.
2. Bentuk aljabar $ax^2 + px + qx + c$ dapat kamu pandang sebagai jumlah dua bentuk aljabar, yaitu $ax^2 + px$ dan $qx + c$.
3. Tentukan FPB suku-suku ax^2 dan px. Kemudian, tuliskan $ax^2 + px$ dalam bentuk hasil kali faktor-faktornya.
4. Tentukan pula FPB suku-suku qx dan c. Kemudian, tuliskan $qx + c$ dalam bentuk hasil kali faktor-faktornya.
5. Setelah melakukan langkah (3) dan langkah (4), kamu akan memperoleh

   $$\begin{aligned}ax^2 + bx + c &= a_1x(a_2x + b_2) + b_1(a_2x + b_2)\\ &= (a_1x + b_1)\ (a_2x + b_2)\end{aligned}$$

   dengan $a_1 \cdot a_2 = a$ dan $(a_1 \cdot b_2) + (a_2 \cdot b_1) = b$.

Contoh Soal 1.12

Faktorkanlah bentuk aljabar $12x^2 + 8x + 1$.

Penyelesaian :

Pertama, carilah nilai-nilai p dan dengan ketentuan $p +$ $= 8$ dan $p \times$ $= 12 \times 1 = 12$.

Kamu peroleh nilai p dan yang dimaksud adalah 6 dan 2, sehingga

$p +$ $=$

$$12x^2 + 8x + 1$$

$p \times$ $= 12 \times 1$

$$12x^2 + 8x + 1 = 12x^2 + 6x + 2x + 1$$

Dengan demikian, bentuk $12x^2 + 8x + 1$ dapat kamu tulis sebagai jumlah dari $(12x^2 + 6x)$ dan $(2x + 1)$. Selanjutnya, tentukanlah FPB dari $12x^2$ dan $6x$ serta FPB dari $2x$ dan 1. Kamu peroleh FPB dari $12x^2$ dan $6x$ adalah $6x$. Adapun FPB dari $2x$ dan 1 adalah 1.

Jadi, bentuk $12x^2 + 8x + 1$ dapat kamu tulis sebagai

$$12x^2 + 8x + 1 = 6x(2x + 1) + (2x + 1)$$
$$= (6x + 1)(2x + 1)$$

Dengan demikian, faktorisasi dari $12x^2 + 8x + 1$ adalah $(6x + 1)(2x + 1)$.

Latihan 1.

aktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut.

1. $x^2 + 9x + 18$
2. $m^2 - 15m + 56$
3. $28 - 3a - a^2$
4. $24 + 10p - p^2$
5. $x^2 + 12xy + 27y^2$
6. $4x^2 + 11x + 7$
7. $9b^2 + 18b + 8$
8. $3r^2 - 62r - 21$
9. $11m^2 - 23mn - 30m^2$
10. $3m^2 - 16my - 12m^2$

C. Operasi Pecahan pada Bentuk Aljabar

Kamu telah mempelajari bahasan operasi pecahan pada bentuk aljabar di Kelas VII. Kali ini, bahasan tersebut akan kamu perdalam hingga menyederhanakan pecahan bersusun.

1. Menyederhanakan Pecahan Bentuk Aljabar

Contoh-contoh pecahan dalam bentuk aljabar antara lain $\frac{y+5}{2}$, $\frac{y^2+8y}{y^2-64}$, dan $\frac{y}{y-8}$. Tahukah kamu bahwa $\frac{y}{y-8}$ merupakan penyederhanaan dari $\frac{y^2+8y}{y^2-64}$?

Ingat Kembali

Pecahan $\frac{ax^2 + b}{cx + d}$ memiliki pembilang $ax^2 + b$ dan penyebut $cx + d$.

Pecahan-pecahan dalam bentuk aljabar dapat kamu sederhanakan jika pembilang dan penyebut pecahan tersebut memiliki faktor yang sama.

Contoh Soal 1.13

Sederhanakanlah pecahan-pecahan berikut.

a. $\frac{6x^2 + 12x}{9x}$

b. $\frac{z^2 - 3z + 2}{2z^2 - 4z}$

Penyelesaian :

a. Pembilang dan penyebut pecahan $\frac{6x^2 + 12x}{9x}$ adalah $6x^2 + 12x$ dan $9x$. Pembilang dan penyebut pecahan tersebut memiliki faktor yang sama, yaitu $3x$.
Dengan demikian,

$$\frac{6x^2 + 12x}{9x} = \frac{3x(2x + 4)}{3x(3)} \quad \text{pembilang dan penyebut dibagi } 3x$$

$$= \frac{2x + 4}{3}$$

b. Pembilang dan penyebut pecahan $\frac{z^2 - 3z + 2}{2z^2 - 4z}$ adalah $z^2 - 3z + 2$ dan $2z^2 - 4z$.
Pembilang dan penyebut pecahan tersebut memiliki faktor yang sama, yaitu $z - 2$.
Dengan demikian,

$$\frac{z^2 - 3z + 2}{2z^2 - 4z} = \frac{(z - 1)(z - 2)}{2z(z - 2)} \quad \text{pembilang dan penyebut dibagi } z - 2$$

$$= \frac{z - 1}{2z}$$

Latihan 1.1

Sederhanakanlah pecahan-pecahan berikut.

1. $\frac{x^2}{5xy}$
2. $\frac{8x^2 + 4xy}{4x}$
3. $\frac{9x^2 - 25}{3x + 5}$
4. $\frac{x^2 - 8x}{x^2 - 5x - 24}$
5. $\frac{x^3 - x^2 - 30x}{3x + 15}$

2. Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan Bentuk Aljabar

asih ingatkah kamu syarat untuk melakukan penjumlahan atau pun pengurangan pada pecahan?

isalnya, hasil dari $\frac{7x}{5} + \frac{2}{5}$ adalah $\frac{7x + 2}{5}$ karena penyebut dari pecahan $\frac{7x}{5}$ dan $\frac{2}{5}$ telah sama, yaitu 5. Hal yang sama dapat kamu temukan pula pada $\frac{5y - 3}{y^2} - \frac{3x + 1}{y^2}$. Akan tetapi, jika pecahan-pecahan yang akan dijumlahkan atau dikurangkan tersebut memiliki penyebut berbeda maka penyebut pecahan-pecahan tersebut harus disamakan terlebih dahulu.

Pecahan-pecahan hanya dapat dijumlahkan atau pun dikurangkan apabila penyebut-penyebut pecahan tersebut sama.

Penyebut pecahan-pecahan yang berbeda dapat disamakan dengan cara berikut.

a. Tentukan KPK penyebut setiap pecahan.
b. Bentuklah pecahan-pecahan aljabar baru yang senilai dengan setiap pecahan semula.

Contoh Soal 1.14

elesaikanlah penjumlahan dan pengurangan pecahan berikut.

a. $\frac{x}{3y} + \frac{4x^2 - y}{3y}$

b. $\frac{6m}{m - 1} + \frac{4}{m^2 - 1}$

c. $\frac{1}{2p^2} - \frac{3}{p^2 + p}$

Penyelesaian :

a. $\frac{x}{3y} + \frac{4x^2 - y}{3y} = \frac{x + 4x^2 - y}{3y}$

b. Perhatikan pecahan $\frac{6m}{m - 1}$ dan $\frac{4}{m^2 - 1}$. Penyebut kedua pecahan tersebut berturut-turut adalah $m - 1$ dan $m^2 - 1$. KPK dari $m - 1$ dan $m^2 - 1$ adalah $m^2 - 1 = (m - 1)\ (m + 1)$, sehingga

$$\frac{6m}{m - 1} + \frac{4}{m^2 - 1} = \frac{6m(m + 1)}{(m - 1)(m + 1)} + \frac{4}{(m - 1)(m + 1)}$$
$$= \frac{6m(m + 1) + 4}{(m - 1)(m + 1)}$$
$$= \frac{6m^2 + 6m + 4}{(m - 1)(m + 1)}$$

c. Perhatikan pecahan $\frac{1}{2p^2}$ dan $\frac{3}{p^2 + p}$. Penyebut kedua pecahan tersebut berturut-turut adalah $2p^2$ dan $p^2 + p$. KPK dari $2p^2$ dan $p^2 + p$ adalah $2p^2(p + 1)$, sehingga

$$\frac{1}{2p^2} - \frac{3}{p^2 + p} = \frac{1(p + 1)}{2p^2(p + 1)} - \frac{2p(3)}{2p^2(p + 1)}$$
$$= \frac{p + 1 - 6p}{2p^2(p + 1)}$$
$$= \frac{1 - 5p}{2p^2(p + 1)}$$

Latihan 1.11

elesaikanlah penjumlahan dan pengurangan pecahan berikut.

1. $\frac{3y}{7} + \frac{4x - 1}{3}$
2. $\frac{x}{y} + \frac{2}{x}$
3. $\frac{3x}{y} - \frac{a}{b + 1}$
4. $\frac{a + 1}{3a - 2} + \frac{2 - a}{5a}$
5. $\frac{3}{x^2 + 4x + 3} + \frac{x}{x + 1}$
6. $\frac{2}{x^2 - 12} + \frac{1}{x - 1}$
7. $\frac{3}{9^2 - 16} + \frac{2}{6x^2 - 5x - 4}$
8. $\frac{2}{x^2 + x - 2} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$
9. $\frac{2}{x^2 + 2x + 1} + \frac{1}{x^2 - 1}$
10. $\frac{2}{2x^2 - 7x + 6} + \frac{1}{x - 2} + \frac{1}{2x - 3}$

3. Perkalian dan Pembagian Pecahan Bentuk Aljabar

a. Pe kalian ada Pe a an en uk l aba

Cara untuk melakukan perkalian bentuk aljabar sangat sederhana. Kamu cukup mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebutnya.

Contoh Soal 1.15

elesaikanlah perkalian pada bentuk pecahan aljabar berikut.

a. $\frac{x}{2} \times \frac{3y}{4}$

b. $\frac{y-2}{x} \times \frac{5}{y^2-4}$

c. $\frac{mn}{2m^2-6m} \times \frac{m^2-9}{n}$

Penyelesaian :

a. $\frac{x}{2} \times \frac{3y}{4} = \frac{x(3y)}{2(4)}$

$= \frac{3xy}{8}$

b. $\frac{y-2}{x} \times \frac{5}{y^2-4} = \frac{y-2}{x} \times \frac{5}{(y+2)(y-2)}$

$= \frac{5}{x(y+2)}$

$= \frac{5}{xy+2x}$

c. $\frac{mn}{2m^2-6m} \times \frac{m^2-9}{n} = \frac{mn}{2m(m-3)} \times \frac{(m+3)(m-3)}{n}$

$= \frac{mn(m+3)(m-3)}{2m(m-3)n}$

$= \frac{m+3}{2}$

b. Pembagian ada Pe a an en uk l aba

Kamu telah mempelajari cara melakukan pembagian pada pecahan di Kelas VII. isalnya, dapatkah kamu menyelesaikan pembagian pecahan $\frac{x}{y}$ $\frac{v}{w}$? elakukan pembagian pecahan $\frac{x}{y}$ dengan $\frac{v}{w}$ sama artinya dengan mengalikan pecahan $\frac{x}{y}$ dengan $\frac{w}{v}$. Dengan demikian,

$$\frac{x}{y} \quad \frac{v}{w} = \frac{x}{y} \times \frac{w}{v}$$

$$= \frac{wx}{vy}$$

Contoh Soal 1.16

elesaikanlah pembagian bentuk aljabar berikut.

a. $\frac{3x}{4} \quad \frac{2}{x}$

b. $\frac{m}{m + 1} \quad \frac{m + 3}{m + 1}$

c. $\frac{a^2 - a}{(a - 3)b} \quad \frac{a^2 + a - 2}{a^2 - 9}$

Penyelesaian :

a. $\frac{3x}{4} \quad \frac{2}{x} = \frac{3x}{4} \times \frac{x}{2}$

$= \frac{3x^2}{8}$

b. $\frac{m}{m + 1} \quad \frac{m + 3}{m + 1} = \frac{m}{m + 1} \times \frac{m + 1}{m + 3} = \frac{m(m + 1)}{(m + 1)(m + 3)} = \frac{m}{m + 3}$

c. $\frac{a^2 - a}{(a - 3)b} \quad \frac{a^2 + a - 2}{a^2 - 9} = \frac{a^2 - a}{(a - 3)b} \times \frac{a^2 - 9}{a^2 + a - 2}$

$= \frac{(a^2 - a)(a^2 - 9)}{(a - 3)b(a^2 + a - 2)}$

$= \frac{a(a - 1)(a - 3)(a + 3)}{(a - 3)b(a - 1)(a + 2)}$

$= \frac{a(a + 3)}{b(a + 2)}$

Latihan 1.12

elesaikanlah perkalian dan pembagian pada bentuk pecahan aljabar berikut.

1. $\frac{7y}{9x} \times \frac{x^2}{14y}$
2. $\frac{ab - ac}{b + 2} \times \frac{c + 5}{a^2}$
3. $\frac{3m + 12n}{2x} \times \frac{xy}{m + 4n}$
4. $\frac{x^2 - 4x - 21}{x - 7} \times \frac{x^2 - 7x}{x^2 + 4x}$
5. $\frac{a^2 - 6a - 7}{a^2 - 16} \times \frac{a + 4}{3a - 21}$
6. $\frac{7a}{9} \quad \frac{a^2}{5}$
7. $\frac{p^2}{3p + 2} \quad \frac{p}{- 1}$
8. $\frac{2mn + m}{3m^2} \quad \frac{2n + 1}{6m}$
9. $\frac{a^2 - b^2}{a^2} \times \frac{a + b}{a - b} \quad \frac{a^2 + 2ab + b^2}{ab}$
10. $\frac{3y^2 + 5y - 2}{y - 3} \quad \frac{4y + 8}{3y - 9}$

4. Menyederhanakan Pecahan Bersusun

Pecahan bersusun adalah pecahan yang pembilangnya, atau penyebutnya, atau keduanya berbentuk pecahan. Contoh-contoh pecahan bersusun antara lain

$$\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{x-y} \text{ dan } \frac{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b}}{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}.$$

Dapatkah suatu pecahan bersusun kamu sederhanakan sehingga pembilang atau penyebutnya tidak lagi berbentuk pecahan?

Langkah-langkah untuk menyederhanakan pecahan bersusun adalah sebagai berikut.

a. Tentukan KPK penyebut setiap komponen pecahan bersusun tersebut.
b. Kalikan pembilang dan penyebut pecahan bersusun dengan KPK yang telah diperoleh.
c. Sederhanakan pembilang dan penyebut pecahan bersusun tersebut sehingga pembilang dan penyebutnya tidak lagi berbentuk pecahan.

Contoh Soal 1.1

ederhanakanlah pecahan bersusun $\dfrac{\frac{x}{2y}-\frac{3}{y^2}+1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

Penyelesaian :

KPK dari $2y$, y^2, x, dan y adalah $2xy^2$. leh karena itu, kalikanlah pembilang dan penyebut pecahan bersusun tersebut dengan $2xy^2$.

$$\frac{\frac{x}{2y}-\frac{3}{y^2}+1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \frac{\frac{x}{2y}-\frac{3}{y^2}+1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} \times \frac{2xy^2}{2xy^2}$$

$$= \frac{\frac{x(2xy^2)}{2y}-\frac{3(2xy^2)}{y^2}+2xy^2}{\frac{2xy^2}{x}+\frac{2xy^2}{y}}$$

$$= \frac{x^2y-6x+2xy^2}{2y^2+2xy}$$

Latihan 1.13

ederhanakanlah pecahan-pecahan bersusun berikut.

1. $\dfrac{\dfrac{b}{a} + \dfrac{1}{ab}}{\dfrac{1}{b} + 1}$

2. $\dfrac{b + \dfrac{a}{b}}{2 - \dfrac{b}{a}}$

3. $\dfrac{\dfrac{b}{2a} - \dfrac{2a}{b}}{3 - \dfrac{a}{b}}$

4. $\dfrac{\dfrac{1}{p +} + \dfrac{1}{p -}}{\dfrac{1}{p^2 - {}^2}}$

5. $\dfrac{a + b}{\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{1}{b^2}}$

Info Matematika

Segitiga Pascal ataukah Segitiga hu Shijie?

I GATKAH kamu pada bentuk di samping? Bentuk tersebut dikenal dengan sebutan segitiga Pascal untuk menghormati nama seorang matematika an Prancis, yaitu **Blaise Pas cal**. amun, benarkah Blaise Pascal yang pertama kali mengenalkan segitiga tersebut?

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\ 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

Segitiga tersebut diperkirakan telah dikenal oleh bangsa ina jauh sebelum Pascal mengenalkannya. Segitiga yang mirip dengan segitiga Pascal ditemukan pada buku berbahasa ina pada tahun 13 3 yang ditulis oleh **hu Shijie**, seorang matematika an ina. Siapakah hu Shijie?

Sumber: www.yor .ac.u

Segitiga mirip segitiga Pascal yang terdapat pada buku Siyuan ujian karya hu Shijie.

 hu Shijie diperkirakan lahir pada tahun 126 di an-Shan. Tidak ada informasi mengenai ri ayat hidup hu Shijie ini. amun, beliau telah menulis dua buku matematika, yaitu *uanxue imen* dan *iyuan u ian*. Suan ue imeng (*ntroduction to athematical tudies*) ditulis oleh hu Shijie pada tahun 12 . Buku ini merupakan buku matematika untuk pemula dan berisi 26 permasalahan matematika. Buku ini telah diterjemahkan ke dalam bahasa Korea pada tahun 1433 dan bahasa epang pada tahun 165 .

Adapun Siyuan ujian (*recious irror o the our lements*) ditulis pada tahun 13 3. Buku ini merupakan buku matematika tingkat lanjut. Pada buku ini, terdapat 2 permasalahan matematika yang terbagi menjadi 24 bab, termasuk mengenalkan segitiga yang mirip segitiga Pascal ini. hu Shijie diperkirakan meninggal sekitar tahun 132 .

angkuman

1. Bentuk aljabar adalah bentuk penulisan yang merupakan kombinasi antara koefisien dan variabel.
2. Suatu suku dapat dijumlahkan atau dikurangkan jika suku tersebut sejenis. Suku sejenis adalah suku yang variabelnya sama dan pangkat dari variabel tersebut juga sama.
3. Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan adalah sebagai berikut.
   a. $a(m + n) = am + an$
   b. $(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$
4. Perpangkatan p^n dapat dituliskan sebagai berikut.

   $$p^n = \underbrace{p \times p \times p \times \ldots \times p}_{n \text{ faktor}}$$

   $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
   $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
   $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
   $(x + y + \ )^2 = x^2 + y^2 + \ ^2 + 2xy + 2x \ + 2y$
5. Faktorisasi bentuk $x^2 \pm 2xy + y^2$ adalah sebagai berikut.
   a. $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
   b. $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$
6. Faktorisasi bentuk selisih dua kuadrat adalah $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.

. Faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a = 1$ adalah $x^2 + bx + c = (x + p)(x + \ )$, dengan $b = p + \ $ dan $c = p \times \ $.

. Faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$ adalah $x^2 + bx + c = (a_1x + b_1)(a_2x + b_2)$, dengan $a_1 \cdot a_2 = a$,
$(a_1 \cdot b_2) + (a_2 \cdot b_1) \ \ b$, dan
$b_1 \cdot b_2 = c$

. ara untuk melakukan pembagian pecahan bentuk aljabar sama seperti pembagian pecahan biasa, yaitu $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

1 . Langkah-langkah untuk menyederhanakan pecahan bersusun adalah sebagai berikut.
   a. Tentukan KPK penyebut setiap komponen pecahan bersusun tersebut.
   b. Kalikan pembilang dan penyebut pecahan bersusun tersebut sehingga pembilang dan penyebutnya tidak lagi berbentuk pecahan.

Soal Akhir Bab I

A. Pilihlah ja aban yang tepat pada soal soal berikut.

1. Bentuk $(3a - 5)(4a + \ )$ dapat dijabarkan menjadi ....
a. $12a^2 - 41a - 35$
b. $12a^2 + 41a - 35$
c. $12a^2 - a - 35$
d. $12a^2 + a - 35$

2. Bentuk $(5x - 2)^2$ dapat disederhanakan menjadi ....
a. $25x^2 + 2\ x + 4$
b. $25x^2 - 2\ x + 4$
c. $25x^2 - 2\ x - 4$
d. $25x^2 + 2\ x - 4$

3. Bentuk $3x^2 - 25x + 2$ dapat difaktorkan menjadi ....
a. $(x + 4)(3x - \ )$
b. $(x - \ )(3x - 4)$
c. $(x - 4)(3x - \ )$
d. $(x - \ )(3x + 4)$

4. Bentuk $x^2 - 25$ dapat difaktorkan menjadi ....
a. $(x - 25)(x - 1)$
b. $(x - 25)(x + 1)$
c. $(x - 5)(x - 5)$
d. $(x - 5)(x + 5)$

5. Bentuk $\ p^2 - 16$ dapat difaktorkan menjadi ....
a. $\ p + 4)(p - 4)$
b. $(\ p - 4)(p - 4)$
c. $(3p - 4)(3p + 4)$
d. $(3p - 4)(3p - 4)$

6. asil $(4y - 11)^2$ adalah ....
a. $16y^2 - 44y + 121$
b. $16y^2 - \ y + 121$
c. $y^2 - \ y + 121$
d. $y^2 - 44y + 121$

. Bentuk $\frac{4}{4}a^2 - \frac{12}{35}ab + \frac{}{25}b^2$ dapat difaktorkan menjadi ....
a. $\left(\frac{2}{}a - \frac{3}{5}b\right)^2$
b. $\left(\frac{2}{}a + \frac{3}{5}b\right)^2$
c. $\left(\frac{2}{5}a - \frac{3}{}b\right)^2$
d. $\left(\frac{2}{5}a + \frac{3}{}b\right)^2$

. Bentuk sederhana dari $\frac{12x + 6}{4x^2 - 1}$ adalah ....
a. $\frac{6}{2x + 1}$
b. $\frac{2}{2x + 1}$
c. $\frac{6}{2x - 1}$
d. $\frac{2}{2x - 1}$

. asil dari $\frac{1}{\ + 5} - \frac{\ + 2}{2\ ^2 + \ \ - 15}$ adalah ....
a. $\frac{1}{2\ - 3}$
b. $\frac{1}{2\ - 5}$
c. $\frac{\ - 5}{2\ ^2 + \ \ - 15}$
d. $\frac{\ - 3}{\ + 5}$

1 . asil dari $\frac{\ - 3}{\ + 2} + \frac{\ - 2}{\ + 3}$ adalah ....
a. $-\frac{13}{\ ^2 + 5\ + 6}$
b. $\frac{\ ^2 - 13}{2\ ^2 + 5\ + 6}$

c. $\dfrac{2\ ^{2} - 13}{^{2} + 5\ + 6}$

d. $\dfrac{2\ ^{2} - 13}{^{2} + 5\ - 6}$

11. Bentuk sederhana dari

$\dfrac{2p}{2p +} - \dfrac{}{2p -}$ adalah ....

a. $\dfrac{4p^2 + 4p - \ ^2}{4p^2 - \ ^2}$

b. $\dfrac{4p^2 - 4p - \ ^2}{4p^2 - \ ^2}$

c. $\dfrac{4p^2 - 4p + \ ^2}{4p^2 - \ ^2}$

d. $\dfrac{4p^2 + 4p + \ ^2}{4p^2 - \ ^2}$

12. Bentuk sederhana dari

$\dfrac{5}{2a + 2b} - \dfrac{4}{3a + 3b}$ adalah ....

a. $\dfrac{}{6(a + b)}$

b. $\dfrac{6}{(a + b)}$

c. $\dfrac{5}{(a + b)}$

d. $\dfrac{}{5(a + b)}$

13. Bentuk sederhana dari $\dfrac{\frac{1}{2y} + \frac{1}{2}}{4y^2 - 4\ ^2}$

adalah ....

a. $\dfrac{-1}{^2 - y^2}$

b. $\dfrac{1}{y^2 - y\ ^2}$

c. $\dfrac{-2}{^2 - y^2}$

d. $\dfrac{1}{y^2 - y\ ^2}$

14. Bentuk sederhana $\dfrac{\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}}{\frac{1}{xy} - \frac{1}{y^2}}$ adalah ....

a. $\dfrac{x^3y + y^4}{x - y}$

b. $\dfrac{x^2y^2 + xy^3}{x - y}$

c. $\dfrac{x^3y + y^4}{y - x}$

d. $\dfrac{x^2y^2 + xy^3}{y - x}$

15. Bentuk sederhana dari $\dfrac{-\frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} + 3}{-\frac{4}{x^2} + 1}$

adalah ....

a. $\dfrac{3x - 1}{x - 2}$

b. $\dfrac{3x + 2}{x - 2}$

c. $\dfrac{3x + 1}{x + 2}$

d. $\dfrac{3x - 2}{x + 2}$

16. Panjang dua sisi sebuah segitiga berturut-turut adalah $(x + a)$ cm dan $(3x - 2a)$ cm. Keliling segitiga tersebut adalah $2(2x + a)$ cm. Panjang sisi ketiga segitiga tersebut adalah ....

a. $3x$ cm

b. $3a$ cm

c. $3x - a$ cm

d. $x - 3a$ cm

1 . Sebidang tanah berbentuk persegi panjang. ika panjang tanah tersebut ditambah 3 m dan lebarnya dikurangi 2 m maka luas tanah tersebut 2 m². Ukuran tanah mula-mula adalah ... (Petunjuk: Misalnya, p = panjang dan l = lebar)

a. p = 2 m dan l = m

b. p = 23 m dan l = 15 m

c. p = 22 m dan l = 1 m

d. p = 25 m dan l = 12 m

1 . Sisi dua persegi dan berturut-turut adalah 16 cm, 25 cm dan 3, 5 cm. Selisih luas kedua persegi tersebut adalah ....

a. 245 cm²

b. 25 cm²

c. 255 cm²

d. 26 cm²

1 . asil dari $3^{2} - 16^2 + 34^2 - 11^2$ adalah ....

a. 46 c. 64

b. 23 d. 32

2 . Pak ahya membeli jeruk, apel, dan salak sebanyak 12 kg. eruk yang dibeli Pak ahya 2 kg lebih berat daripada apel dan 1 kg lebih berat daripada berat salak yang dibelinya. Berat jeruk, apel, dan salak yang dibeli Pak ahya berturut-turut adalah ....
(Petunjuk: misalnya, = berat jeruk, a = berat apel, dan s = berat salak dalam kg)

a. $= 3$, $a = 4$, $s = 5$

b. $= 5$, $a = 4$, $s = 3$

c. $= 4$, $a = 3$, $s = 5$

d. $= 5$, $a = 3$, $s = 4$

B. Kerjakanlah soal soal berikut dengan benar.

1. Tita akan berangkat dari kota ke kota . Ia akan singgah di kota yang terletak di antara kota dan . arak kota ke kota 62 km. arak kota ke kota tiga kali jarak kota ke kota . Tita ingin mengetahui jarak dari kota ke kota dan jarak dari kota ke kota . Dapatkah kamu membantu Tita?

2. umlah umur ayah dan ibu tahun. Ibu lebih muda 2 tahun dari ayah. Tahun depan, dua kali lipat umur ibu adalah tahun. Berapakah umur ayah dan ibu?

3. alih mengikuti suatu perlombaan berenang dan berlari. arak yang harus ditempuh dengan berenang adalah 3 km dan jarak yang harus ditempuh dengan berlari adalah 2 km. alih berenang dengan kecepatan 4 km/jam dan berlari dengan kecepatan km/jam. Berapa lama alih menyelesaikan perlombaan itu?

4. Ibu ida membeli singkong dengan harga p1. , /kg dan jagung dengan harga p3. , /kg. umlah singkong dan jagung yang dibeli Ibu ida adalah 6 kg. Berat jagung yang dibeli Ibu ida setengah dari berat singkong yang dibelinya. Tentukan total harga singkong dan jagung yang dibeli Ibu ida.

5. Sebuah mobil memerlukan aktu dua jam untuk menempuh perjalanan dari kota ke kota . Adapun truk memerlukan tiga jam untuk menempuh perjalanan yang sama. Mobil melaju 1 km/jam lebih cepat daripada truk. Tentukan jarak kota ke kota .

Tahukah kamu nama-nama provinsi di Indonesia? oba kamu pilih lima di antaranya. Kemudian, sebutkan pula nama ibu kota setiap provinsi yang telah kamu pilih tadi. ubungan antara provinsi dan ibu kotanya merupakan contoh relasi. Adakah provinsi dengan ibu kota lebih dari satu?

Sumber: *www.crut .com*

Sumber: *www.indomerapi.com*

Bab II

elasi dan Fungsi

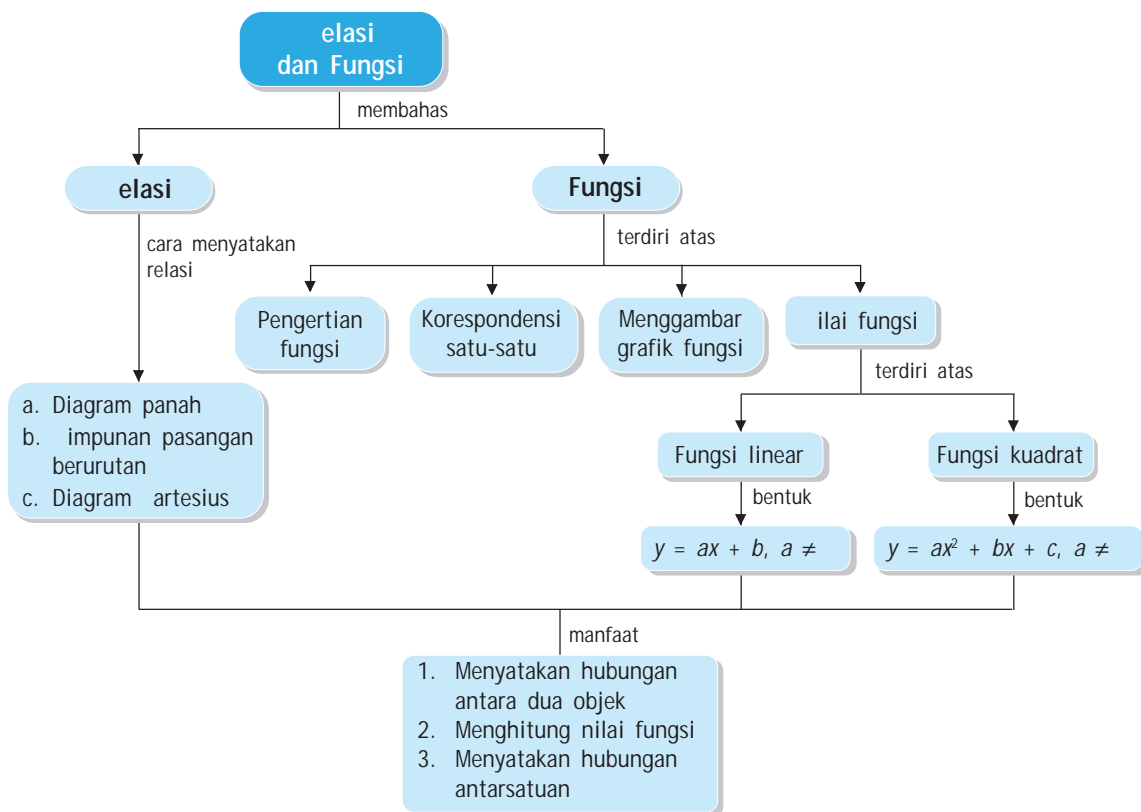
Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. memahami pengertian relasi dan fungsi,
b. menyatakan relasi dalam bentuk diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram artesius, serta
c. merumuskan fungsi dan menggambarkan grafiknya, dan menentukan nilai suatu fungsi.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini?

A. elasi
B. Fungsi
C. ilai Fungsi

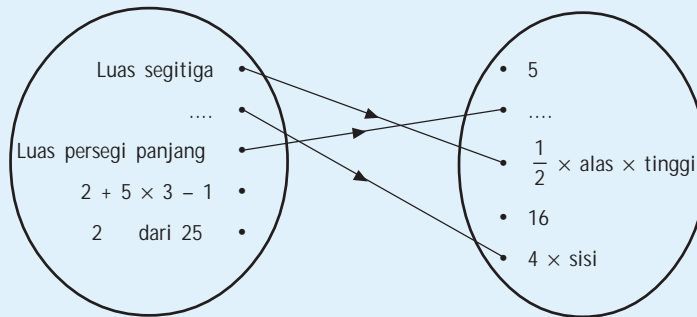
Peta Konsep

Kata Kunci

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- relasi
- fungsi
- diagram panah
- himpunan pasangan berurutan
- diagram artesius
- korespondensi satu-satu

Uji Prasyarat

Sebelum membahas materi relasi dan fungsi, coba kamu kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu.

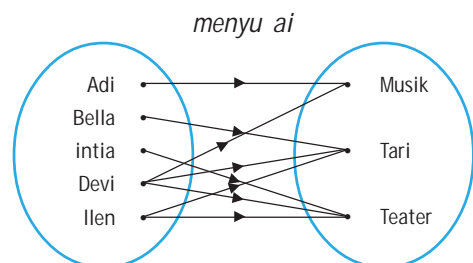
1. isalnya, A adalah himpunan bilangan bulat antara –6 dan 7. Tentukanlah anggota-anggota A.
2. Dapatkah kamu menerka hubungan antara himpunan = {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} dan himpunan = {12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}?
3. Lengkapilah diagram berikut pada buku latihanmu.

A. elasi

Lima siswa ditanyai tentang kegiatan ekstrakurikuler yang mereka suka. Nama kelima anak tersebut adalah Adi, Bella, Cintia, De i, dan llen. Adapun kegiatan ekstrakurikuler yang tersedia adalah seni musik, seni tari, dan seni teater. Ternyata, Adi dan De i menyukai seni musik. Bella, De i, dan llen menyukai seni tari. Adapun Cintia, De i, dan llen menyukai seni teater. Dapatkah kamu membuat sebuah diagram yang menyatakan hubungan antara nama siswa dan kegiatan ekstrakurikuler yang mereka gemari? Pelajari uraian berikut.

1. Pengertian elasi

Kamu telah mengetahui bahwa Adi dan De i menyukai seni musik. Bella, De i, dan llen menyukai seni tari. Adapun Cintia, De i, dan llen menyukai seni teater. Bentuklah olehmu himpunan = {Adi, Bella, Cintia, De i, llen} dan himpunan = {musik, tari, teater}. Kamu dapat membuat hubungan antara anggota himpunan dan anggota himpunan . Hubungan tersebut dinamakan *relasi*.

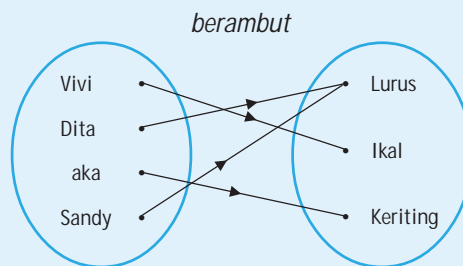
elasi yang terdapat antara anggota-anggota himpunan , yaitu nama siswa dan himpunan , yaitu kegiatan ekstrakurikuler adalah relasi *menyukai* . Untuk lebih jelasnya, perhatikan diagram di samping.

elasi dari himpunan ke himpunan adalah suatu aturan yang memasangkan anggota-anggota himpunan ke anggota-anggota himpunan .

Adi dipasangkan dengan musik karena Adi menyukai kegiatan ekstrakurikuler seni musik. Bella dipasangkan dengan seni tari karena Bella menyukai kegiatan ekstrakurikuler seni tari. Kegiatan ekstrakuriler apa yang disukai oleh Cintia, De i, dan llen?

Pada diagram relasi tersebut, setiap anggota himpunan dapat dipasangkan dengan satu atau beberapa anggota himpunan . Akan tetapi, dapat juga terjadi ada anggota himpunan yang tidak mempunyai pasangan pada himpunan .

Contoh Soal 2.1

Diketahui himpunan A dan B sebagai berikut.
A = {Vi i, Dita, aka, Sandy}
B = {Lurus, Ikal, Keriting}
Bentuklah relasi *berambut* jika diketahui Vi i berambut ikal, Dita dan Sandy berambut lurus, serta aka berambut keriting.

Penyelesaian :
Buatlah diagram yang menunjukkan relasi antara himpunan A dan himpunan B seperti berikut.

Latihan 2.1

Buatlah diagram panah dari relasi-relasi berikut.

1. A = {2, 6, 10, 14} ke B = {1, 3, 5, 7} dengan relasi *dua kalinya dari*.
2. A = {2, 4, 6} ke B = {4, 8} dengan relasi *setengah kalinya dari* .
3. A = {2, 4, 7, 8} ke B = {1, 3, 6, 7} dengan relasi *dua kalinya dari*.
4. P = {2, 3, 5, 6} dan = {4, 5, 6, 7, 8} dengan relasi *dua kurangnya dari* .
5. = {1, 2, 3, 4} dan = {1, 4, 9, 25} dengan relasi *akar kuadrat dari*.

2. Cara Menyatakan elasi

Pada uraian sebelumnya, kamu telah mengenal cara menyatakan relasi dengan menggunakan diagram. Diagram tersebut dinamakan *diagram panah*. Selain diagram panah, relasi dapat juga dinyatakan dengan menggunakan himpunan pasangan berurutan dan diagram Cartesius.

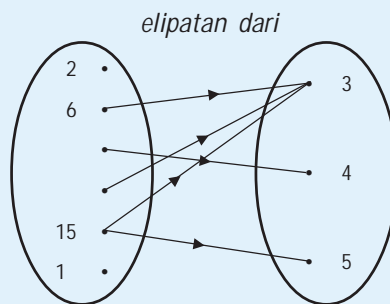
a. iag am Pana

Diagram panah merupakan cara yang paling mudah untuk menyatakan relasi. Kamu telah mengenal cara menyatakan relasi dengan diagram panah pada uraian-uraian sebelumnya.

Contoh Soal 2.2

Diketahui A = {2, 6, 8, 9, 15, 17} dan B = {3, 4, 5}. Nyatakanlah hubungan dari himpunan A ke himpunan B sebagai relasi *kelipatan dari* dengan menggunakan diagram panah.

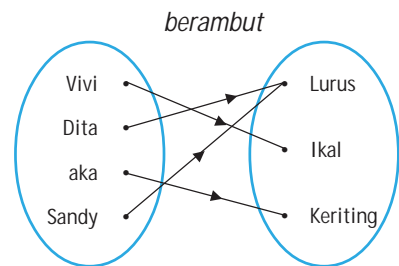
Penyelesaian :

elasi dari himpunan A ke himpunan B apabila kamu gambarkan dalam bentuk diagram panah akan menjadi seperti berikut.

b. im unan Pa angan e u u an

Perhatikan kembali diagram panah di samping. elasi *berambut* yang dinyatakan dalam diagram panah tersebut dapat pula kamu nyatakan dengan cara himpunan pasangan berurutan.

berambut
Vivi
Dita
aka
Sandy
Lurus
Ikal
Keriting

Perhatikanlah bahwa

Vi i $\rightarrow$ ikal   aka $\rightarrow$ keriting
Dita $\rightarrow$ lurus   Sandy $\rightarrow$ lurus

Kamu akan memperoleh himpunan pasangan berurutan dari kedua himpunan tersebut adalah {(Vi i, ikal), (Dita, lurus), (aka, keriting), (Sandy, lurus)}. Penulisan (Vi i, ikal) akan berbeda maknanya dengan penulisan (ikal, Vi i). Apakah perbedaannya? Coba diskusikan dengan temanmu.

Contoh Soal 2.3

elasi dari himpunan P ke himpunan dinyatakan dalam bentuk himpunan pasangan berurutan {(1, 1), (4, 2), (9, 3), (16, 4), (25, 5), (36, 6)}. Tentukanlah anggota-anggota himpunan P dan himpunan . Kemudian, tentukan pula relasi dari himpunan P ke himpunan tersebut.

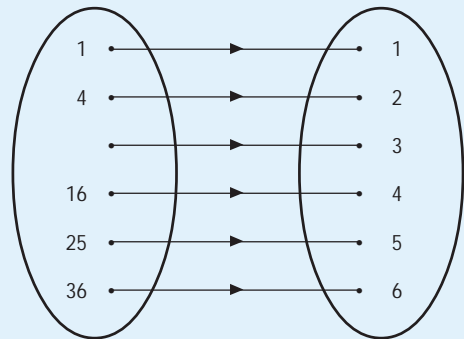
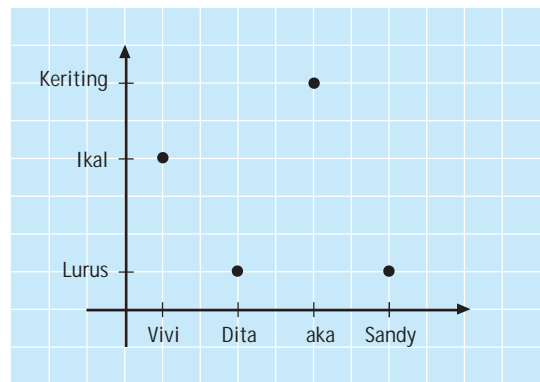
Penyelesaian

Untuk memudahkanmu, ubahlah bentuk himpunan pasangan berurutan tersebut menjadi bentuk diagram panah terlebih dahulu.

{(1, 1), (4, 2), (9, 3), (16, 4), (25, 5), (36, 6)}

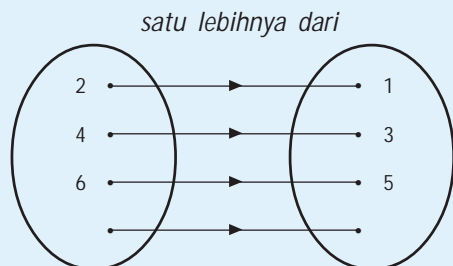
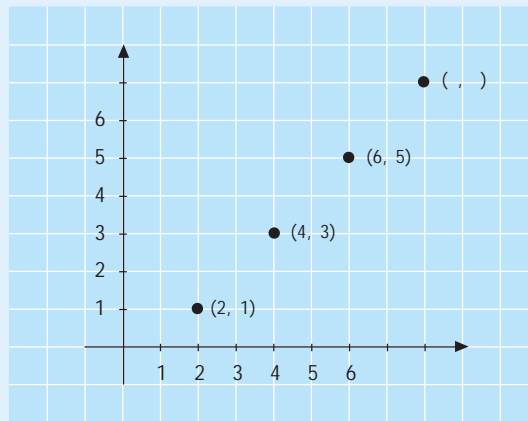
1 ⟶ 1
4 ⟶ 2
9 ⟶ 3
16 ⟶ 4
25 ⟶ 5
36 ⟶ 6

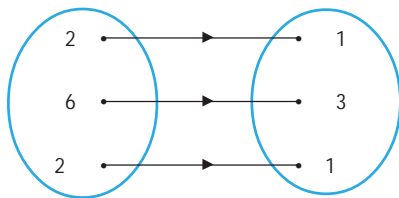
Terlihat bahwa P = {1, 4, 9, 16, 25, 36} dan = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. elasi dari himpunan P ke himpunan adalah relasi *kuadrat dari*.

. iag am a e iu

Selain dengan cara diagram panah dan himpunan pasangan berurutan, relasi juga dapat dinyatakan dalam bentuk diagram Cartesius. Coba kamu ingat kembali himpunan pasangan berurutan {(Vi i, ikal), (Dita, lurus), (aka, keriting), (Sandy, lurus)} dengan relasi *berambut* . Apabila kamu gambarkan himpunan pasangan berurutan tersebut dalam bentuk diagram Cartesius maka akan menjadi seperti gambar di samping.

Contoh Soal 2.4

Buatlah diagram Cartesius dari himpunan = {2, 4, 6, 8} dan = {1, 3, 5, 7} dengan relasi *satu lebihnya dari* .

Penyelesaian

Untuk memudahkanmu membuat relasi, coba kamu gambarkan diagram panahnya terlebih dahulu.

Himpunan pasangan berurutan dari relasi tersebut adalah {(2, 1), (4, 3), (6, 5), (8, 7)}. Dengan demikian, diagram Cartesius dari relasi tersebut adalah

Latihan 2.2

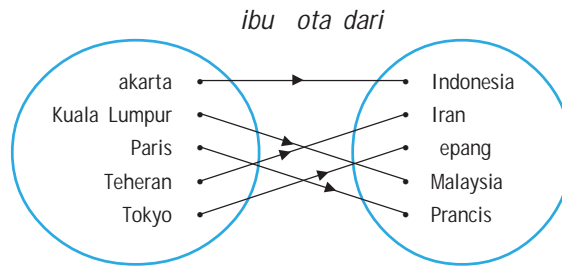
1. Perhatikanlah diagram panah berikut.

Sebutkan relasi yang terbentuk dari himpunan A ke himpunan B pada diagram panah tersebut.

2. Buatlah diagram panah yang menunjukkan hubungan dari himpunan A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} ke himpunan B = {2, 4, 5, 6, 8, 10} dengan relasi-relasi sebagai berikut.
   a. Tiga kurangnya dari
   b. Dua kali dari
   c. Setengah dari
   d. Kelipatan dari
   e. Dua lebihnya dari
3. Diketahui himpunan = {1, 2, 3, 5} dan himpunan = {3, 4, 5, 6}. Nyatakanlah relasi dari himpunan ke himpunan sebagai relasi *faktor dari* dalam bentuk himpunan pasangan berurutan.
4. Buatlah diagram Cartesius dari relasi-relasi berikut.
   a. = {2, 4, 6} ke himpunan = {1, 2, 3, 4} dengan relasi *kelipatan dari* .
   b. A = {1, 2, 3, 4} ke himpunan B = {1, 2, 4, 6, 8} dengan relasi *setengahnya dari* .
   c. P = {5, 7, 8} ke himpunan = {7, 9, 10} dengan relasi *kurangnya dua dari* .
5. Hasil ulangan matematika Agil, Nila, ini, Vina, dan Adit berturut-turut 8, 7, 6, 9, dan 8. Buatlah diagram Cartesius dari himpunan A = {Agil, Nila, ini, Vina, Adit} ke himpunan B = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

B. Fungsi

Pada uraian ini, akan dibahas suatu relasi khusus yang dinamakan *fungsi* . Apakah pengertian fungsi? Kemudian, mengapa fungsi dinamakan relasi yang khusus? Pelajarilah uraian berikut dengan baik agar kamu mendapatkan jawabannya.

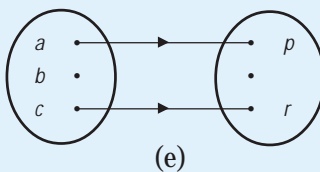
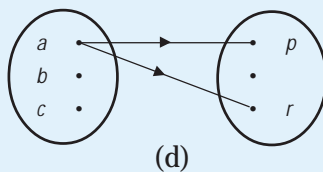
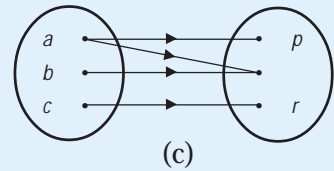
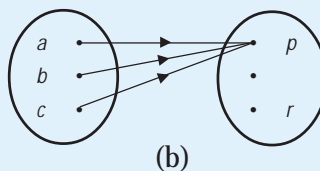
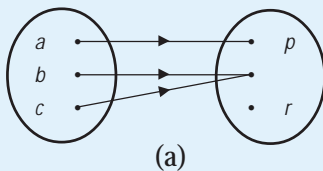
1. Pengertian Fungsi

isalnya, himpunan A = {Jakarta, Kuala Lumpur, Paris, Teheran, Tokyo} dan himpunan B = {Indonesia, Iran, Jepang, alaysia, Prancis}. Kamu dapat membuat relasi *ibu kota dari* dari himpunan A ke himpunan B. Perhatikan diagram panah berikut.

Pada diagram tersebut, terlihat bahwa relasi dari A ke B memiliki sifat-sifat sebagai berikut.

- Setiap anggota A mempunyai *kawan* di B.
- Tidak ada anggota A yang mempunyai kawan lebih dari satu di B.

Suatu relasi yang memenuhi kedua sifat tersebut merupakan relasi khusus yang dinamakan *fungsi* .

Fungsi atau pemetaan dari himpunan ke himpunan adalah relasi khusus yang memasangkan setiap anggota dengan *tepat satu* anggota .

Contoh Soal 2.5

anakah di antara diagram panah berikut yang menunjukkan pemetaan

(a) (b) (c)

(d) (e)

Penyelesaian

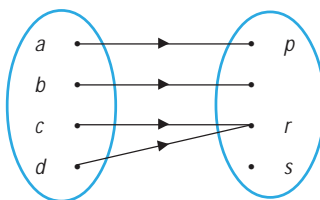
a. Diagram panah tersebut menyatakan fungsi (pemetaan) karena setiap anggota A mempunyai tepat satu kawan di B.

b. Diagram panah tersebut menyatakan fungsi (pemetaan) karena setiap anggota A mempunyai tepat satu kawan di B.

c. Diagram panah tersebut *tidak menyatakan* fungsi karena terdapat $a \in A$ yang mempunyai kawan lebih dari satu di B.

d. Diagram panah tersebut *tidak menyatakan* fungsi karena
   terdapat $a \in A$ yang mempunyai kawan lebih dari satu di B.
   terdapat anggota A yang tidak mempunyai kawan di B, yaitu b dan c.

e. Diagram panah tersebut *tidak menyatakan* fungsi karena terdapat $b \in A$ yang tidak mempunyai kawan di B.

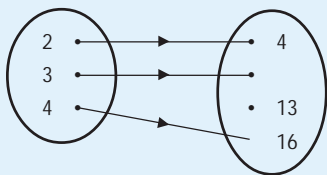
Pada fungsi, dikenal beberapa istilah, antara lain *daerah asal* (domain), *daerah kawan* (kodomain), dan *daerah hasil* (range). Perhatikanlah diagram panah berikut.

- $A = \{a, b, c, d\}$ dinamakan *daerah asal* (domain).
- $B = \{p, \ , r, s\}$ dinamakan *daerah kawan* (kodomain).
- $\{p, \ , r\}$, dinamakan *daerah hasil* (range), yaitu anggota-anggota himpunan B yang mempunyai kawan di himpunan A.

Perhatikan kembali diagram panah tersebut. Pada diagram panah tersebut terlihat bahwa

- a dipasangkan dengan p, ditulis $a \to p$ dan dibaca a dipetakan ke p . p dinamakan *bayangan* dari a.
- b dipasangkan dengan , ditulis $b \to$ dan dibaca b dipetakan ke . dinamakan bayangan dari b.
- c dipasangkan dengan r, ditulis $c \to r$ dan dibaca c dipetakan ke r . r dinamakan bayangan dari c.
- d dipasangkan dengan r, ditulis $d \to r$ dan dibaca d dipetakan ke r . r dinamakan bayangan dari d.

Pada dasarnya, fungsi (pemetaan) merupakan sebuah relasi. leh karena itu, fungsi dapat dinyatakan dalam bentuk diagram panah, himpunan pasangan berurutan, atau pun diagram Cartesius.

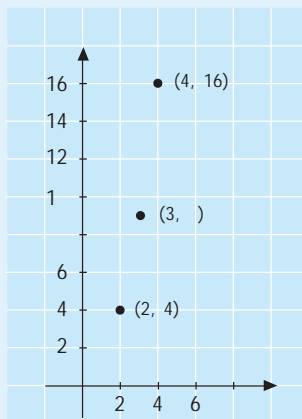
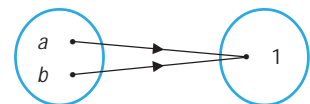
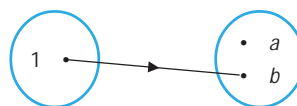
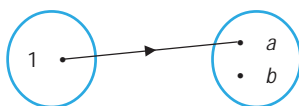
Contoh Soal 2.6

Perhatikan fungsi yang dinyatakan dengan diagram panah berikut.

a. Tentukan domain, kodomain, dan range fungsi tersebut.
b. Buatlah himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut.
c. Buatlah diagram Cartesius dari fungsi tersebut.

Penyelesaian

a. Domain fungsi tersebut adalah P = {2, 3, 4}
Kodomain fungsi tersebut adalah = {4, 9, 13, 16}
ange fungsi tersebut adalah {4, 9, 16}

b. Himpunan pasangan berurutan fungsi tersebut adalah {(2, 4), (3, 9), (4, 16)}.

c. Diagram Cartesius fungsi tersebut adalah sebagai berikut.

isalnya, banyaknya anggota P adalah $n(P)$ dan banyaknya anggota adalah $n($). Dapatkah kamu menentukan banyaknya pemetaan dari P ke ? Dapatkah kamu menentukan juga banyaknya pemetaan dari ke P? isalnya, himpunan P = {a, b} dan himpunan = {1}. Banyaknya pemetaan yang mungkin dari P ke ada satu cara seperti tampak pada gambar di samping.

Adapun banyaknya pemetaan yang mungkin dari ke P ada dua cara, seperti tampak pada gambar berikut.

Adakah cara yang lebih mudah untuk menentukan banyaknya pemetaan selain dengan cara menggambar?

Eksplorasi 2.1

Tujuan:

Menentukan banyaknya pemetaan dari dua himpunan.

Kegiatan:

Lengkapilah tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 2.1

im unan		*n(P)*	*n( )*	*anyak Peme aan*	
P				*a i P ke*	*a i ke P*
a b	1	2	1	...	2
a b	1, 2	...	...	2^2	...
a b c	1, 2	...	...	...	3^2

Pertanyaan:

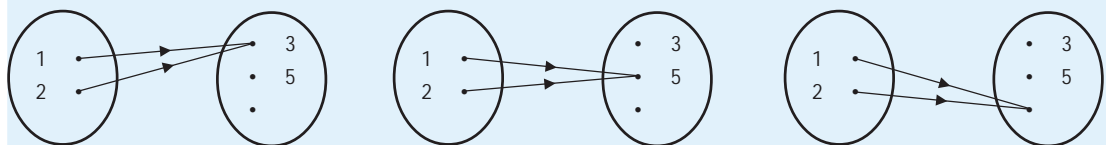
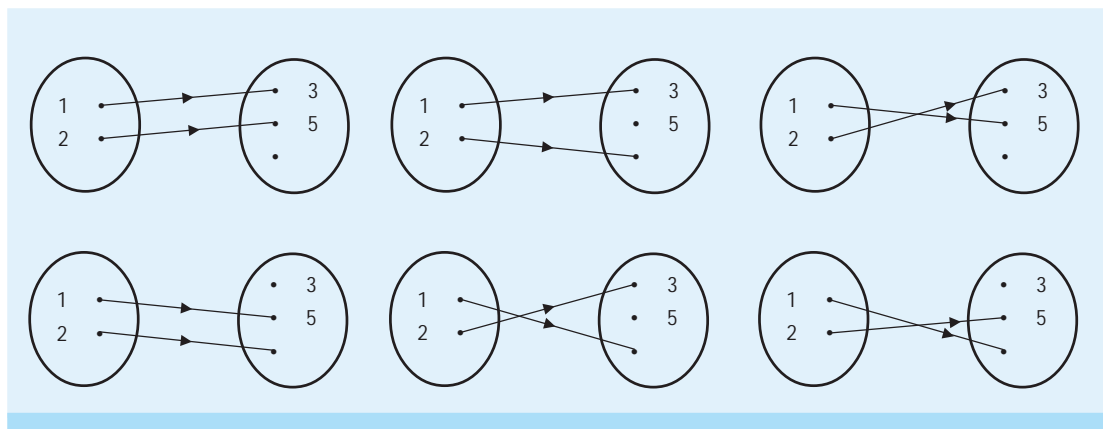
1. Dapatkah kamu menemukan cara untuk mengetahui banyaknya pemetaan dari ke atau pun dari ke ?
2. ika banyaknya himpunan adalah *x* dan banyaknya himpunan adalah *y* maka berapakah banyaknya pemetaan dari ke ? Begitu pula sebaliknya, berapakah banyaknya pemetaan dari ke ?

ika banyaknya himpunan adalah $n(\ )$ dan banyaknya himpunan adalah $n(\ )$ maka:
- banyak pemetaan dari ke adalah $n(\ )^{n(\ )}$
- banyak pemetaan dari ke adalah $n(\ )^{n(\ )}$.

Contoh Soal 2.

isalnya, himpunan $A = \{1, 2\}$ dan himpunan $B = \{3, 5, 7\}$. Tentukan banyaknya pemetaan yang mungkin dari A ke B.

Penyelesaian

leh karena $n(A) = 2$ dan $n(B) = 3$ maka banyaknya pemetaan yang mungkin dari A ke B adalah $\{n(B)\}^{n(A)} = 3^2 = 9$. Pemetaan tersebut adalah sebagai berikut.

Latihan 2.3

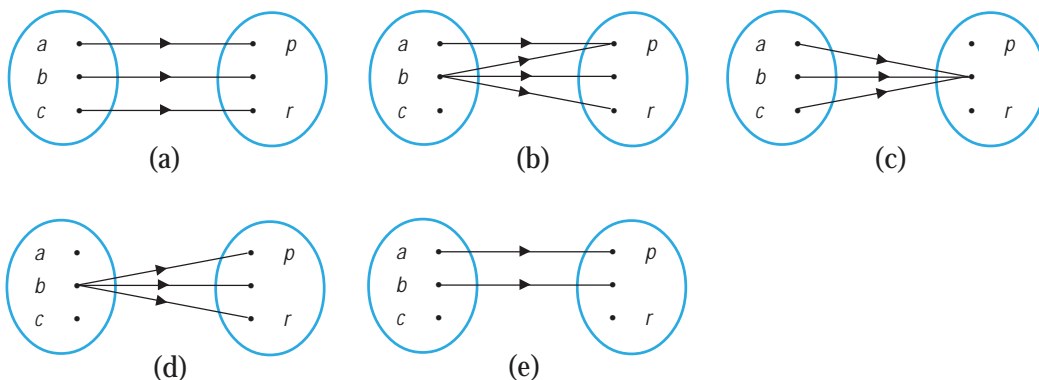
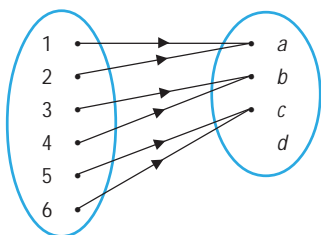
1. anakah di antara diagram panah berikut yang menyatakan pemetaan?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

2. anakah di antara himpunan pasangan berurutan berikut yang merupakan fungsi? Berikan alasanmu.
   a. {0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)}
   b. {(–1, 1), (–1, 0), (0, 1), (1, 2), (1, 3)}
   c. {(2, 4), (3, 5), (4, 4), (5, 5), (6, 2)}
3. Perhatikan diagram panah dari fungsi berikut.

   a. Tentukan domain, kodomain, dan range dari fungsi tersebut.
   b. Buatlah himpunan pasangan berurutan fungsi tersebut.
   c. Buatlah diagram Cartesius fungsi tersebut.

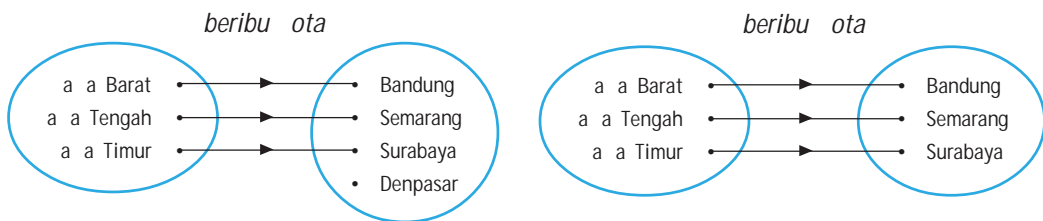
4. Diberikan himpunan A = {1, 2, 3, 4} dan himpunan B = {2, 3, 4, 5, 6}
   a. ambarkan fungsi satu kurang dari dari himpunan A ke himpunan B dengan diagram panah.
   b. Tentukan domain, kodomain, dan range dari fungsi tersebut.
5. Tentukan dan gambarkan seluruh pemetaan yang mungkin dari himpunan ke himpunan P jika diketahui $n(P)$ = 2 dan $n($ $)$ = 3.

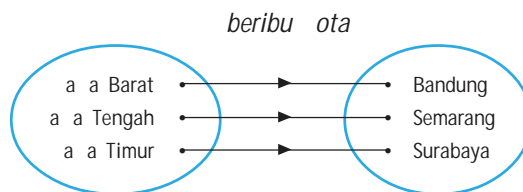
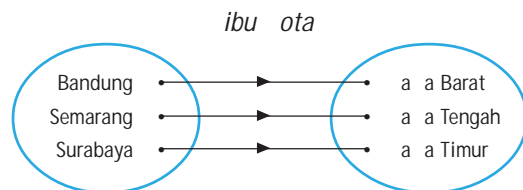
---

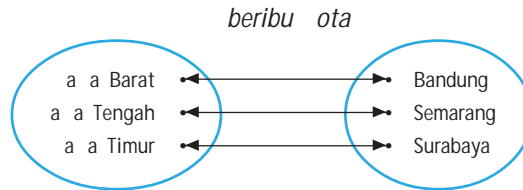
2. Korespondensi (Perka anan) Satu Satu

Kamu telah memahami pengertian fungsi (pemetaan) pada uraian sebelumnya. Pada uraian berikut, kamu akan mempelajari suatu pemetaan yang dinamakan *korespondensi satu-satu*. Apakah pengertian korespondensi satu-satu?

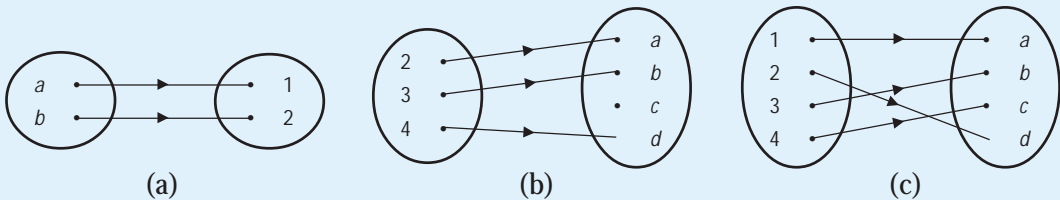
a. Penge ian e nden i Sa u Sa u

Perhatikan dua diagram panah fungsi berikut.

Perhatikan olehmu anggota-anggota himpunan A, B, P, dan . Adakah perbedaan yang kamu temukan? Perbedaan yang kamu temukan terletak pada anggota-anggota B dan . Pada himpunan B, terdapat anggota bernama *enpasar*. Akan tetapi, kamu tidak menemukan anggota dengan nama Denpasar pada himpunan .

Sekarang, perhatikan kembali pemetaan dengan relasi *beribu kota* berikut.

Pada pemetaan tersebut, setiap anggota P hanya dapat dipasangkan dengan *tepat satu* anggota . Apakah setiap anggota pun hanya dapat dipasangkan dengan tepat satu anggota P? Perhatikan pemetaan berikut.

Ternyata, setiap anggota pun hanya dapat dipasangkan dengan tepat satu anggota P. Pemetaan dengan sifat seperti itu dinamakan *korespondensi satu-satu* dan digambarkan dengan tanda panah dua arah seperti pada gambar berikut.

beribu ota

ika setiap anggota himpunan dipasangkan dengan tepat satu anggota himpunan dan setiap anggota himpunan dipasangkan dengan tepat satu anggota himpunan maka dikatakan bah a himpunan *ber orespondensi satu satu* dengan himpunan . adi, $n(\ )$ harus sama dengan $n(\ )$.

Contoh Soal 2.

anakah yang merupakan korespondensi satu-satu di antara relasi berikut

Penyelesaian

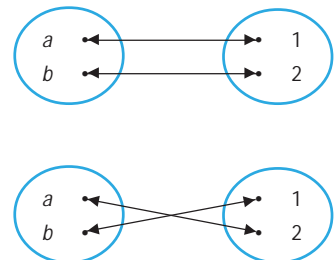
a. Diagram panah tersebut *menyatakan* korespondensi satu-satu.

b. Diagram panah tersebut *tidak menyatakan* korespondensi satu-satu karena $n(\ ) \neq n(\ )$.

c. Diagram panah tersebut *menyatakan* korespondensi satu-satu.

b. anyak e nden i Sa u Sa u

Kamu dapat menentukan banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi pada dua himpunan yang banyak anggotanya telah diketahui. isalnya, $A = \{a, b\}$ dan $B = \{1, 2\}$. Banyaknya korespondensi satu-satu antara A dan B ada dua seperti tampak pada gambar di samping.

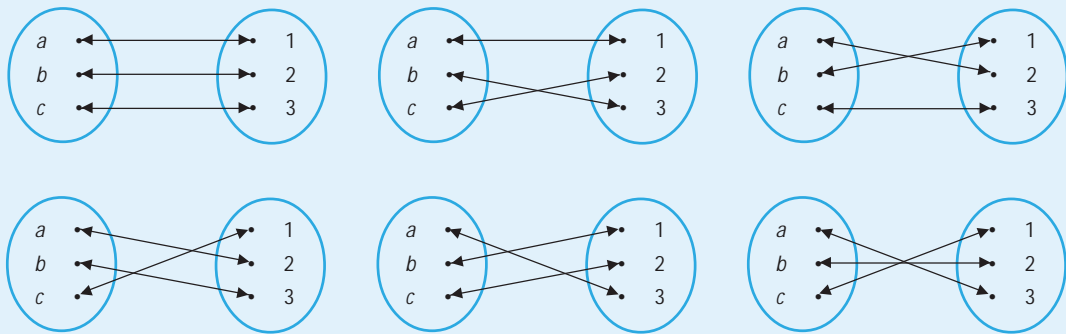
Apakah kamu menemukan hubungan antara banyaknya anggota himpunan dan banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi?

ika $n(\ ) = n(\ ) = n$ maka banyaknya korespondensi satu-satu antara dan adalah $n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$.

Contoh Soal 2.

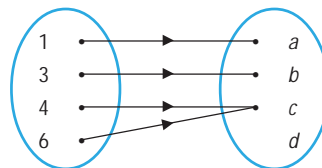
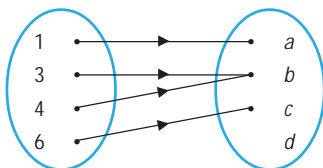
Tentukan banyaknya korespondensi satu-satu antara $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{1, 2, 3\}$. Kemudian, gambarkanlah semua diagram panahnya.

Penyelesaian

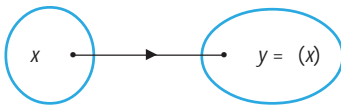
leh karena $n(A) = n(B) = 3$ maka banyaknya korespondensi satu-satu antara A dan B adalah $3 \times 2 \times 1 = 6$.

Diagram panahnya adalah sebagai berikut.

Latihan 2.4

1. anakah di antara pasangan himpunan berikut yang dapat berkorespondensi satu-satu?
   a. $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{a, b, c\}$
   b. = {alat indera manusia} dan = {huruf okal dalam abjad latin}
   c. = {nama bulan yang diakhiri huruf *i*} dan = {faktor prima dari 6}
   d. = {nama hari dalam seminggu yang diawali huruf *s*} dan = warna lampu lalu lintas}
   e. J = {faktor dari 12} dan = {nama hari dalam seminggu}
2. anakah yang menyatakan korespondensi satu-satu di antara fungsi-fungsi berikut?
   a. $\{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$
   b. $\{(4, a), (5, b), (6, c), (7, d), (8, e)\}$
   c. $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$
   d.

   e.

3. Tuliskan dua contoh korespondensi satu-satu dalam kehidupan sehari-hari.

4. Tentukan banyaknya korespondensi satu-satu antara
   a. $A = \{r, s, t, u, v\}$ dan $B = \{a, b, c, d, e\}$
   b. $A = \{2, 3, 4\}$ dan $B = \{c, d, e\}$
   c. $A = \{1, 4, 6, 7\}$ dan $B = \{b, c, d, e\}$
   d. $A = \{r, s, t, u\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$
   e. $A = \{s, t, u, v, x\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
5. Berapa banyak cara korespondensi satu-satu antara himpunan P dan himpunan jika diketahui $n(P) = n(\ \ ) = 9$?

3. Merumuskan Fungsi

Perhatikan diagram panah di samping. Diagram panah tersebut menunjukkan fungsi f dari P ke . Suatu fungsi biasanya dinyatakan dalam huruf kecil, misalnya f, g, dan h.

Fungsi f pada diagram panah tersebut memetakan setiap $x \in P$ ke $f(x) \in$, dinotasikan f $x \to f(x)$ dan dibaca fungsi f memetakan x ke $f(x)$. Bayangan x oleh fungsi f, yaitu $y = f(x)$, merupakan nilai f di x. Nilai $f(x)$ bergantung pada nilai x, sehingga ariabel x dinamakan *variabel bebas* dan ariabel y dinamakan *variabel bergantung* .

Perhatikan diagram panah di samping. Fungsi f pada diagram panah tersebut dapat ditulis dalam bentuk $f(x) = x^2$. Bentuk $f(x) = x^2$ dinamakan *rumus fungsi* .

Contoh Soal 2.1

Tentukan rumus fungsi untuk setiap fungsi berikut.
a. Fungsi f $x \to 2x - 3$, kemudian tentukanlah $f(3)$
b. Fungsi g $x \to \frac{x}{4}$, kemudian tentukanlah $g(-1)$
c. Fungsi h $x \to x^3 + 1$, kemudian tentukanlah $h(-2)$

Penyelesaian

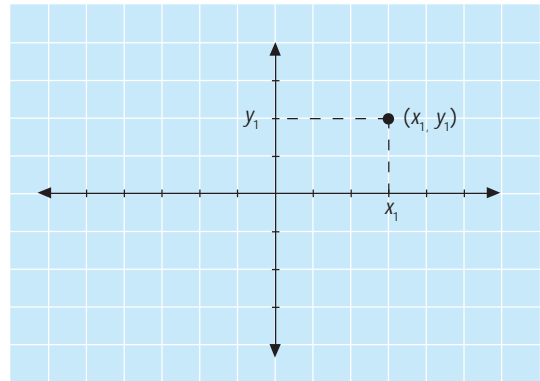
a. umus fungsi dari f $x \to 2x - 3$ adalah $f(x) = 2x - 3$.
   Nilai dari $f(3) = 2(3) - 3 = 6 - 3 = 3$
b. umus fungsi dari g $x \to \frac{x}{4}$ adalah $g(x) = \frac{x}{4}$.
   Nilai dari $g(-1) = \frac{-1}{4}$
c. umus fungsi dari h $x \to x^3 + 1$ adalah $h(x) = x^3 + 1$.
   Nilai dari $h(-2) = (-2)^3 + 1 = -8 + 1 = -7$

Latihan 2.5

1. Tentukan rumus fungsi berikut.
   a. $f : x \rightarrow 2x - 1$
   b. $f : x \rightarrow 3x + 4$
   c. $f : x \rightarrow x + 1$
   d. $f : x \rightarrow -2x - 1$
   e. $f : x \rightarrow -4x + 5$
2. Diketahui $f \quad x \rightarrow 3x + 1$. Tentukanlah
   a. rumus fungsi f
   b. nilai dari $f(-3)$, $f(-2)$, $f(0)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, dan $f(5)$.
3. Tentukan nilai fungsi untuk $x = 2$ dari fungsi $f(x) = 3x + 1$.
4. Tentukan nilai fungsi untuk $x = 8$ dari fungsi $g(x) = \frac{2x + 5}{2}$.
5. Fungsi p didefinisikan oleh rumus $p(x) = x^2 + bx + c$. Tentukanlah rumus fungsi $p(x)$ jika diketahui $p(1) = p(2)$ dan $p(-1) = -3$.

4. Menggambar Grafik Fungsi

Kamu telah mengetahui pada uraian sebelumnya bahwa terdapat tiga cara untuk menggambarkan suatu relasi, yaitu diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram Cartesius. Kali ini, kamu akan mengenal cara untuk menggambar grafik fungsi.

Bentuk $y = f(x)$ dinamakan persamaan fungsi. rafik fungsi pada koordinat Cartesius adalah himpunan titik yang merupakan himpunan pasangan berurutan $\{(x, y) \quad y = f(x), x \in \quad \}$ dengan adalah daerah asal (domain) fungsi f. Sistem koordinat Cartesius terdiri atas dua sumbu, yaitu sumbu dan sumbu seperti yang terlihat pada gambar di samping.

Pada gambar tersebut terlihat bahwa

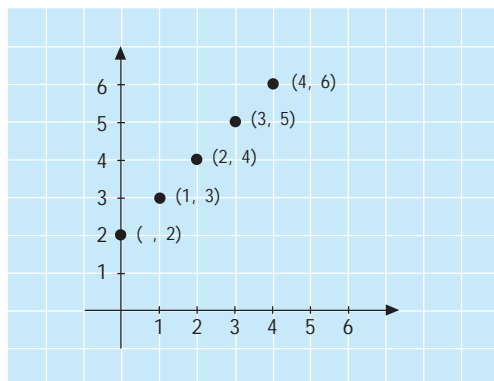
- sumbu mendatar (sumbu) merupakan sumbu yang menyatakan nilai x. Sumbu dinamakan juga *absis*.
- sumbu tegak (sumbu) merupakan sumbu yang menyatakan nilai dari $y = f(x)$. Sumbu dinamakan juga *ordinat*.
- titik (x_1, y_1) merupakan titik dengan absis x_1 dan ordinat $y = f(x_1)$.

Bagaimanakah cara untuk menggambarkan grafik fungsi pada koordinat Cartesius? Pelajari uraian berikut dengan baik.

isalnya, kamu akan menggambarkan grafik fungsi $f \quad x \rightarrow x + 2$ dari himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ke himpunan bilangan cacah. Untuk memudahkanmu, buatlah tabel pemetaan f seperti berikut.

Tabel 2.2

x		1	2	3	4
x		1	2	3	4
2	2	2	2	2	2
(x)	2	3	4	5	6
(x (x))	(, 2)	(1, 3)	(2, 4)	(3, 5)	(4, 6)

Kemudian, gambarlah grafik fungsi $f\ x \to x + 2$ berdasarkan pasangan berurutan yang telah kamu peroleh seperti pada gambar berikut.

leh karena grafik tersebut berada pada himpunan bilangan cacah maka grafik fungsi tersebut hanya berupa titik-titik (bukan berupa garis).

Contoh Soal 2.11

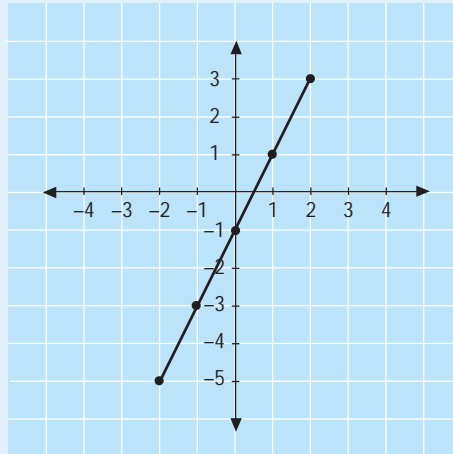
Buatlah tabel untuk pemetaan $h\ x \to 2x - 1$ dari himpunan $\{x\ \ -2 \le x \le 2, x \in\ \ \}$ ke himpunan bilangan real . Kemudian, gambarkan grafiknya.

Penyelesaian

Untuk memudahkanmu, pilihlah beberapa nilai x pada –2 _ x _ 2 dengan x bilangan bulat. Kemudian, buatlah tabel pemetaannya.

Tabel 2.3

x	–2	–1		1	2
2x	–4	–2		2	4
1	–1	–1	–1	–1	–1
(x)	–5	–3	–1	1	3
(x (x))	(–2, –5)	(–1, –3)	(, –1)	(1, 1)	(2, 3)

leh karena grafik tersebut terletak pada himpunan bilangan real maka grafik tersebut akan berupa garis seperti tampak pada gambar berikut.

Latihan 2.6

1. Diberikan fungsi f $x \to 2x + 4$ dengan domain fungsi {–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4}
   a. Buatlah tabelnya
   b. ambarkan grafik fungsinya.
2. ambarlah grafik suatu fungsi f yang dinotasikan sebagai $f(x) = -2x + 3$ dengan domain fungsi $\{x \quad -3 \quad x \quad 5, x \in B\}$
3. ambarkan grafik fungsi-fungsi berikut dengan domain $\{x \quad -5 \quad x \leq 5, x \in B\}$
   a. $2x - 3$
   b. $-2x + 3$
   c. $3x - 2$
4. Buatlah tabel untuk pemetaan f $x \to x^2 + 4$ dari himpunan {0, 1, 2, 3, 4} ke himpunan bilangan cacah. Kemudian, gambarlah grafiknya.
5. Buatlah tabel untuk pemetaan g $x \to 2x$ dan h $x \to 3x$ dari himpunan $P \quad \{x \quad 0 _ x _ 5, x \in \quad\}$ ke himpunan bilangan real . Kemudian, gambarlah grafiknya.

C. ilai Fungsi

Pada bahasan yang lalu, kamu telah mempelajari fungsi, pengertian, serta korespondensi satu-satu. Setelah kamu mengenal fungsi beserta pengertiannya, kini kamu akan mempelajari nilai fungsi beserta langkah-langkah untuk menemukannya.

1. Menghitung Nilai suatu Fungsi

Nilai suatu fungsi dapat ditentukan berdasarkan rumus fungsinya. Jika suatu fungsi memetakan x ke $4x - 5$, ditulis $: x \rightarrow 4x - 5$ maka rumus fungsinya adalah $(x) = 4x - 5$. Berapakah nilai fungsi untuk $x = 2$? Kamu dapat menentukan nilai fungsi dengan cara mensubstitusi nilai x pada rumus fungsi (x). Jadi, nilai fungsi $(x) = 4x - 5$ untuk $x = 2$ adalah $(2) = 4(2) - 5 = 8 - 5 = 3$.

Misalnya, nilai suatu fungsi adalah $(x) = ax + b$. Dapatkah kamu mencari nilai a dan b jika diketahui $(4) = 5$ dan $(2) = -1$? Oleh karena $(4) = 5$ dan $(2) = -1$, maka

- $5 = a(4) + b$
  $= 4a + b$
- $-1 = a(2) + b$
  $= 2a + b$

Dari bentuk $5 = 4a + b$, kamu peroleh $b = 5 - 4a$.
Subtitusikanlah $b = 5 - 4a$ ke $-1 = 2a + b$

$$\begin{aligned} -1 &= 2a + b \\ &= 2a + (5 - 4a) \\ -1 - 5 &= 2a - 4a \\ -6 &= -2a \\ a &= 3 \end{aligned}$$

Substitusikanlah $a = 3$ ke $b = 5 - 4a$

$$\begin{aligned} b &= 5 - 4a \\ &= 5 - 4(3) \\ &= 5 - 12 \\ &= -7 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $b = -7$.

Dengan demikian, rumus fungsinya adalah $(x) = 3x - 7$. Coba kamu cari nilai fungsi untuk $x = 2$ dan $x = 4$. Berapakah hasilnya?

Contoh Soal 2.12

Tentukan rumus fungsi $: x \rightarrow x^2 - 1$. Kemudian, tentukan nilai fungsi untuk $x = -4$ dan $x = 3$.

Penyelesaian :

Rumus fungsi $: x \rightarrow x^2 - 1$ adalah $(x) = x^2 - 1$.

Nilai fungsi untuk $x = -4$ adalah $(-4) = (-4)^2 - 1 = 16 - 1 = 15$

Nilai fungsi untuk $x = 3$ adalah $(3) = (3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

Latihan 2.7

1. Misalnya, fungsi didefinisikan dengan rumus $(x) = 6x + 1$. Tentukanlah:
   a. rumus fungsi ;
   b. nilai fungsi untuk $x = -1$ dan $x = 5$.
2. Fungsi h didefinisikan dengan rumus $h(x) = \frac{x}{3} + 5$. Tentukanlah:
   a. $h(k)$;
   b. $h(2n)$.
3. Tentukanlah nilai n pada fungsi $p: n \to 4n - 5$ jika diketahui:
   a. $p(n) = 15$;
   b. $p(n) = 19$;
   c. $p(-n) = 11$.
4. Misalnya, suatu fungsi dinyatakan sebagai $l: x \to \frac{1}{2}x^2 - 2$. Tentukanlah:
   a. $l(0)$ dan $l(2)$;
   b. pasangan berurutan untuk daerah asal $2 < x < 6$ dengan x bilangan bulat.
5. Misalnya, fungsi p didefinisikan sebagai $p: x \to 2x - 2$.
   a. Hitunglah $p(-2)$ dan $p(2)$
   b. Tentukan nilai x jika $p(x) = 24$

2. Tabel Fungsi dan Nilai Perubahan Fungsi

Kamu telah belajar membuat tabel yang memuat hubungan antara domain dan bayangan suatu fungsi pada uraian sebelumnya. Pada bahasan kali ini, kamu akan mempelajari dua fungsi yang sering kamu temukan dalam keseharianmu, yaitu fungsi linear $(x) = ax + b$ dan fungsi kuadrat $(x) = ax^2 + bx + c$.

a. *Fungsi $y = f(x) = ax + b$*

Kamu telah cukup mengenal fungsi-fungsi $y = ax + b$. Misalnya, $y = 2x + 1$, $y = -3x + 5$, dan $y = -7x - 10$. Fungsi-fungsi yang berbentuk $y =$ $(x) = ax + b$ dikenal dengan sebutan *un si linear* . Apakah pengertian fungsi linear?

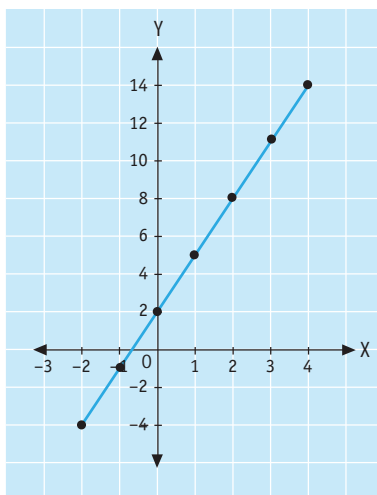
Fungsi linear adalah fungsi f pada himpunan bilangan real R yang ditentukan oleh $f(x) = ax + b$, dengan a, b bilangan real dan $a \neq 0$.

Cara untuk menggambarkan grafik fungsi linear dapat kamu pelajari pada uraian berikut.

Misalnya, kamu akan menggambar grafik fungsi $y =$ $(x) = 3x + 2$ dengan daerah asal $\{x \mid -2 \leq x \leq 4, x \in$ $\}$. Buatlah tabel fungsi $(x) = 3x + 2$ terlebih dahulu untuk memudahkanmu ketika menempatkan titik pada bidang Cartesius.

Tabel. 2.4

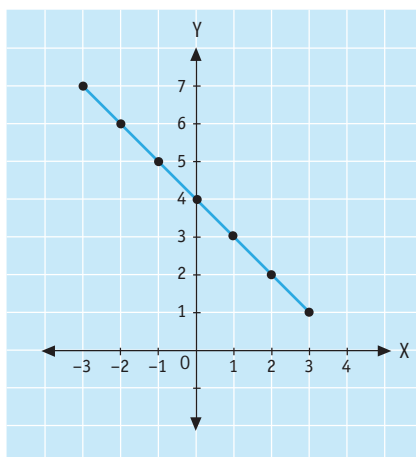
x	–2	–1	0	1	2	3	4
$3x$ 2	–6 2	–3 2	0 2	3 2	6 2	9 2	12 2
$f(x)$	–4	–1	2	5	8	11	14
$(x, f(x))$	(–2, –4)	(–1, –1)	(0, 2)	(1, 5)	(2, 8)	(3, 11)	(4, 14)

Pada tabel di atas, terlihat bahwa jika variabel x diganti dengan bilangan-bilangan yang semakin besar maka nilai (x) juga akan semakin besar. Grafik fungsi linear $(x) = 3x + 2$ dapat kamu lihat pada gambar berikut.

Fungsi linear $f(x) = ax + b$ dengan $a > 0$ memiliki grafik berupa garis lurus dengan nilai fungsi yang semakin besar untuk nilai x yang semakin besar.

Bagaimanakah grafik fungsi linear $(x) = ax + b$ dengan $a < 0$? Misalnya kamu akan membuat grafik fungsi $(x) = –x + 4$ dengan daerah asal $\{x \mid –3 \leq x \leq 3, x \in \ \}$. Perhatikan tabel berikut.

Tabel. 2.5

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$–x$ 4	3 4	2 4	1 4	0 4	–1 4	–2 4	–3 4
$f(x)$	7	6	5	4	3	2	1
$(x, f(x))$	(–3, 7)	(–2, 6)	(–1, 5)	(0, 4)	(1, 3)	(2, 2)	(3, 1)

Pada tabel di atas, terlihat bahwa jika variabel x diganti dengan bilangan-bilangan yang semakin besar maka nilai fungsi (x) akan semakin kecil seperti juga terlihat pada grafik berikut.

Fungsi $f(x) = ax + b$ dengan $a < 0$ memiliki grafik berupa garis lurus dengan nilai fungsi yang semakin kecil untuk nilai x yang semakin besar.

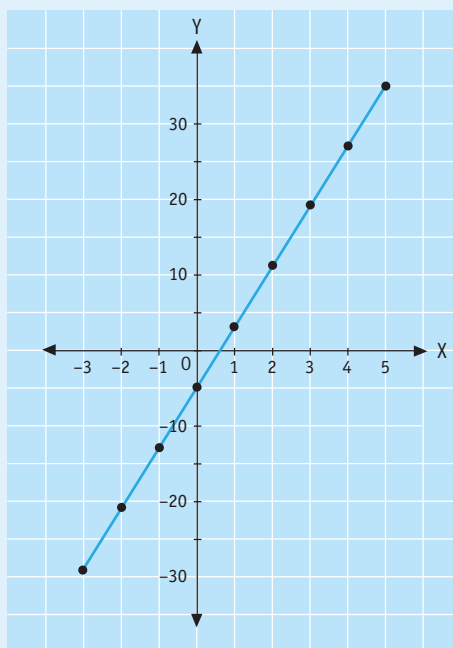
Contoh Soal 2.13

Buatlah tabel fungsi : $x \rightarrow 8x - 5$ dengan daerah asal $\{-3 \leq x \leq 5, x \in \}$. Kemudian, gambarkan grafiknya.

Penyelesaian :

Tabel 2.6

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$8x$	–24	–16	–8	0	8	16	24	32	40
–5	–5	–5	–5	–5	–5	–5	–5	–5	–5
$f(x)$	–29	–21	–13	–5	3	11	19	27	35
$(x, f(x))$	(–3, –29)	(–2, –21)	(–1, –13)	(0, –5)	(1, 3)	(2, 11)	(3, 19)	(4, 27)	(5, 35)

Grafik fungsi : $x \rightarrow 8x - 5$ dengan daerah asal $\{-3 \leq x \leq 5, x \in \}$ dapat kamu lihat pada gambar berikut.

b. Fungsi $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

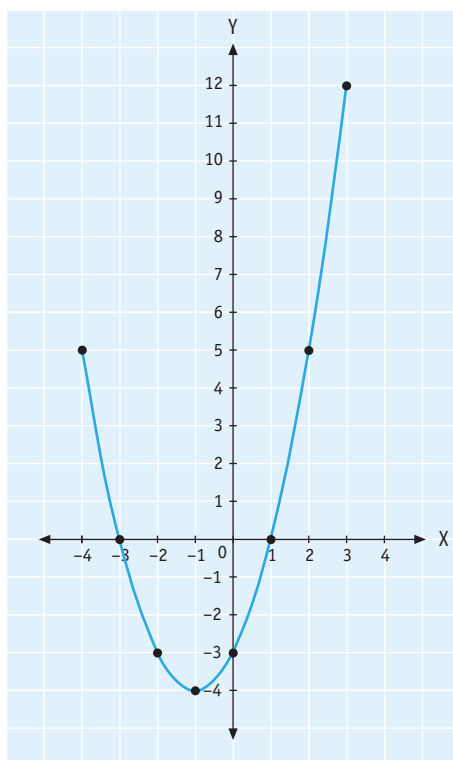
Selain fungsi linear, terdapat pula fungsi yang dikenal dengan sebutan *un si kuadrat* . Apakah pengertian fungsi kuadrat?

Fungsi kuadrat adalah fungsi f pada himpunan bilangan real R yang ditentukan oleh $f(x) = ax^2 + bx + c$, dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$.

Misalnya, kamu diminta untuk menggambar grafik fungsi $y = \ (x) = x^2 + 2x - 3$ dengan daerah asal $\{x \mid -4 \leq x \leq 3,\ x \in \ \ \}$. Mula-mula, buatlah tabel fungsi $(x) = x^2 + 2x - 3$ terlebih dahulu.

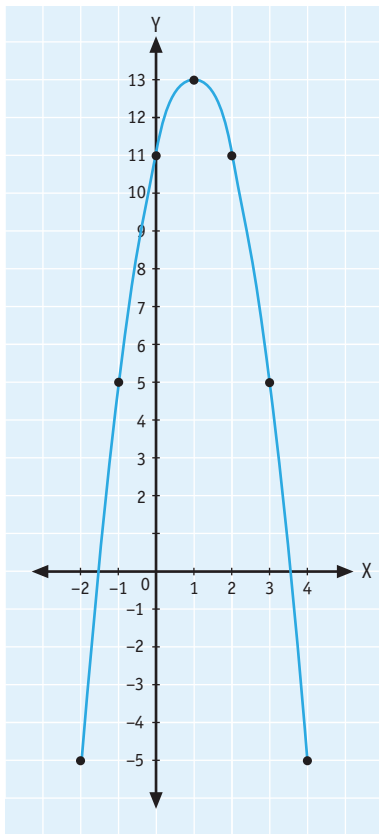
Tabel 2.7

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3
x^2 $2x$ -3	16 –8 –3	9 –6 –3	4 –4 –3	1 –2 –3	0 0 –3	1 2 –3	4 4 –3	9 6 –3
$f(x)$	5	0	–3	–4	–3	0	5	12
$(x, f(x))$	(–4, 5)	(–3, 0)	(–2, –3)	(–1, –4)	(0, –3)	(1, 0)	(2, 5)	(3, 12)

Pada tabel tersebut terlihat bahwa nilai fungsi akan mengecil sampai pada nilai tertentu sebelum akhirnya membesar. Grafik fungsi $(x) = x^2 + 2x - 3$ dapat kamu lihat pada gambar berikut.

Fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a > 0$ memiliki grafik berupa parabola terbuka ke atas.

Bagaimanakah bentuk grafik fungsinya apabila $a < 0$, misalnya, $y = \ (x) = 11 + 4x - 2x^2$ dengan daerah asal $\{x \mid -2 \leq x \leq 4, x \in \ \}$?

Tabel 2.8

x	−2	−1	0	1	2	3	4
11 $4x$ $-2x^2$	11 −8 −8	11 −4 −2	11 0 0	11 4 −2	11 8 −8	11 12 −18	11 16 −32
$f(x)$	−5	5	11	13	11	5	−5
$(x, f(x))$	(−2, −5)	(−1, 5)	(0, 11)	(1, 13)	(2, 11)	(3, 5)	(4, −5)

Fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a < 0$ memiliki grafik berupa parabola terbuka ke bawah.

Contoh Soal 2.14

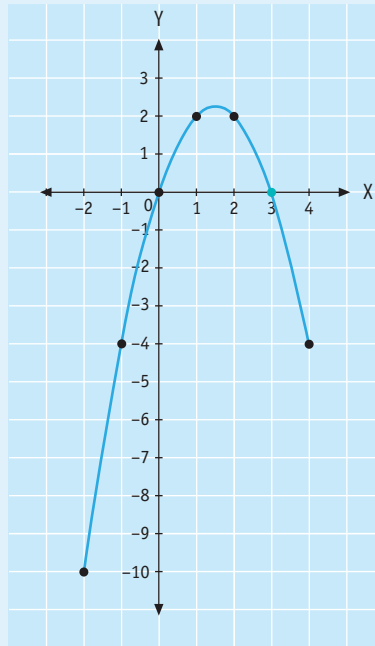
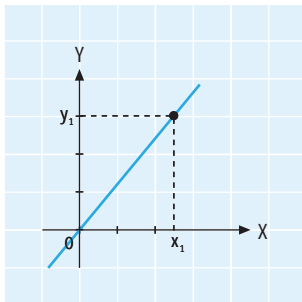
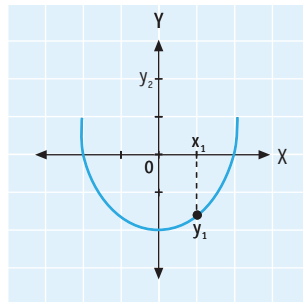
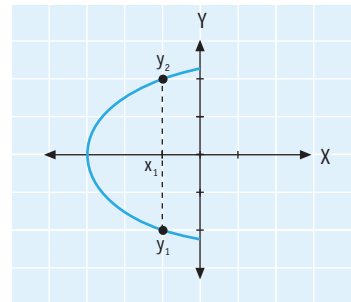
Gambarkan grafik fungsi $\ (x) = 3x - x^2$ dengan daerah asal $\{-2 \leq x \leq 4, x \in \ \}$.

Penyelesaian

Tabel fungsi $\ (x) = 3x - x^2$ adalah sebagai berikut.

Tabel 2.9

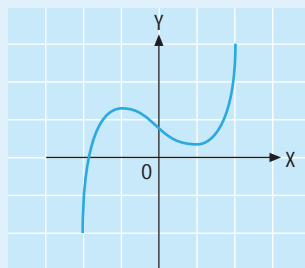
x	–2	–1	0	1	2	3	4
$3x$ $-x^2$	–6 –4	–3 –1	0 0	3 –1	6 –4	9 –9	12 –16
$f(x)$	–10	–4	0	2	2	0	–4
$(x, f(x))$	(–2, –10)	(–1, –4)	(0, 0)	(1, 2)	(2, 2)	(3, 0)	(4, –4)

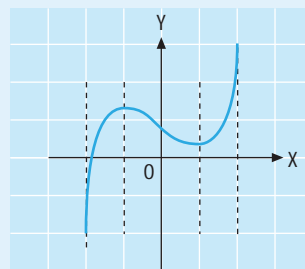
Grafik fungsi $(x) = 3x - x^2$ adalah sebagai berikut.

Apakah semua persamaan yang berbentuk $y = ax + b$ dan $y = ax^2 + bx + c$ selalu merupakan fungsi? Perhatikan tiga grafik berikut.

(a)

(b)

(c)

Kamu tentu ingat bahwa syarat fungsi adalah setiap anggota domainnya hanya memiliki satu peta. Artinya, setiap nilai x pada koordinat Cartesius hanya berpasangan dengan satu nilai y. Dengan demikian, grafik (a) merupakan fungsi karena setiap x hanya berpasangan dengan satu y.

Hal yang sama juga kamu temukan pada grafik (b). Akan tetapi, pada grafik (c), kamu melihat bahwa terdapat x yang memiliki dua peta, yaitu (x_1, y_1) dan (x_1, y_2). Jadi, kamu cukup menarik garis lurus yang sejajar dengan sumbu   untuk menentukan apakah sebuah grafik merupakan fungsi atau bukan. Apabila garis tersebut memotong di lebih dari satu nilai y maka grafik tersebut *bukan* fungsi.

Contoh Soal 2.15

Apakah grafik di samping menyatakan fungsi?

Penyelesaian

Buatlah garis-garis tegak yang sejajar dengan sumbu . Ternyata, tidak ada garis yang memotong grafik di lebih dari satu tempat. Dengan demikian, grafik tersebut merupakan grafik fungsi.

Latihan 2.8

1. Salin dan lengkapilah tabel berikut untuk fungsi $(x) = 9 - 2x$ dengan daerah asal $\{x \mid -5 \le x \le 2\}$ pada buku latihanmu. Kemudian, gambarlah grafiknya.

Tabel 2.10

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2
9	...	9	...	...	...	...	...	9
$-2x$	...	8	...	...	...	...	...	–4
$f(x)$	...	17	...	...	...	...	...	5
$(x, f(x))$	...	(–4, 17)	...	...	...	...	...	(2, 5)

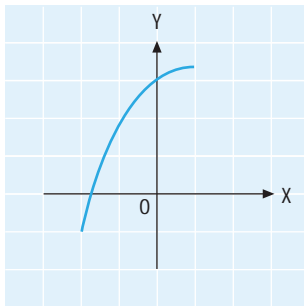
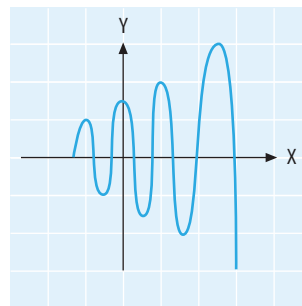
2. Diketahui fungsi kuadrat   pada himpunan bilangan real   ditentukan oleh $(x) = 2x^2 + x - 10$ dengan daerah asal $\{x \mid -4 \le x \le 4, x \in$ $\}$. Gambarkanlah grafik fungsi   tersebut.

3. Salin dan lengkapilah tabel berikut untuk fungsi $(x) = 4x^2 - 6$. pada buku latihanmu. Kemudian, gambarkanlah grafiknya untuk daerah asal $\{x \mid -3 \leq x \leq 3, x \in \quad \}$.

Tabel 2.11

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$4x^2$ –6	36 –6	... ...	... ...	0 –6	... ...	... ...	... ...
$f(x)$	30	...	...	–6	...	...	...
$(x, f(x))$	(–3, 30)	...	...	(0, –6)	...	...	...

Apakah grafik-grafik berikut merupakan fungsi?

4.

5.

3. Menentukan Rumus Fungsi Melalui Grafik

Misalnya, kamu diberikan sebuah grafik fungsi. Dapatkah kamu menentukan rumus fungsi berdasarkan grafik yang diberikan?

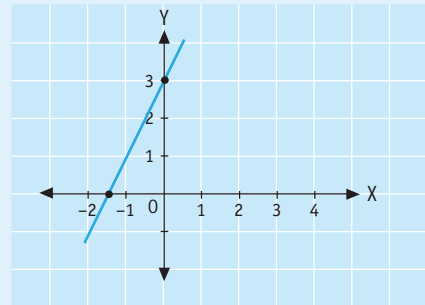
Contoh Soal 2.16

Perhatikan grafik di samping.
Tentukan rumus fungsi dari grafik tersebut.

Penyelesaian :

Oleh karena grafik fungsi tersebut berupa garis lurus maka fungsi tersebut merupakan fungsi linear.

Misalnya, fungsi tersebut adalah
$(x) = ax + b$

- untuk $x = 0$ diperoleh $(x) = 3$
  Dengan demikian, $3 = a(0) + b$
  $= b$
  Jadi, $b = 3$

- untuk $x = -1{,}5$ diperoleh $(x) = 0$

  Dengan demikian, $0 = a(-1{,}5) + b$

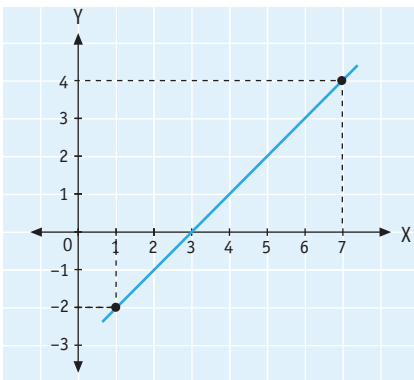
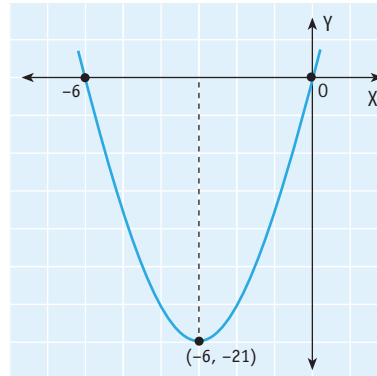
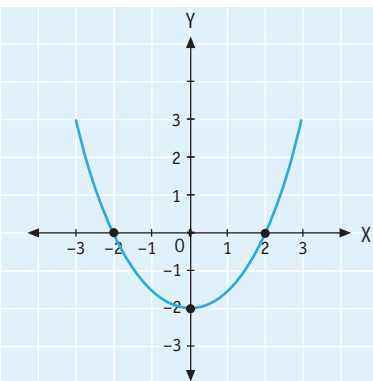
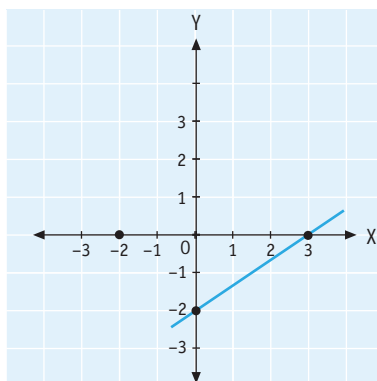
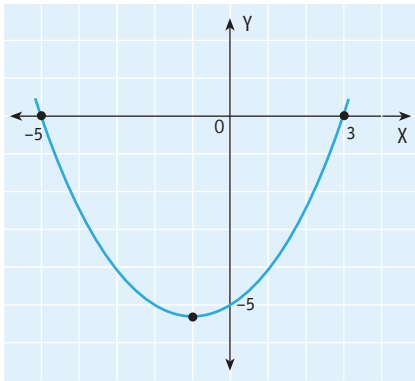
  Substitusikanlah nilai $b = 3$. Kamu peroleh

  $$0 = -1{,}5a + 3$$
  $$1{,}5a = 3$$
  $$a = \frac{3}{1{,}5}$$
  $$= 2$$

Jadi, rumus fungsi dari grafik tersebut adalah $(x) = 2x + 3$.

Latihan 2.9

entukan rumus un si dari ra ik- ra ik berikut. emudian tentukan nilai un sinya di $x =$.

1.

3.

2.

4.

5.

Info Matematika

Relasi pada Hemofilia

RELASI, selain kamu temukan pada matematika, juga dapat kamu temukan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, dalam bidang kesehatan, yaitu penyakit hemofilia.

Hemofilia adalah penyakit gangguan pembekuan darah. Penyakit ini merupakan penyakit yang menurun. Namun, penyakit ini hanya memiliki relasi dengan laki-laki. Artinya, penyakit ini hanya diderita oleh laki-laki. Perempuan pun sebenarnya membawa sifat penyakit ini. Akan tetapi, mereka tidak akan pernah menjadi penderita. Artinya, seorang perempuan hanya menjadi pembawa bibit hemofilia yang dapat diturunkan kepada anak laki-lakinya kelak. Relasi yang unik, bukan?

Ada sebuah kisah menarik mengenai penyakit hemofilia ini. Konon, seorang dukun terkenal dari Rusia yang bernama Rasputin, diminta oleh Tzarina Alexandra untuk mengobati putranya, Alexis, yang mengidap penyakit hemofilia. Pembawa bibit hemofilia yang diderita oleh Alexis adalah nenek buyut dari pihak ibu. Bibit tersebut kemudian diturunkan kepada salah satu putrinya, yaitu Alice. Alice kemudian menurunkan bibit tersebut kepada Alexandra. Alexandra kemudian mempunyai seorang anak laki-laki, yaitu Alexis.

Menurut cerita, Rasputin berhasil mengobati Alexis dan memperpanjang hidup laki-laki tersebut.

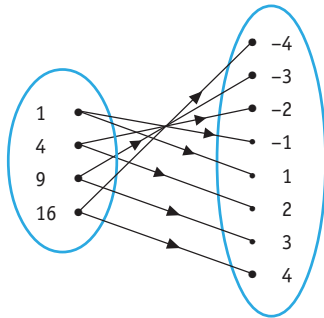
Sumber: *www.infomedia.com*

Rangkuman

1. Relasi dari himpunan M ke himpunan N adalah suatu aturan yang memasangkan anggota-anggota himpunan M ke anggota-anggota himpunan N.
2. Suatu relasi dapat dinyatakan dalam tiga cara, yaitu diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram Cartesius.
3. Fungsi atau pemetaan dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi khusus yang menghubungkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B.
4. Jika banyak anggota himpunan A adalah $n(A)$ dan banyak anggota himpunan B adalah $n(B)$, maka:
   - banyak fungsi dari A ke B adalah $\{n(B)\}^{n(A)}$
   - banyak fungsi dari B ke A adalah $\{n(A)\}^{n(B)}$
5. Himpunan A dikatakan berkorespondensi satu-satu dengan himpunan B jika setiap anggota A dipasangkan dengan tepat satu anggota dan setiap anggota B dipasangkan tepat satu dengan anggota himpunan A. Dengan demikian, syarat agar terjadi korespondensi satu-satu adalah banyak anggota kedua himpunan harus sama.
6. Jika $n(A) = n(B) = n$, maka banyaknya korespondensi satu-satu antara A dan B adalah $n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$.
7. Fungsi yang berbentuk $f(x) = ax + b$, dengan a, b bilangan real dan $a \neq 0$ disebut *fungsi linear*.
8. Untuk menentukan rumus fungsi dari suatu grafik, ambil dua atau tiga titik koordinat. Kemudian, substitusikan ke rumus umum fungsi tersebut. Rumus umum fungsi linear adalah $y = ax + b$, sedangkan rumus umum fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$.

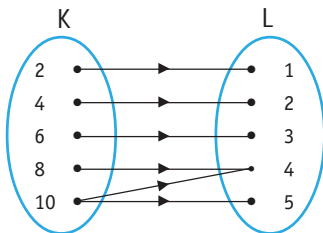
Soal Akhir Bab II

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Relasi yang ditunjukkan pada diagram panah di bawah adalah ....

a. kurang dari atau sama dengan
b. kuadrat dari
c. empat kali dari
d. pangkat tiga dari

2. Suatu relasi dinyatakan dengan pasangan berurutan {(*a*, 6), (*b*, 6), (*c*, 5), (*d*, 7), (*e*, 8), (*f*, 7)}. Daerah hasil relasi tersebut adalah ....

a. {4, 5, 6, 7} c. {4, 6, 7, 8}
b. {5, 7, 7, 8} d. {5, 6, 7, 8}

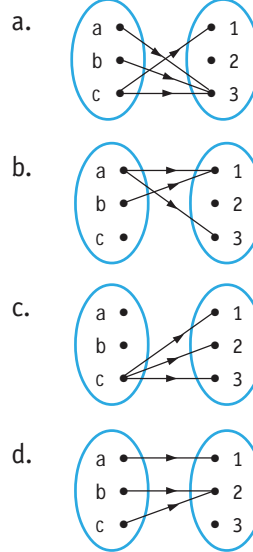
3. Himpunan pasangan berurutan yang benar dari grafik berikut ini adalah ....

a. {(1, 2), (2, 4), (3, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)}
b. {(2, 1), (4, 2), (4, 3), (6, 3), (8, 4), (10, 5)}
c. {(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4), (10, 4), (10, 5)}
d. {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)}

4. Diagram panah di bawah ini yang merupakan pemetaan adalah ....

a.

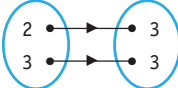
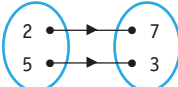
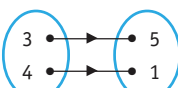
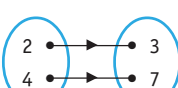
b.

c.

d.

5. Suatu fungsi f didefinisikan sebagai $f(x) = 3 - 2x$ dengan daerah asal $\{x \mid -2 \leq x \leq 2, x \in$ himpunan bilangan bulat$\}$. Daerah hasil fungsi f tersebut adalah ....

a. {–1, 1, 3, 5, 7}
b. {–1, 1, 2, 5, 7}
c. {–1, 1, 3, 6, 7}
d. {–1, 1, 4, 5, 7}

6. Diketahui

P = {(*a*, *z*), (*b*, *y*), (*c*, *x*), (*d*, *w*), (*e*, *v*)}
Q = {(1, 2), (2, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 6)}
R = {(*a*, 1), (*b*, 2), (*c*, 3), (*d*, 4), (*d*, 5)}
S = {(1, *a*), (2, *a*), (3, *b*), (4, *c*), (5, *d*)}

Di antara pasangan-pasangan himpunan di atas, yang merupakan fungsi adalah ....

a. *Q* dan *R* c. *P* dan *R*
b. *P* dan *S* d. *Q* dan *S*

7. Fungsi g pada R ditentukan dengan rumus $g(x) = 3x^2$. Jika bayangan a adalah 108 maka a adalah ....

a. 9 c. 7
b. 8 d. 6

8. Di antara diagram panah berikut yang menunjukkan rumus fungsi $p(x) = 2x - 1$ adalah ....

a.

b.

c.

d.

9. Banyaknya pemetaan yang terjadi dari himpunan $A = \{a, b, f, r, t\}$ ke himpunan $B = \{2, 3, 5\}$ adalah ....
   a. 125
   b. 243
   c. 75
   d. 135

10. Fungsi $h(x) = x \to 7x + 6$. Jika $h(c) = 27$ maka nilai c adalah ....
   a. 5
   b. 4
   c. 3
   d. 2

11. Jika pasangan berurutan $(4, a)$ terletak pada grafik fungsi $f(x) = 4x^2 - x - 5$ maka nilai a adalah ....
   a. 65
   b. 54
   c. 55
   d. 45

12. Misalnya, terdapat suatu fungsi f yang ditentukan dengan rumus $f(x) = ax^2 + bx + c$. Jika nilai dari $f(3) = 34$, $f(1) = 4$, dan $-f(1) = 2f(-1)$ maka nilai-nilai a, b, dan c adalah ....
   a. 3, –2, 2
   b. 3, 3, –2
   c. 3, 2, –2
   d. 3, –3, 2

13. Suatu fungsi f dinyatakan dengan rumus $f(x) = 9 - 3x - x^2$ dengan daerah asal $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Daerah hasil fungsi tersebut adalah ....
   a. $\{-1, 6, 9, 11, 14\}$
   b. $\{-1, 6, 9, 11\}$
   c. $\{-1, 5, 9, 11, 14\}$
   d. $\{-1, 5, 9, 11\}$

14. Jika $h(x) = \dfrac{x^2 - 5}{3}$ maka pernyataan berikut yang benar adalah ....
   a. $h(-2) = -\dfrac{2}{3}$
   b. $h(-3) = \dfrac{4}{3}$
   c. $h(-3) = \dfrac{1}{3}$
   d. $h(3) = -\dfrac{4}{3}$

15. Jika fungsi kuadrat f ditentukan oleh $f(x) = x^2 - x + 11$ dengan daerah asal $\{x \mid -4 \le x \le 4, x \in R\}$ maka pernyataan-pernyataan berikut benar, *kecuali* ....
   a. $f(-1) = f(2)$
   b. $f(2) = 2 + f(1)$
   c. $f(-4) = f(4)$
   d. $f(-3) = f(-2) + 6$

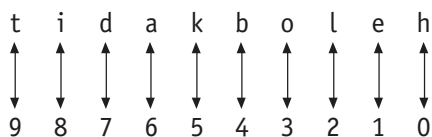
16. Jika $P = \{a, b, c\}$ dan $Q = \{10, 11, 12\}$ maka salah satu korespondensi satu-satu yang mungkin dari P ke Q adalah ....
   a. $\{(a, 11), (b, 12), (c, 12)\}$
   b. $\{(a, 10), (b, 12), (c, 10)\}$
   c. $\{(a, 11), (b, 12), (c, 10)\}$
   d. $\{(a, 10), (b, 12), (c, 12)\}$

17. Jika jumlah dua bilangan yang berurutan adalah 25 maka hasil kali terbesar kedua bilangan tersebut adalah ....
   a. 169
   b. 160
   c. 158
   d. 156

18. Diketahui harga sebuah pensil Rp1.200,00, harga 2 pensil Rp2.400,00, dan harga 5 pensil Rp6.000,00. Fungsi yang menunjukkan pemetaan tersebut adalah ....
   a. $f : x \to 1200x$
   b. $f : x \to 2400x$
   c. $f : x \to 1000x + 200$
   d. $f : x \to 1300 - 100$

19. Ari, Beni, dan Coki bersepeda dengan kecepatan yang sama. Jarak tempuh yang mereka lalui setelah t menit dapat dinyatakan dengan fungsi $s(t) = 3t^2 + t + 5$ meter. Setelah a menit Ari berhenti bersepeda.
    Jarak yang ditempuh Ari setelah a menit adalah 85 meter. Beni berhenti bersepeda 2 menit kemudian. Adapun Coki berhenti bersepeda setelah dua kali a menit. Jika jarak yang ditempuh Beni adalah 159 meter dan jarak yang ditempuh Coki adalah 315 meter, lamanya Ari, Beni, dan Coki bersepeda adalah ....
    a. 6, 8, dan 12 menit
    b. 5, 7, dan 10 menit
    c. 6, 8, dan 16 menit
    d. 5, 8, dan 10 menit
20. Banyak sisi pada prisma segi-n untuk $n \geq 3$ dengan n bilangan asli, didefinisikan oleh rumus $s(n) = n + 2$. Jika banyak sisi pada suatu prisma ada 12 maka prisma tersebut adalah prisma segi ....
    a. 11
    b. 10
    c. 12
    d. 14

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Seorang pedagang mempunyai huruf sandi untuk menuliskan barang dagangannya. Sandinya adalah perkawanan satu-satu antara {t, i, d, a, k, b, o, l, e, h} dan {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} sebagai berikut.

   Tentukan sandi untuk barang-barang dengan harga Rp28.760,00 dan Rp93.515,00.
2. Tiga sahabat Rizki, Gatot, dan Toni duduk di Kelas VIII SMP. Rizki dan Gatot berkulit kuning langsat, sedangkan Toni tidak. Rizki dan Toni berambut lurus, sedangkan Gatot tidak. Gatot berkacamata, yang lain tidak. Gatot dan Toni berbadan tinggi, sedangkan Rizki tidak. Jika dibuat diagram panah yang menghubungkan tiap anak dengan ciri-cirinya, apakah diagram panah tersebut akan menunjukkan korespondensi satu-satu? Mengapa?
3. Diketahui anggota himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$. Tentukan banyaknya pemetaan yang mungkin dari A ke B.
4. Diketahui anggota himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$. Tentukan banyaknya korespondensi satu satu yang mungkin dari B ke A.
5. Hubungan antara suhu dalam Celsius dan Fahrenheit merupakan sebuah fungsi linear. Tabel berikut memperlihatkan hubungan antara Celsius dan Fahrenheit.

°C	50	70	95
°F	122	158	203

   a. Tulislah rumus fungsinya jika x menyatakan suhu dalam Celsius dan y menyatakan suhu dalam Fahrenheit
   b. Tulislah 85°C dalam Fahrenheit
   c. Tulislah 41°F dalam Celsius
   d. Tulislah perbandingan $x : (f - 32)$

Pernahkah kamu berdiri di tengah hamparan sawah pada malam hari? Kamu akan mendengar suara kodok dan jangkrik. Jangkrik dikenal karena suara erikannya yang khas. Tahukah kamu bahwa suara erikan jangkrik dapat kamu jadikan sebagai termometer alam?

Menurut penelitian, ada jenis jangkrik yang akan mengerik 60 kali per menit pada suhu 13°C. Apabila jangkrik mengerik 75 kali per menit maka suhu udara saat itu sekitar 15°C. Adapun apabila jangkrik mengerik 110 kali per menit maka suhu udara saat itu adalah 20°C. Berbentuk apakah grafik yang menyatakan hubungan antara suhu dan banyaknya erikan jangkrik tersebut?

Sumber: *www.cnr.berkeley.edu*

Bab III

Persamaan Garis Lurus

Sumber: *www.insectimages.org*

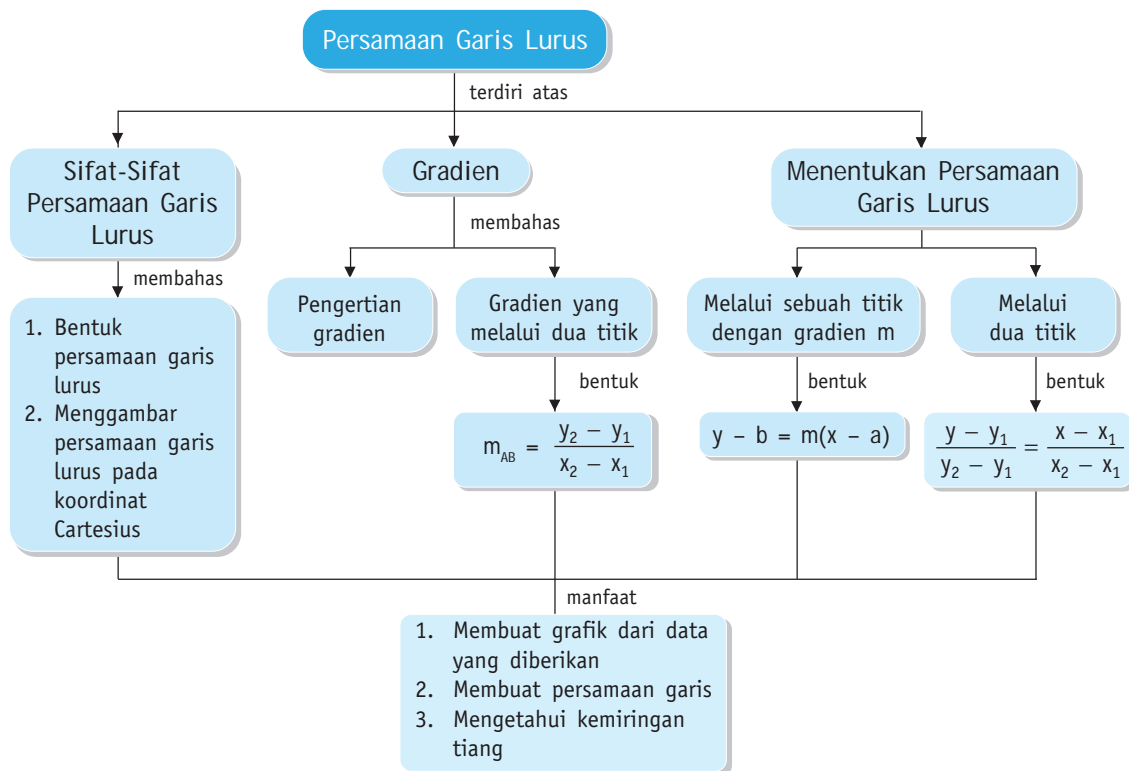
Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. memahami bentuk persamaan garis lurus,
b. menggambar garis lurus pada koordinat Cartesius,
c. mengenal gradien, dan
d. menentukan persamaan garis lurus.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini

A. Sifat-Sifat Persamaan Garis Lurus
B. Gradien
C. Persamaan Garis

Peta Konsep

Kata Kunci

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- garis
- gradien
- sejajar
- tegak lurus

ji Prasyarat

Sebelum membahas materi persamaan garis lurus, coba kamu kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu.

1. ambarlah titik-titik berikut pada bidang koordinat Cartesius.
   a. (2, 3)
   b. (–4, 6)
   c. (–3, –5)
   d. (3, –4)
   e. (5, –5)
2. anakah yang merupakan fungsi linear dari bentuk-bentuk fungsi berikut?
   a. $4x - 7 = 12$
   b. $3x + 2y = 16$
   c. $3x^2 - 5x - 4 = 0$
   d. $4xy + 6x - 5 = 0$
   e. $2y = x$
3. Lengkapilah tabel berikut pada buku latihanmu, jika diketahui $y = x + 2$. Kemudian, gambar dan hubungkanlah setiap titik tersebut pada koordinat Cartesius.

Tabel 3.1

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–1	0	...	...	...	...	...
(x, y)	(–3, –1)	(–2, 0)	...	...	...	...	...

A. Sifat-Sifat Persamaan Garis Lurus

Kamu telah mengenal koordinat Cartesius. Cobalah kamu letakkan dua titik sembarang pada bidang koordinat, kemudian hubungkan kedua titik tersebut. Kamu akan memperoleh sebuah ruas garis. uas garis yang kamu buat tersebut sebenarnya memiliki sebuah persamaan. Dengan persamaan tersebut, kamu dapat menentukan letak koordinat titik-titik pada ruas garis tersebut. Seperti apakah bentuk persamaan garis lurus? Pelajari uraian berikut.

1. Bentuk Persamaan Garis Lurus

Pada bab sebelumnya, kamu telah mempelajari fungsi linear. asih ingatkah kamu rumus umum fungsi linear? umus umum fungsi linear adalah $y = (x) = ax + b$ dengan $a, b \in$ dan $a \neq 0$. leh karena grafik fungsi linear $y = (x) = ax + b$ berupa garis lurus maka persamaan $y = ax + b$ dinamakan *persamaan aris lurus* . Berikut ini adalah contoh-contoh persamaan garis lurus.

$$y = 5x - 1$$

$$y = -3x$$

$$\frac{2x}{5} - \frac{3y}{8} - 4 = 0$$

Apakah persamaan $x = \frac{y}{4} + \frac{6}{7}$ merupakan persamaan garis lurus?

Penyelesaian

$x = \frac{y}{4} + \frac{6}{7}$ ali an edua ua dengan da i dan 7

$28x = 7y + 24$

$7y = 28x - 24$ edua ua dibagi 7

$y = 4x - \frac{24}{7}$

Bentuk $y = 4x - \frac{24}{7}$ merupakan bentuk $y = ax + b$ dengan $a = 4$ dan $b = -\frac{24}{7}$.

Jadi, persamaan $x = \frac{y}{4} + \frac{6}{7}$ merupakan persamaan garis lurus.

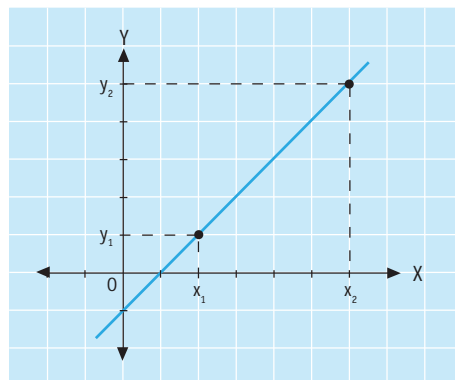
Latihan 3.1

pakah persamaan-persamaan berikut merupakan persamaan aris lurus

1. $y = 42t$
2. $y = 25 + 10t$
3. $\frac{r}{25} = \sqrt{15p} + 1$
4. $\sqrt{y} = 2x + 5$
5. $q = 45 - p$

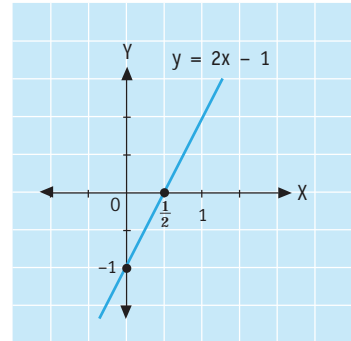
2. Menggambar Garis Lurus pada Koordinat Cartesius

Kamu dapat menggunakan tabel pasangan berurutan untuk menggambarkan suatu persamaan garis lurus pada koordinat Cartesius. Untuk menggambar sebuah garis lurus, diperlukan paling sedikit dua titik yang dilalui oleh garis lurus tersebut.

Sebagai contoh, dapatkah kamu menggambar grafik dari persamaan $y = 2x - 1$? Seperti telah dijelaskan pada uraian sebelumnya bahwa untuk menggambar sebuah garis lurus, diperlukan paling sedikit dua titik yang dilalui oleh garis tersebut. Cara termudah untuk mencari dua titik tersebut adalah dengan mencari titik potong antara persamaan garis dan kedua sumbu koordinat.

Perhatikan tabel pasangan berurutan berikut.

Tabel 3.2

x	0	$\frac{1}{2}$
y	–1	0
(x, y)	(0, –1)	$(\frac{1}{2}, 0)$

Diperoleh, titik potong persamaan $y = 2x – 1$ dengan sumbu dan sumbu berturut-turut adalah (0, –1) dan $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$. Tentukanlah posisi kedua titik tersebut pada koordinat Cartesius, kemudian hubungkanlah kedua titik tersebut seperti tampak pada gambar di samping.

Grafik persamaan $y = 2x – 1$

Contoh Soal 3.2

ambarlah garis dengan persamaan $y = 4 – x$. Kemudian, tentukanlah nilai a apabila garis tersebut melalui titik $(a, 12)$.

Penyelesaian

Tentukanlah titik potong persamaan tersebut dengan sumbu dan sumbu . Kemudian, buatlah tabel pasangan berurutannya.

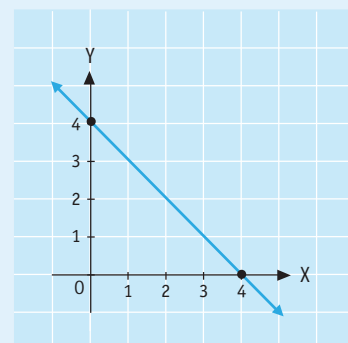
Tabel 3.3

x	0	4
y	4	0
(x, y)	(0, 4)	(4, 0)

rafik persamaan $y = 4 – x$ dapat kamu lihat pada gambar di samping.

leh karena garis tersebut melalui titik $(a, 12)$ maka

$$\begin{aligned} 12 &= 4 - a \\ a &= 4 - 12 \\ &= -8 \end{aligned}$$

Jadi, nilai a adalah –8.

Grafik persamaan $y = 4 – x$

Latihan 3.2

1. Lengkapilah tabel pasangan berurutan untuk persamaan garis $y = \frac{1}{2}x - 5$ berikut.

   Tabel 3.4

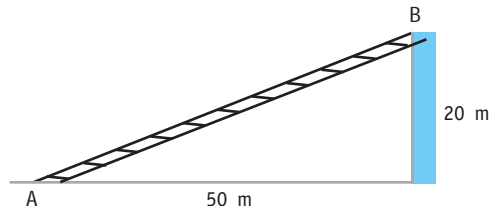
x	-4	-2	0	4	6
y	...	...	...	...	...
$(x\ y)$	...	...	...	...	...

2. ambarlah garis dengan persamaan berikut dengan membuat tabel pasangan berurutannya terlebih dahulu.
   a. $y - 2x = 8$
   b. $y = -5x - 4$
   c. $y + 3 = 4x$
   d. $x - y = 2$
   e. $3x + 2y = 6$
3. Tentukanlah nilai c pada persamaan garis berikut. Kemudian, gambarlah garisnya.
   a. aris $3x = y$ yang melalui titik $(c, 6)$
   b. aris $x = 2y + 4$ yang melalui titik $(4, c)$
   c. aris $2y + x = 5$ yang melalui titik $(c, 4)$
   d. aris $y - 2x = 6$ yang melalui titik $(c, 8)$
   e. aris $4x + 3y = 8$ yang melalui titik $(6, c)$
4. ambarlah garis dengan persamaan $x = 3y - 1$. Kemudian, tentukanlah nilai a jika titik $(12, a)$ terletak pada garis tersebut.
5. ambarlah garis dengan persamaan $y - 12x = 6$. Kemudian, tentukanlah nilai p dan nilai q jika titik $P(16, p)$ dan titik $(5, q)$ terletak pada garis tersebut.

B. Gradien

Pada bahasan yang lalu, kamu telah mengenal bentuk persamaan garis lurus. Apabila kamu perhatikan, kamu dapat membuat berbagai garis lurus dengan kemiringan yang berbeda. Kali ini, kamu akan mempelajari *kemirin an* garis-garis tersebut.

1. Pengertian Gradien

isalnya, sebuah tangga disandarkan pada tembok seperti tampak pada gambar berikut.

Jarak mendatar antara dan adalah 50 m. Adapun jarak tegak antara dan adalah 20 m. Berapakah gradien (kemiringan) tangga tersebut?

Sebelum kamu menghitung gradiennya, kamu harus paham pengertian gradien terlebih dahulu. Apakah gradien (kemiringan) itu?

Gradien adalah perbandingan antara jarak tegak terhadap jarak mendatar.

Dengan demikian, gradien tangga terhadap tembok pada permasalahan tadi adalah $\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$, dinotasikan $m \quad = \frac{2}{5}$, dengan m adalah gradien garis .

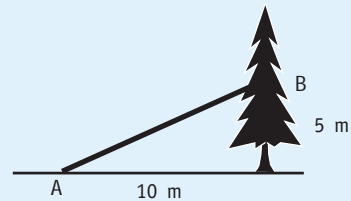
Contoh Soal 3.3

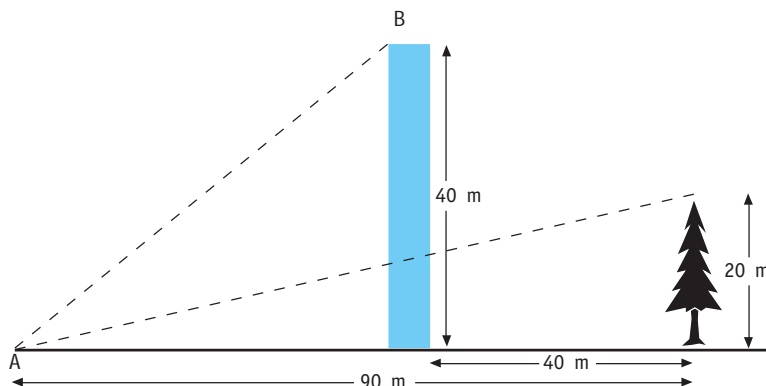
Sebilah bambu disandarkan pada sebatang pohon. Jarak mendatar dari ujung bambu ke pohon adalah 10 m. Adapun jarak tegaknya 5 m. Tentukan gradien bambu tersebut.

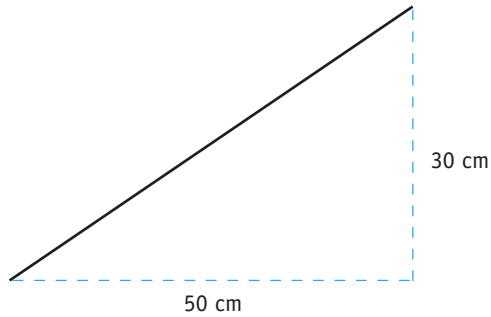
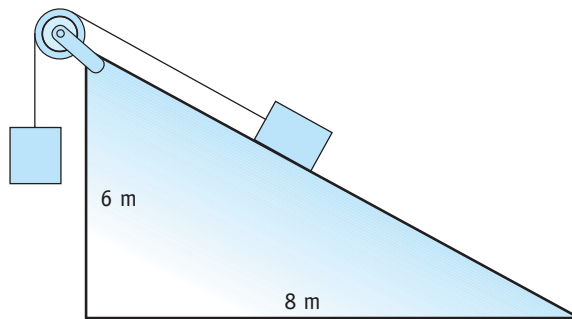
Penyelesaian

Permasalahan tersebut dapat kamu gambarkan seperti gambar di samping.

leh karena gradien adalah perbandingan antara jarak tegak dan jarak mendatarnya maka

$m \quad = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Latihan 3.3

1. Perhatikan gambar berikut.

Tentukanlah kemiringan menara dan pohon dari titik .

2. Tentukan kemiringan garis berikut.

3. Tentukan kemiringan bidang berikut.

4. Tentukan kemiringan tangga berikut.

5. Sebuah layangan terbang pada ketinggian 20 m di atas permukaan tanah. Jarak mendatar dari ujung benang layangan ke bawah adalah 4 m. Tentukan kemiringan benang layangan tersebut.

Bagaimanakah kemiringan suatu garis yang terletak pada koordinat Cartesius? Apakah gradien garis tersebut dapat kamu tentukan? Lakukan kegiatan berikut.

Eksplorasi 3.1

Tujuan:

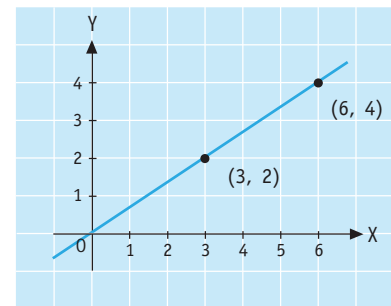
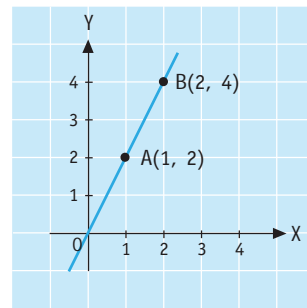
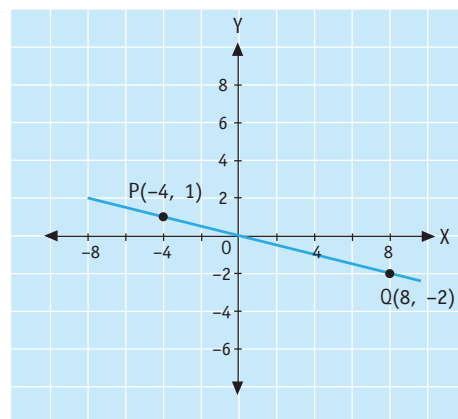
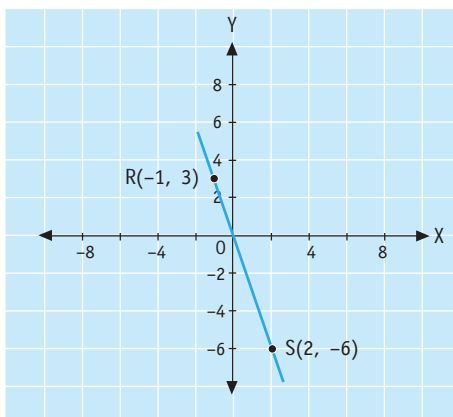
Menentukan gradien garis pada koordinat Cartesius yang melalui titik (0, 0).

Kegiatan:

Kerjakan pada buku latihanmu.

Perhatikan kedudukan ruas-ruas garis pada koordinat Cartesius berikut. Kemudian, tentukan gradien setiap garis tersebut.

- Koordinat titik A = (..., ...) $\rightarrow m_{OA} = \dfrac{2-0}{1-0} = 2$
- Koordinat titik B = (2, 4) $\rightarrow m_{OB}$ = ...

- Koordinat titik = (3, 2) $\rightarrow m_O = \dfrac{2-0}{3-0} = \dfrac{2}{3}$
- Koordinat titik = (6, 4) $\rightarrow m_O$ = ...

- Koordinat titik P = (..., ...) $\rightarrow m_{OP}$ =...
- Koordinat titik Q = (..., ...) $\rightarrow m_{OQ}$ = ...

- Koordinat titik R = (..., ...) $\rightarrow m_{OR}$ =...
- Koordinat titik S = (..., ...) $\rightarrow m_{OS}$ = ...

Pertanyaan:

1. Dapatkah kamu menentukan semua gradien garis pada kegiatan tadi?
2. Apakah rumus umum untuk mencari gradien garis pada koordinat Cartesius?
3. Apakah makna sebuah gradien bernilai positif?
4. Apakah pula makna sebuah gradien bernilai negatif?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu telah memperoleh hal-hal berikut.

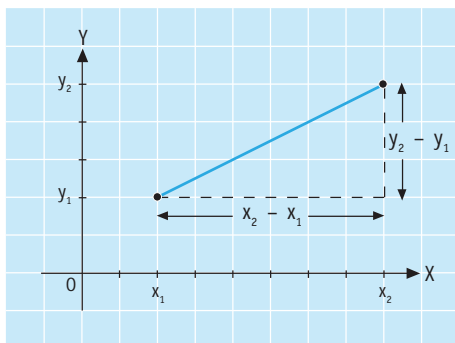
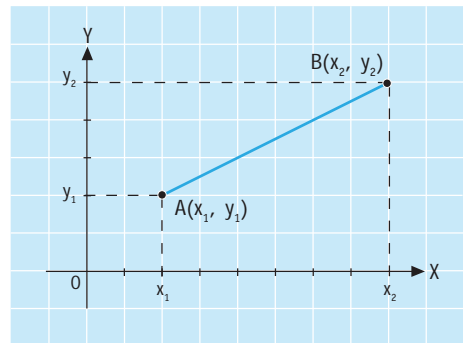
1. Gradien garis tidak bergantung pada panjang atau pendeknya garis.
2. Gradien suatu garis dapat ditentukan dengan memilih sebagian ruas garis.
3. Gradien garis OA atau $m_{OA} = \dfrac{\text{komponen } y \text{ garis } OA}{\text{komponen } x \text{ garis } OA}$.
4. Gradien positif menyatakan bahwa garis tersebut *naik* jika diikuti dari kiri ke kanan.
5. Gradien negatif menyatakan bahwa garis tersebut *turun* jika diikuti dari kiri ke kanan.
6. Gradien garis yang melalui titik $O(0, 0)$ dan titik (x, y) adalah

$$m = \frac{y}{x} = \frac{\text{komponen tegak}}{\text{komponen mendatar}}.$$

2. Gradien Garis yang Melalui ua Titik

isalnya, kamu mempunyai dua titik pada koordinat Cartesius. Koordinat kedua titik tersebut berturut-turut adalah (x_1, y_1) dan (x_2, y_2). Dapatkah kamu menentukan gradien ruas garis ? Kamu telah mengetahui bahwa gradien ruas garis adalah

$$m = \frac{\text{komponen } y \text{ garis}}{\text{komponen } x \text{ garis}}.$$

leh karena koordinat (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) maka komponen y pada ruas garis adalah $y_2 - y_1$. Adapun komponen x pada ruas garis adalah $x_2 - x_1$, sehingga $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Jika sebuah garis melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ maka gradien garis tersebut adalah $m_{AB} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Contoh Soal 3.4

Tentukan gradien ruas garis yang menghubungkan titik (2, 3) dan (5, 8).

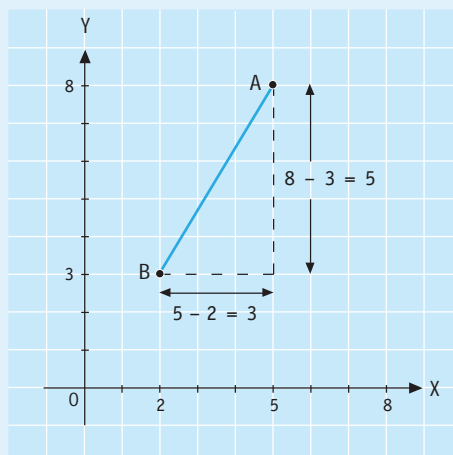
Penyelesaian

Titik (2, 3) $\rightarrow x_1 = 2$ dan $y_1 = 3$

Titik (5, 8) $\rightarrow x_2 = 5$ dan $y_2 = 8$

radien ruas garis adalah

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 3}{5 - 2} = \frac{5}{3}$$

Jadi, gradien ruas garis yang melalui titik (2, 3) dan (5, 8) adalah $\frac{5}{3}$.

Latihan 3.4

1. Hitunglah gradien ruas garis yang menghubungkan titik-titik berikut.
   a. (3, 6) dan (7, 16)
   b. (–5, 8) dan (3, –8)
   c. (–6, –3) dan *F*(4, 7)
2. Tentukan gradien garis yang melalui titik-titik berikut.
   a. (0, 3) dan (4, 1)
   b. (4, 1) dan (–8, 7)
   c. (–5, 4) dan (12, –8)
3. ambarkan dalam satu grafik yang melalui titik-titik berikut. Kemudian, tentukan pula gradien dari kedua garis tersebut.
   a. (–3, 2) dan (2, 2)
   b. (–3, –3) dan (1, –3)
4. Hitunglah nilai *a* agar garis yang menghubungkan titik (*a*, 2) dan (3*a*, –10) mempunyai gradien –2.
5. Diketahui titik *P*(*b*, 2*b* + 2) dan titik (*b* – 3, 3*b*). Tentukan *b* agar garis yang melalui titik *P* dan mempunyai gradien 1.

3. Gradien Garis-Garis Sejajar

Kamu telah mempelajari cara menentukan gradien garis yang melalui dua titik. Kali ini, kamu akan mengenal sifat yang dimiliki oleh gradien garis-garis sejajar.

Eksplorasi 3.2

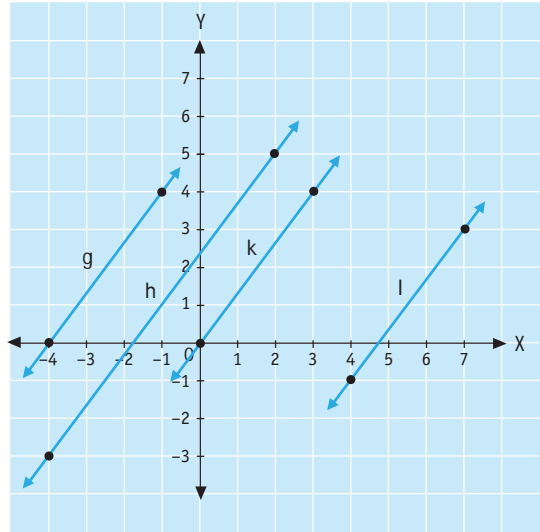
Tujuan:

Mengenal gradien pada garis-garis sejajar.

Kegiatan:

Perhatikan garis-garis sejajar pada koordinat Cartesius berikut.

Pertanyaan:

1. Tentukan m_g, m_h, m_k, dan m_l pada koordinat tersebut.
2. Apakah yang dapat kamu simpulkan mengenai gradien garis-garis sejajar?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, tentu kamu akan memperoleh kesimpulan berikut.

- Garis-garis yang sejajar akan memiliki gradien yang sama.
- Jika diketahui garis-garis dengan gradien yang sama maka pastilah garis-garis tersebut saling sejajar.

Contoh Soal 3.5

Tentukan persamaan garis yang sejajar dengan garis $y = 2x + 3$ dan melalui titik (1, 4).

Penyelesaian

isalnya, garis yang sejajar dengan garis $y = 2x + 3$ adalah garis k, maka gradien garis $k = 2$.

Persamaan garis k adalah $y = 2x + b$

leh karena garis k melalui titik (1, 4) maka

$y = 2x + b$

$4 = 2(1) + b$

$4 = 2 + b$

$b = 4 - 2$

$= 2$

Jadi, persamaan garis yang sejajar dengan garis $y = 2x + b$ dan melalui titik (1, 4) adalah $y = 2x + 2$.

Latihan 3.5

1. anakah di antara kelima persamaan garis berikut yang merupakan garis sejajar?
   a. $y = 7x + 8$
   b. $y = 7x$
   c. $2y + x = 7$
   d. $2 - 7y = x$
   e. $7x = y + 8$
2. Tuliskan pasangan garis yang sejajar dengan gradien berikut.
   a. 2
   b. $\frac{1}{2}$
   c. –1
   d. –3
   e. $-\frac{2}{3}$
3. Diketahui garis p melalui (–2, 4) dan (–4, 1) serta melalui (3, a) dan (5, –1).
   a. Tentukan gradien garis p
   b. Tentukan nilai a agar garis q sejajar dengan garis p
   c. ambarkan garis p dan garis q pada bidang Cartesius
4. Diberikan garis s yang melalui titik (–1, 1) dan (0, 3). Adapun garis t melalui titik (1, 5) dan (2, 7).
   a. Tentukan gradien garis s dan gradien garis t
   b. Dari gradien yang telah diketahui tersebut, dapatkan disimpulkan bahwa garis s garis t
   c. Periksa jawaban b dengan menggambar kedua garis tersebut pada koordinat Cartesius (perpanjang kedua garis)
5. Diketahui titik-titik P(2, 8), (6, –4), (5, 10), dan S(6, 7).
   a. ambarlah keempat titik tersebut pada koordinat Cartesius
   b. Hitunglah gradien garis P dan garis S
   c. Apakah kedua garis tersebut sejajar?

4. Gradien Garis-Garis yang Saling Tegak Lurus

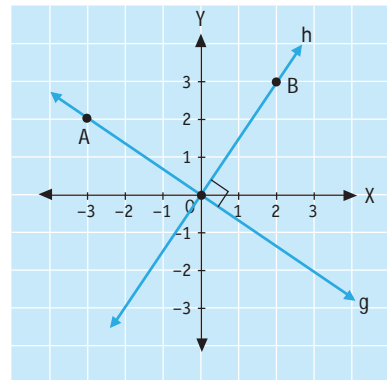
Setelah kamu mengetahui sifat gradien pada garis-garis sejajar, sekarang kamu akan mencari tahu sifat garis-garis yang saling tegak lurus.

Eksplorasi 3.3

Tujuan:

Mengenal sifat garis-garis yang saling tegak lurus.

Kegiatan:

Perhatikan garis g dan garis h yang saling tegak lurus pada koordinat Cartesius berikut.

Pertanyaan:

1. Tentukanlah m_g dan m_h.
2. Berapakah hasil dari $m_g \times m_h$?
3. Apakah kesimpulan yang kamu peroleh setelah melakukan kegiatan tersebut?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu memperoleh kesimpulan berikut.

Hasil kali gradien garis-garis yang saling tegak lurus adalah –1.

Contoh Soal 3.6

isalnya, garis   melalui titik (1, –1) dan titik (3, 1). Adapun garis h melalui titik (3, 1) dan (6, –2). Apakah garis   dan garis h saling tegak lurus?

Penyelesaian

Untuk mengetahui apakah garis   dan garis h saling tegak lurus, tentukanlah m dan m_h terlebih dahulu.

aris   melalui titik (1, –1) dan titik (3, 1). Dengan demikian,

$$m = \frac{1 - (-1)}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1$$

aris h melalui titik (3, 1) dan (6, –2). Dengan demikian,

$$m_h = \frac{-2 - 1}{6 - 3} = \frac{-3}{3} = -1$$

Hasil kali antara m dan m_h adalah $m \times m_h = 1 \times (-1) = -1$.

leh karena $m \times m_h = -1$ maka garis   dan garis h saling tegak lurus.

Latihan 3.6

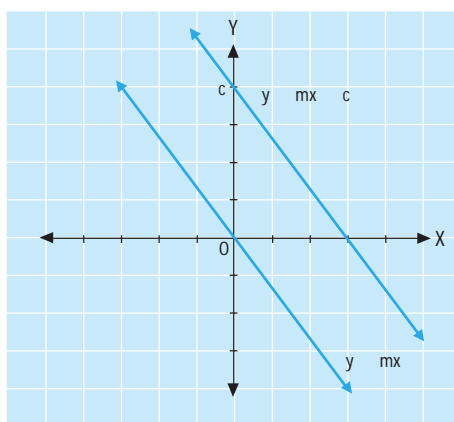
1. Tuliskan gradien garis yang tegak lurus dengan garis yang mempunyai gradien berikut.
   a. –3
   b. $-\frac{1}{8}$
   c. 2
   d. $\frac{5}{7}$
   e. 1
2. isalnya, gradien garis   adalah m .
   a. Hitunglah m bila (–3, 9) dan (5, –2)
   b. Tentukan gradien garis k jika garis k tegak lurus dengan garis
   c. ambarkanlah garis   pada koordinat Cartesius

3. Tentukan pasangan garis yang saling tegak lurus dari garis-garis berikut.
   a. aris melalui (–2, 2) dan (2, 6)
   b. aris melalui (1, 0) dan (2, 3)
   c. aris melalui (0, 1) dan (2, –2)
   d. aris melalui (–2, 1) dan (1, 0)
   e. aris melalui (–1, 1) dan (3, –2)
4. Diketahui garis p melalui titik (–1, 3) dan (2, 1). Adapun garis q melalui titik (4, a) dan (2 + a, 2).
   a. Tentukan gradien garis p
   b. Tentukan nilai a agar garis q tegak lurus garis p
   c. ambarkan garis p dan q pada bidang Cartesius
5. Diketahui garis yang melalui titik (–4, –5), (3, 7), dan garis h yang melalui titik (14, –9) dan F(2, –2).
   a. Hitunglah gradien garis dan gradien garis F?
   b. Bagaimanakah hubungan antara kedua garis tersebut?
   c. ambarkanlah garis dan garis F pada koordinat Cartesius

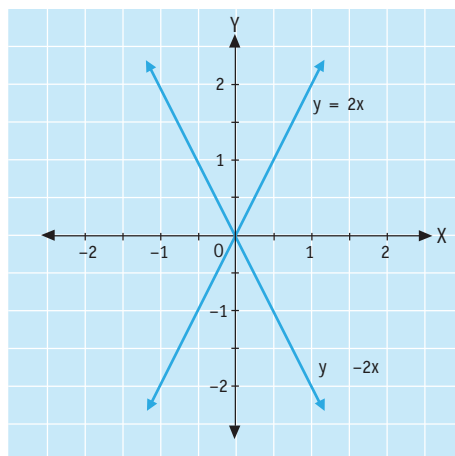
C. Persamaan Garis

Pada bahasan yang lalu, kamu telah memahami pengertian gradien. radien yang telah kamu pelajari tersebut dapat kamu gunakan untuk menemukan persamaan suatu garis lurus. Selain gradien, kamu dapat juga menemukan persamaan garis lurus apabila mengetahui letak dua titik pada garis lurus tersebut.

1. Persamaan Garis dalam Bentuk y x dan y x c

Pada umumnya, terdapat dua bentuk persamaan garis, yaitu bentuk $y = mx$ dan $y = mx + c$ seperti yang dapat kamu lihat pada gambar berikut.

Apakah perbedaan di antara kedua bentuk tersebut?

a. sa aan a is $y =$ x

Perhatikan gambar berikut.

ambar tersebut menunjukkan dua contoh persamaan garis dalam bentuk $y = mx$. Pada gambar tersebut, terlihat bahwa persamaan garis dalam bentuk $y = mx$ selalu melalui titik (0, 0). Persamaan garis $y = mx$ adalah suatu persamaan garis dengan gradien m dan melalui titik (0, 0).

Contoh Soal 3.7

1. Tentukan persamaan garis dengan gradien –3 dan melalui titik (0, 0).

   Penyelesaian

   leh karena persamaan garis tersebut melalui titik (0, 0) maka persamaan umum garis tersebut adalah $y = mx$.
   Diketahui $m = –3$. Dengan demikian, persamaan garis tersebut adalah $y = –3x$.

2. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (0, 0) dan tegak lurus dengan garis yang bergradien 6.

   Penyelesaian

   isalnya, persamaan umum garis adalah $y = mx$.
   Diketahui garis tersebut tegak lurus dengan suatu garis lain yang bergradien 6.
   leh karena hasil perkalian gradien dua garis yang saling tegak lurus adalah –1 maka gradien garis adalah $-\frac{1}{6}$.

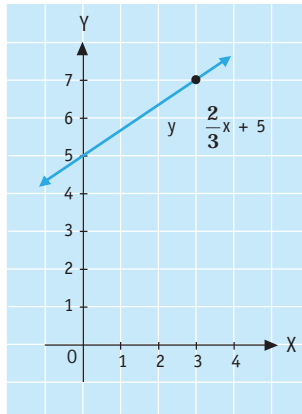
   Jadi, persamaan garis adalah $y = -\frac{1}{6}x$.

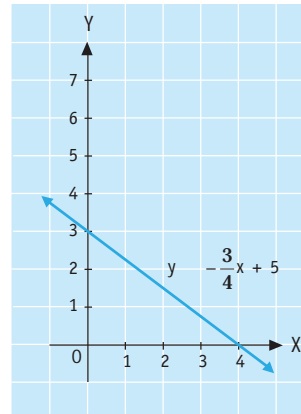
b. sa aan a is $y = \quad x + c$

Sekarang, kamu akan mengenal persamaan garis $y = mx + c$. Sebagai contoh, coba kamu perhatikan dua persamaan garis $y = mx + c$ berikut.

$$y = \frac{2}{3}x + 5 \qquad\qquad y = -\frac{3}{4}x + 3$$

Tabel 3.5

x	0	3
y	5	7

Tabel 3.6

x	0	4
y	3	0

Pada kedua contoh tersebut, kamu tentu melihat hal-hal berikut.

- Koefisien x dari persamaan garis $y = mx + c$ merupakan gradien garis tersebut.
- rdinat titik potong antara garis $y = mx + c$ dan sumbu merupakan nilai c persamaan garis tersebut.

Dengan kata lain,

> Persamaan garis $y = mx + c$ merupakan suatu persamaan garis dengan gradien m dan memotong sumbu Y di titik $(0, c)$.

Contoh Soal 3.8

1. Tentukan persamaan garis yang bergradien 8 dan melalui titik (0, –3).

   Penyelesaian

   Persamaan umum garis yang melalui titik $(0, c)$ adalah $y = mx + c$.
   leh karena $m = 8$ dan $c = -3$ maka persamaan garisnya adalah $y = 8x - 3$.

2. Diketahui garis dengan persamaan $y - 4x = 9$.
   Tentukan gradien garis tersebut. Kemudian, tentukan pula titik potong antara garis dan sumbu .

Penyelesaian

Ubahlah bentuk persamaan garis $y - 4x = 9$ menjadi bentuk $y = mx + c$. Kamu peroleh

$$y - 4x = 9$$
$$y = 4x + 9$$

Jadi, gradien garis tersebut adalah 4.

aris dengan persamaan $y = mx + c$ akan memotong sumbu di titik $(0, c)$. Jadi, garis dengan persamaan $y = 4x + 9$ akan memotong sumbu di titik $(0, 9)$.

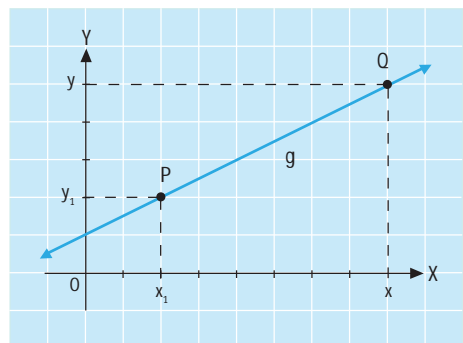
Latihan 3.7

1. Tentukanlah persamaan garis yang melalui titik (0, 0) dan memiliki gradien
   a. 12
   b. 16
   c. –3
2. Tentukanlah persamaan garis yang sejajar dengan garis $y - 3x - 1 = 0$ dan melalui titik (0, 0).
3. Tentukanlah persamaan garis yang melalui titik (0, 0) dan tegak lurus dengan garis yang memiliki gradien $-\frac{1}{6}$.
4. Tentukanlah persamaan garis yang melalui titik (0, 5) dan memiliki gradien sebagai berikut.
   a. $\frac{4}{5}$
   b. –9
   c. $-\frac{1}{2}$
5. Tentukanlah persamaan garis yang tegak lurus dengan garis $y - 12x - 10 = 0$ dan melalui titik (0, –19).

2. Menentukan Persamaan Garis Lurus

a. sa aan a is ngan a i n yang a ui bua i i

Kali ini, kamu akan mengenal cara untuk membentuk sebuah persamaan garis dengan gradien m yang melalui sebuah titik. Untuk itu, perhatikanlah uraian berikut.

Diketahui garis memiliki gradien m. aris tersebut juga melalui titik $P(x_1, y_1)$. isalnya, titik $(x\ y)$ adalah titik sebarang yang terletak pada garis seperti tampak pada gambar di samping.

Kamu dapat mengetahui gradien garis P yaitu $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$. unakanlah $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ untuk mencari persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1).

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan bergradien m adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Contoh Soal 3.9

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (3, 5) dan bergradien 6.

Penyelesaian

Titik (3, 5) memiliki nilai $x_1 = 3$ dan $y_1 = 5$.
radien persamaan garis tersebut 6. Dengan demikian, $m = 6$.
Persamaan garisnya adalah

$$\begin{aligned} & y - y_1 = m(x - x_1) \\ \Leftrightarrow\ & y - 5 = 6(x - 3) \\ \Leftrightarrow\ & y - 5 = 6x - 18 \\ \Leftrightarrow\ & y = 6x - 18 + 5 \\ \Leftrightarrow\ & y = 6x - 13 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis yang melalui titik (3, 5) dan bergradien 6 adalah $y = 6x - 13$.

b. sa aan a is yang a ui ua i i

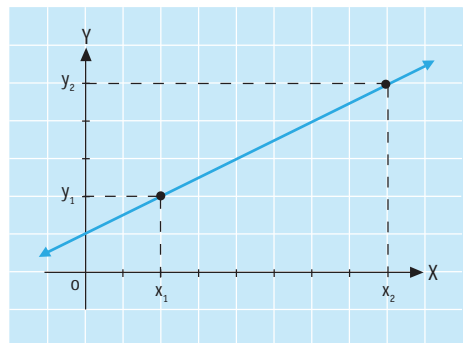
Kamu telah mengetahui bahwa gradien suatu garis yang melalui titik $P(x_1, y_1)$ dan (x_2, y_2) adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Cobalah kamu substitusikan m pada persamaan $y - y_1 = m(x - x_1)$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Leftrightarrow\ y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)(x - x_1)$$

Bagilah kedua ruas dengan $y_2 - y_1$.

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{(y_2 - y_1)(x_2 - x_1)}$$

leh karena $\frac{y_2 - y_1}{y_2 - y_1} = 1$ maka kamu peroleh

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

Contoh Soal 3.10

Tentukanlah persamaan garis yang melalui titik (2, 6) dan (5, 1).

Penyelesaian

Untuk titik (2, 6) maka $x_1 = 2$ dan $y_1 = 6$

Untuk titik (5, 1) maka $x_2 = 5$ dan $y_2 = 1$

Dengan menggunakan rumus persamaan garis yang melalui dua titik, kamu peroleh

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y - 6}{1 - 6} = \frac{x - 2}{5 - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y - 6}{-5} = \frac{x - 2}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(y - 6) = -5(x - 2)$$

$$\Leftrightarrow 3y - 18 = -5x + 10$$

$$\Leftrightarrow 3y = -5x + 10 + 18$$

$$\Leftrightarrow 3y = -5x + 28$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{5}{3}x + 9\frac{1}{3}$$

Jadi, persamaan garis yang melalui titik (2, 6) dan titik (5, 1) adalah $y = -\frac{5}{3}x + 9\frac{1}{3}$.

Latihan 3.8

1. Tentukanlah persamaan garis berikut.
   a. aris dengan gradien 4 dan melalui titik (–7, 8)
   b. aris dengan gradien $\frac{1}{2}$ dan melalui titik (4, 4)
   c. aris dengan gradien –3 dan melalui titik (–5, –10)
   d. aris dengan gradien $4\frac{1}{7}$ dan melalui titik (3, 6)
   e. aris dengan gradien –1 dan melalui titik (6, 3)

2. Diketahui garis h melalui titik (6, –6) dan titik (b, –3). Tentukanlah nilai b jika gradien garis h adalah $-\frac{1}{3}$.
3. Tentukanlah persamaan garis yang melalui titik berikut.
   a. (–1, 9) dan (3, 4)
   b. (–6, –5) dan (0, 11)
   c. (7, –3) dan (12, 19)
   d. (3, 10) dan (–1, 2)
   e. (0, 4) dan (–3, –1)
4. Diketahui garis l melalui titik P(–2, –9) dan titik (5, q). Tentukanlah nilai q jika gradien garis l adalah $\frac{2}{11}$. Kemudian, tentukan pula persamaan garis l tersebut.
5. Diketahui garis n melalui titik (–7, –6) dan titik (–3, c). Tentukan persamaan garis n jika garis n tersebut tegak lurus dengan garis yang bergradien –3.

Info Matematika

Rene es artes

APABILA kamu akan menggambar grafik maka kamu akan menggambarnya pada koordinat Cartesius bukan? Siapakah yang pertama kali memiliki ide tentang koordinat Cartesius? Dia adalah Rene es artes.

Sumber: *www.upload.wikipedia.org*

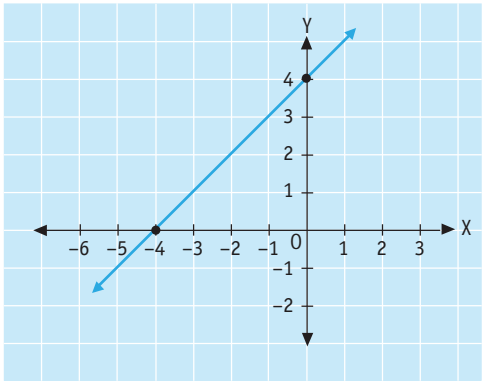
Rene Descartes dilahirkan pada 31 Maret tahun 1596 di Touraine, Prancis. Ketika sekolah, Descartes merupakan siswa yang sering sakit-sakitan. Beliau pun diizinkan untuk beristirahat di tempat tidurnya hingga pukul 11 setiap hari. Sekolah membuat Descartes tertarik pada bidang matematika.

Sepanjang tahun 1620 hingga 1628, Descartes berkelana di beberapa tempat di Eropa. Tempat-tempat yang dikunjungi oleh Descartes antara lain Bohemia (1620), Hongaria (1621), Jerman, Belanda, dan Prancis (1622–1623). Pada tahun 1628, Descartes berhenti berkelana dan memutuskan untuk tinggal di Belanda.

Descartes telah menerbitkan beberapa karya, di antaranya *La ioptari ue*, *Les M t ores* dan *La om trie*. *La ioptari ue* adalah karya Descartes tentang optik, *Les M t ores* adalah karya Descartes tentang meteorologi. Adapun *La om trie* adalah karya terpenting Descartes. Pada buku inilah dikenalkan bidang Cartesius yang terus digunakan hingga saat ini.

Pada tahun 1649, Ratu Chirstina dari Swedia meminta Descartes untuk tinggal di Swedia. Descartes pun tinggal di Swedia hingga akhir hayatnya. Rene Descartes wafat pada tahun 1650 di Stockholm, Swedia.

Sumber: *www history.mcs.st andrews.ac.uk*

Rangkuman

1. Bentuk umum persamaan garis lurus adalah $y = mx + c$, dengan m gradien dan c konstanta. Nilai c merupakan nilai ordinat titik perpotongan garis dengan sumbu Y.
2. Untuk menggambar grafik persamaan garis lurus, paling sedikit ditentukan dua titik yang dilalui garis tersebut. Cara termudah untuk mencari dua titik ini adalah dengan mencari titik potong garis dengan kedua sumbu koordinat.
3. Gradien adalah perbandingan antara jarak tegak dan jarak mendatar dan dituliskan sebagai $m = \frac{\text{jarak tegak}}{\text{jarak mendatar}}$.
4. Gradien garis melalui dua titik, yaitu (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
5. Garis yang sejajar mempunyai gradien yang sama. Garis yang sejajar dinotasikan dengan "//". Jika garis k//garis l maka $m_k = m_l$.
6. Hasil kali gradien garis-garis yang saling tegak lurus adalah –1. Jika garis k dan garis l tegak lurus maka $m_k \times m_l = -1$.
7. Persamaan garis $y = mx + c$ adalah suatu persamaan garis dengan gradien m dan melalui titik $O(0, 0)$.
8. Persamaan garis $y = mx + c$ merupakan garis dengan gradien m memotong sumbu Y di titik $(0, c)$.
9. Persamaan garis dengan gradien m melalui titik (x_1, y_1) adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$
10. Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

Soal Akhir Bab III

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Persamaan garis yang sejajar dengan sumbu Y adalah ....
   a. $x = k$ c. $k = 0$
   b. $y = k$ d. $y = x$

2. Gradien garis $5x - 4y = 12$ adalah ....
   a. $\frac{4}{5}$ c. $\frac{5}{12}$
   b. $\frac{5}{4}$ d. $\frac{12}{5}$

3. Persamaan garis lurus yang melalui (0, 1) dan sejajar garis $y = 2x$ adalah ....
   a. $y + 2x - 1 = 0$
   b. $y - 2x - 1 = 0$
   c. $y + 2x + 1 = 0$
   d. $y - 2x + 1 = 0$

4. Garis $x = 5$ sejajar dengan ....
   a. garis $y = 5$ c. sumbu Y
   b. sumbu X d. garis $y = 5x$

5. Gradien garis yang persamaannya $4x - 2y = 6$ adalah ....
   a. –4 c. 2
   b. –2 d. 4

6. Titik potong antara garis $4x - y = -15$ dan sumbu Y adalah ....
   a. (15, 0) c. (4, 0)
   b. (0, 15) d. (0, 4)

7. Dua garis $ax + by = c$ dan $px + \ y = r$ akan sejajar jika ....
   a. $c = r$ c. $a = p$
   b. $b =$ d. $\frac{a}{b} = \frac{p}{\ }$

8. Gradien dua garis yang sejajar adalah ....
   a. –2 c. sama besar
   b. 0 d. berbeda

9. Persamaan garis yang melalui titik (1, –2) dan (3, –7) adalah ....
   a. $y = -5x + 1$
   b. $2y = -5x + 1$
   c. $x = 2y + 1$
   d. $2x = -5y + 1$

10. Persamaan garis lurus yang melalui titik (4, 3) dan (0, 5) adalah ....
    a. $y = 2x + 5$ c. $2y + x = 10$
    b. $y = -2x + 5$ d. $2y - x = 10$

11. Perhatikan gambar berikut.

    Gradien garis pada gambar tersebut adalah ....
    a. 1 c. 4
    b. –1 d. –4

12. Gradien garis yang menghubungkan titik $A(x_A, y_A)$ dan $B(x_B, y_B)$ adalah ....
    a. $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
    b. $x_B - x_A = 0$
    c. $(x - x_A)(y_B - y_A)$
    d. $(y - y_A)(x_B - x_A)$

13. Gradien dari garis $ax + by = c$ adalah ....
    a. c c. $\frac{c}{b}$
    b. $\frac{a}{b}$ d. $-\frac{a}{b}$

14. Gradien garis s adalah $\frac{2}{3}$. Garis s tersebut melalui titik (–2, 5). Persamaan garis s adalah ....
   a. $y = \frac{2}{3}x + 6\frac{1}{3}$
   b. $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{3}$
   c. $y = \frac{2}{3}x + 2\frac{1}{3}$
   d. $y = \frac{2}{3}x + 4\frac{1}{3}$

15. Garis k memotong sumbu X di titik (5, 0) dan memotong sumbu Y di titik (0, 2). Persamaan garis k adalah ....
   a. $y = 5x + 10$
   b. $2y = 5x + 10$
   c. $-5y = 2x - 10$
   d. $-5y = 2x + 10$

16. Garis l tegak lurus garis $y = 3x + 6$ dan melalui titik (0, 0). Dengan demikian, persamaan garis l adalah ....
   a. $y = 3x$
   b. $y = -3x$
   c. $y \quad \frac{1}{3}x$
   d. $y = -\frac{1}{3}x$

17. Garis p sejajar dengan garis $y = 2x - 11$ dan melalui titik (3, 4). Persamaan garis p adalah ....
   a. $y = 2x + 2$
   b. $y = -2x + 2$
   c. $y = 2x - 2$
   d. $y = -2x - 2$

18. Persamaan garis lurus yang melalui titik pangkal $O(0, 0)$ dan (3, 5) adalah ....
   a. $y = \frac{5}{3}x$
   b. $y = \frac{3}{5}x$
   c. $y = -\frac{5}{3}x$
   d. $y = -\frac{3}{5}x$

19. Persamaan garis yang melalui titik (–4, 7) dan (10, –1) adalah ....
   a. $3y + 4x - 37 = 0$
   b. $3y + 4 - 19x = 0$
   c. $7y + 3x - 37 = 0$
   d. $7y + 4x - 33 = 0$

20. Gradien garis yang melalui titik $O(0, 0)$ dan titik $P(4, -2)$ adalah ....
   a. 2
   b. $\frac{1}{2}$
   c. –2
   d. $\frac{1}{2}$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Tentukan gradien dan titik potong antara sumbu-sumbu koordinat dari persamaan garis $y + 9 = x$.
2. Apakah titik (2, –1) terletak pada garis $y = -2x + 3$? Jelaskan.
3. Tentukan koordinat titik potong antara garis $y = mx + p$ dan sumbu X.
4. Diketahui garis m melalui titik $A(-4, -7)$ dan titik $B(x, 14)$. Tentukanlah nilai x, jika gradien garis m adalah $\frac{7}{4}$. Kemudian, tentukan persamaan garis m tersebut.
5. Diketahui titik $A(2, -4)$, $B(20, 6)$, (5, 8), dan (4, 10). Tunjukkanlah bahwa A tegak lurus B .

Alat-alat optik, seperti kacamata, lup (kaca pembesar), mikroskop, atau pun teleskop menggunakan persamaan-persamaan matematika dalam pembuatan atau pun penggunaannya. Misalnya, agar benda-benda langit terlihat jelas saat kamu menggunakan teleskop maka teleskop tersebut harus dirancang sedemikian rupa, baik lensa atau pun jarak dari lensa ke matamu.

Pada pembahasan berikut, kamu akan mempelajari persamaan-persamaan yang kelak dapat kamu gunakan pada pelajaran fisika untuk menghitung persamaan pada alat-alat optik.

Sumber: *www.maxskywatcher.de*

Sumber: *www.mi.astro.it*

Bab I

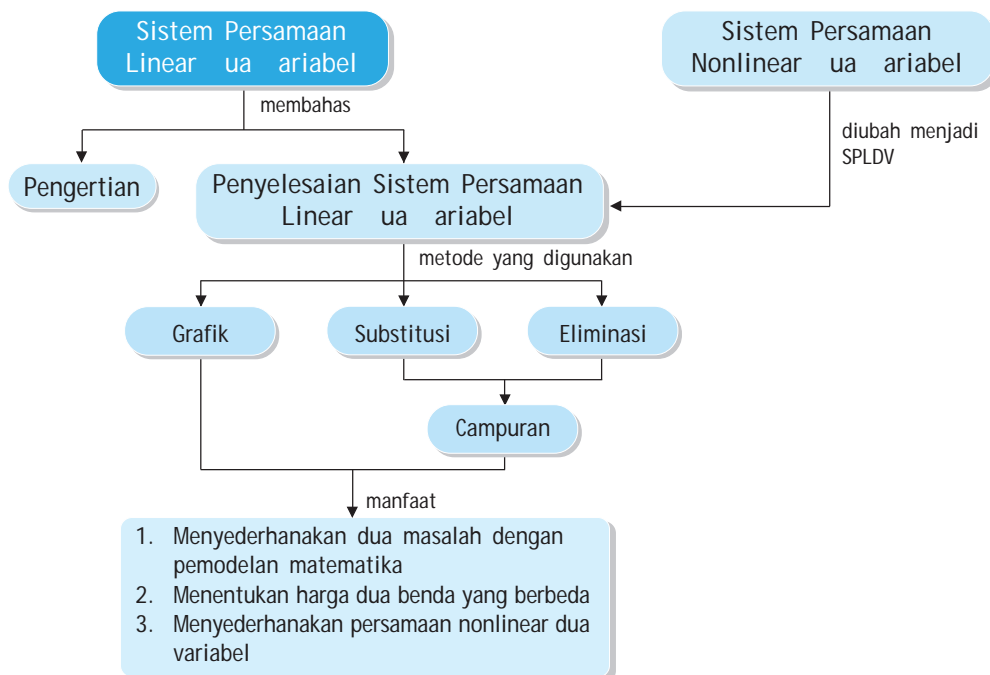
Sistem Persamaan Linear ua ariabel

Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. memahami sistem persamaan linear dua variabel,
b. memahami berbagai metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel, dan
c. menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini

Peta Konsep

Kata Kun i

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- variabel
- metode grafik
- metode eliminasi
- metode substitusi
- himpunan penyelesaian

U j i   P r a s y a r a t   M a t e m a t i k a

ji Prasyarat

Sebelum membahas materi sistem persamaan linear dua ariabel, coba kamu kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu.

1. Berbentuk apakah grafik persamaan $x + 3y = 0$ apabila digambarkan pada diagram Cartesius?
2. Diketahui suatu persamaan $3x – 2y = 4$.
   a. Nyatakanlah x dalam ariabel y
   b. Nyatakan pula y dalam ariabel x
3. Lengkapilah dua tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 4.1

x	0	...
y	...	0
(x, y)	(0, ...)	(..., 0)

$x – 2y = 4$

Tabel 4.2

x	0	...
y	...	0
(x, y)	(0, ...)	(..., 0)

$2x + 5y = 10$

   a. ambarlah grafik kedua tabel tersebut pada diagram Cartesius yang sama. Apakah bentuk grafik dari kedua persamaan tersebut?
   b. Apakah kedua grafik tersebut memiliki titik potong? Jika ada, dapatkah kamu menerka koordinat titik potong kedua grafik tersebut?

A. Persamaan Linear Satu ariabel

Kamu telah mempelajari pengertian persamaan linear satu ariabel (PLSV) di Kelas VII. asih ingatkah kamu pengertian persamaan linear satu ariabel?

Bentuk umum persamaan linear satu ariabel adalah $ax + b = 0$, dengan x dinamakan *ariabel*, a dinamakan *koe isien* dari x, $a \neq 0$, dan b dinamakan *konstanta*.

Persamaan linear satu variabel adalah persamaan yang hanya memiliki satu variabel dan variabel tersebut berpangkat satu.

Contoh Soal 4.1

anakah yan merupakan P S di antara ti a persamaan berikut

a. $5x + 10 = 0$
b. $\sqrt{x + 1} = 2$
c. $3x = 8$

Penyelesaian

a. Persamaan $5x + 10 = 0$ merupakan PLSV karena hanya memiliki satu ariabel, yaitu x dan memenuhi bentuk $ax + b = 0$.

b. Persamaan $\sqrt{x + 1} = 2$ walaupun memiliki satu ariabel, tetapi bukan merupakan PLSV karena tidak memenuhi $ax + b = 0$.

c. Persamaan $3x = 8$ merupakan PLSV karena hanya memiliki satu ariabel, yaitu x dan memenuhi bentuk $ax + b = 0$, yaitu $3x - 8 = 0$.

isalnya, Andika membeli dua botol minuman ringan seharga p7.000,00. Dapatkah kamu menentukan harga satu botol minuman ringan tersebut jika kedua botol minuman tersebut harganya sama? Jika harga satu botol minuman ringan kamu misalkan x maka harga dua botol minuman ringan dapat kamu tulis dalam bentuk PLSV, yaitu $2x - 7000 = 0$. Pada bentuk tersebut, x dinamakan *ariabel*, bilangan 2 dinamakan *koe isien* dari x, dan –7000 dinamakan *konstanta*. Persamaan $2x - 7000 = 0$ mempunyai penyelesaian $x = 3.500$. Jadi, harga satu botol minuman ringan adalah p3.500,00. Nilai $x = 3.500$ dinamakan *penyelesaian* dari $2x - 7000 = 0$.

Gambar 4.1
Harga satu botol minuman ringan dapat kamu selesaikan dengan PLSV.

Contoh Soal 4.2

anakah di antara P S berikut yan mempunyai penyelesaian x =

a. $5x + 5 = 0$

b. $x + 4 = 2x + 1$

c. $5x + 1 = 3x - 8$

Penyelesaian

a. Substitusikan $x = 3$ pada $5x + 5 = 0$. Kamu peroleh $5(3) + 5 = 20$. leh karena $5x + 5 \neq 0$ untuk $x = 3$ maka $x = 3$ *bukan* penyelesaian dari $5x + 5 = 0$.

b. Substitusikan $x = 3$ pada $x + 4 = 2x + 1$.

$$\begin{aligned} & 3 + 4 = 2(3) + 1 \\ \Leftrightarrow\ & 7 = 6 + 1 \\ \Leftrightarrow\ & 7 = 7 \end{aligned}$$

 leh karena $x + 4 = 2x + 1$ untuk $x = 3$ maka $x = 3$ merupakan penyelesaian $x + 4 = 2x + 1$.

c. Substitusikan $x = 3$ pada $5x + 1 = 3x - 8$.

$$\begin{aligned} & 5(3) + 1 = 3(3) - 8 \\ \Leftrightarrow\ & 15 + 1 = 9 - 8 \\ \Leftrightarrow\ & 16 = 1 \end{aligned}$$

 leh karena $5x + 1 \neq 3x - 8$ untuk $x = 3$ maka $x = 3$ *bukan* penyelesaian dari $5x + 1 = 3x - 8$.

Latihan 4.1

1. anakah yang merupakan PLSV di antara empat persamaan berikut?
   a. $x + 2y = 1$ c. $3y + 6 = 7$
   b. $3x + 4 = 1 - x$ d. $\frac{2}{x} + \frac{x}{2} = 3$
2. anakah yang merupakan PLSV dari persamaan berikut?
   a. $2x - 1 = 6$ d. $x + y = 8$
   b. $3x^2 + 3 = 6$ e. $6x^3 + 3x^2 = 6$
   c. $y + \frac{1}{y} = 5$
3. Tentukan penyelesaian PLSV berikut.
   a. $2x + 5 = 7$ d. $\frac{3z - 4}{2} = z + 3$
   b. $y - 4 = -12$ e. $\frac{1}{x} + 5 = 7$
   c. $3x - 2 = x + 6$
4. Panjang dan lebar suatu persegi panjang adalah $(2x - 3)$ cm dan $(x + 2)$ cm. Jika keliling persegi panjang tersebut 34 cm, tentukanlah
   a. panjang dan lebar persegi panjang,
   b. luas persegi panjang.
5. Ibu membeli 3 kg apel dan 2 kg jeruk seharga p46.000,00. Tentukan harga 1 kg jeruk jika 1 kg apel adalah p12.000,00.

B. Persamaan Linear ua ariabel

Pada bahasan yang lalu, kamu telah mempelajari kembali PLSV beserta cara menyelesaikan PLSV. Pada bahasan kali ini, kamu akan dikenalkan pada persamaan linear dua ariabel (PLDV) beserta cara untuk menyelesaikan PLDV tersebut.

1. Mengenal PL

Perhatikan persamaan-persamaan berikut.

a. $3x + 6 = 8$ d. $2x - y - 5 = 1$
b. $2t + 7 = 20 + t$ e. $p + 2q = 0$
c. $3x + 2y = 5$

Persamaan-persamaan (a) dan (b) merupakan PLSV karena hanya memiliki satu ariabel dan ariabelnya tersebut berpangkat satu. Adapun persamaan (c), (d), dan (e) bukan PLSV. Persamaan (c), (d), dan (e) memiliki dua ariabel dan kedua ariabelnya tersebut berpangkat satu. Persamaan-persamaan seperti itu dinamakan *persamaan linear dua ariabel* (PLDV). Seperti apakah bentuk umum PLDV?

Bentuk umum PLDV adalah $ax + by = c$ dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$, $b \neq 0$. x dan y dinamakan *variabel*, a dinamakan *koefisien* dari x, b dinamakan *koefisien* dari y, dan c dinamakan *konstanta*.

Contoh Soal 4.3

anakah yan merupakan P di antara keti a persamaan berikut

a. $2x + 5y = 30$

b. $\frac{1}{2}x^2 = 5y + 3$

c. $x + y = z$

Penyelesaian

a. Persamaan $2x + 5y = 30$ merupakan PLDV karena sesuai dengan bentuk umum $ax + by = c$.

b. Persamaan $\frac{1}{2}x^2 = 5y + 3$ *bukan* merupakan PLDV karena pangkat dari ariabel x bukan satu.

c. Persamaan $x + y = z$ *bukan* merupakan PLDV karena persamaan tersebut terdiri atas tiga ariabel, yaitu x, y, dan z.

Latihan 4.2

anakah yan merupakan P di antara kelima persamaan berikut

1. $\frac{1}{5}m = 4 + \frac{3}{5}n$
2. $y^3 + 4 = y^2$
3. $5 + 2xy = 3$
4. $4x = y - 3$
5. $x + y = 0$

2. Penyelesaian Persamaan Linear ua ariabel

Bentuk umum PLDV adalah $ax + by = c$. leh karena $ax + by = c$ merupakan persamaan linear maka grafik persamaan $ax + by = c$ pada diagram Cartesius akan berbentuk garis lurus. Selain itu, oleh karena penyelesaian PLDV terdiri atas penyelesaian untuk nilai x dan juga penyelesaian untuk nilai y maka penyelesaian PLDV akan berbentuk *himpunan penyelesaian* , yaitu $\{(x, y)$ $ax + by = c, x, y \in$ $\}$.

Contoh Soal 4.4

Tentukan himpunan penyelesaian dari $2x + y = 3$ untuk $x = -2$ sampai dengan $x = 4$ dengan x dan y bilangan bulat. Kemudian, gambarkan grafiknya pada diagram Cartesius.

Penyelesaian

Substitusikanlah nilai $x = -2$ pada $2x + y = 3$. Kamu peroleh

$2(-2) + y = 3$

$\Leftrightarrow\ -4 + y = 3$

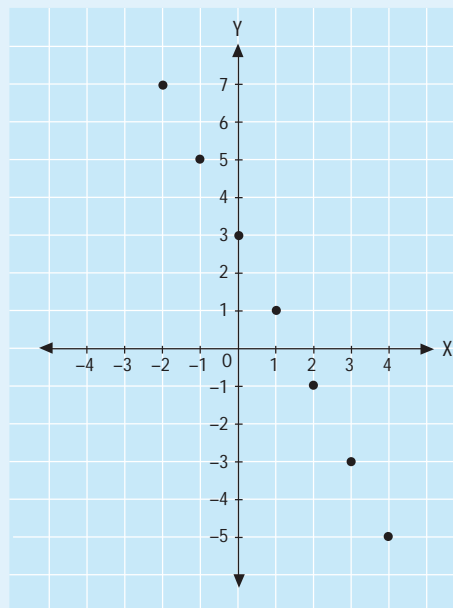
$\Leftrightarrow\ y = 3 + 4$

$\Leftrightarrow\ y = 7$

Kamu peroleh pasangan (–2, 7). Lakukan hal yang sama untuk $x = -1$ sampai dengan $x = 4$. Hasil perhitunganmu dapat kamu lihat pada tabel berikut.

Tabel 4.3

x	–2	–1	0	1	2	3	4
y	7	5	3	1	–1	–3	–5
(x, y)	(–2, 7)	(–1, 5)	(0, 3)	(1, 1)	(2, –1)	(3, –3)	(4, –5)

Diagram Cartesius dari himpunan penyelesaian tersebut adalah sebagai berikut.

Latihan 4.3

1. Tentukanlah himpunan penyelesaian untuk persamaan-persamaan berikut.
   a. $x - y = 8$, dengan x bilangan cacah kurang dari 8
   b. $2x - y = 0$, dengan x bilangan cacah kurang dari 10
   c. $y = 7 - x$ dengan x dan y bilangan real
   d. $y = 10 - 3x$ dengan x dan y bilangan real
   e. $y - 2x = 4$, dengan x dan y bilangan real

2. Berat 3 ayam dan 5 itik adalah 12,5 kg. Ternyata setelah ditimbang, berat seekor itik adalah 1,6 kg. Tentukan berat seekor ayam.
3. Harga 2 kg jeruk dan 3 kg mangga p38.000,00. Tentukan harga 1 kg jeruk jika harga 1 kg mangga p7.000,00.
4. Diketahui keliling suatu taman yang berbentuk persegi panjang 30 m. Panjang taman tersebut 5 m lebihnya dari lebarnya.
   a. Tentukan kalimat matematika dari soal tersebut.
   b. Tentukan panjang dan lebar taman tersebut.
5. Andi membawa kotak yang berisi gula dan tepung. Berat kotak tersebut 12 kg. Ternyata, di dalam kotak tersebut terdapat dua bungkus gula yang beratnya sama dan juga terdapat tiga bungkus tepung yang beratnya sama. Tentukanlah berat satu bungkus gula dan satu bungkus tepung yang mungkin.

C. Sistem Persamaan Linear ua ariabel

Setelah kamu mempelajari persamaan linear dua ariabel, sekarang kamu akan mempelajari sistem persamaan linear dua ariabel (SPLDV). Sistem persamaan dua ariabel adalah suatu sistem persamaan yang dibangun oleh beberapa persamaan linear dua ariabel.

1. Pengertian SPL

isalnya, uni membeli lima pensil dan lima buku seharga p25.000,00. Kemudian, isma membeli tiga pensil dan enam buku seharga p24.000,00 di toko yang sama. Apabila kamu misalkan harga pensil sebagai x dan harga buku sebagai y maka kamu akan mendapatkan dua PLDV, yaitu $5x + 5y = 25.000$ dan $3x + 6y = 24.000$. leh karena pensil dan buku yang dibeli oleh uni sama dengan buku dan pensil yang dibeli isma maka terdapat hubungan pada kedua PLDV tersebut. Hubungan itu dinamakan *sistem*. leh karena sistem tersebut terdapat di dalam PLDV maka sistem tersebut dinamakan *sistem persamaan linear dua ariabel* (SPLDV).

Pada permasalahan tadi, sistem yang kamu peroleh dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{cases} 5x + 5y = 25.000 \\ 3x + 6y = 24.000 \end{cases}$$

Bentuk umum SPLDV adalah

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = \end{cases}$$

dengan a b c d p dan merupakan bilangan real.

2. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear ua ariabel

Perhatikan kembali SPLDV berikut

$$\begin{cases} 5x + 5y = 25.000 \\ 3x + 6y = 24.000 \end{cases}$$

Dapatkah kamu mencari himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut? Terdapat tiga metode untuk mencari himpunan penyelesaian suatu SPLDV. Ketiga metode tersebut adalah metode grafik, metode substitusi, dan metode eliminasi. Bagaimanakah langkah-langkah menyelesaikan SPLDV dengan menggunakan ketiga metode tersebut?

a. afi

Sesuai dengan namanya, metode ini menggunakan grafik untuk menentukan himpunan penyelesaian dari suatu SPLDV. Berikut ini adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan SPLDV dengan menggunakan metode grafik.

1) ambarlah seluruh grafik PLDV yang terdapat pada SPLDV tersebut pada koordinat Cartesius yang sama.
2) Tentukan titik potong grafik-grafik PLDV tersebut.
3) Titik potong tersebut merupakan penyelesaian SPLDV yang kamu cari.

Eksplorasi 4.1

Tujuan:

Mencari penyelesaian SPLDV dengan menggunakan metode grafik.

Kegiatan:

Misalnya, kamu akan mencari penyelesaian SPLDV berikut.

$$\begin{cases} 5x + 5y = 25.000 \\ 3x + 6y = 24.000 \end{cases}$$

Langkah-Langkah:

1. Lengkapilah kedua tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 4.4

x	0	...
y	...	0
(x, y)	...	...

$5x + 5y = 25.000$

Tabel 4.5

x	0	...
y	...	0
(x, y)	...	...

$3x + 6y = 24.000$

2. Gambarlah grafik kedua PLDV tersebut pada koordinat Cartesius.

Pertanyaan:

1. Apakah tujuan membuat kedua tabel pada Langkah (1)?
2. Berapa banyakkah titik potong kedua grafik PLDV tersebut?
3. Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut?

Setelah kamu melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu telah memahami langkah-langkah menyelesaikan SPLDV. Langkah terpenting pada metode grafik adalah menentukan titik potong antara garis-garis pada SPLDV dan kedua sumbu koordinat. Titik potong tersebut dicari dengan cara membuat tabel seperti tabel pada kegiatan tadi. Setelah itu, barulah dicari titik potong kedua grafik PLDV yang juga merupakan penyelesaian dari SPLDV tersebut.

Tentukanlah himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut dengan menggunakan metode grafik.

$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Penyelesaian

Tentukan titik potong garis-garis pada SPLDV dengan sumbu-sumbu koordinat terlebih dahulu seperti pada tabel berikut.

Tabel 4.6

x	0	2
y	6	0
(x, y)	(0, 6)	(2, 0)

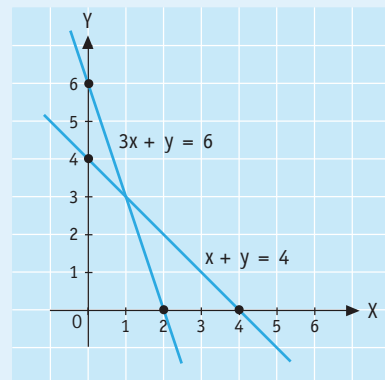
$3x + y = 6$

Tabel 4.7

x	0	4
y	4	0
(x, y)	(0, 4)	(4, 0)

$x + y = 4$

Kemudian, buatlah grafik kedua PLDV tersebut berdasarkan nilai (x, y) pada tabel tadi.   rafik dari SPLDV dapat kamu lihat pada grafik di samping.

Koordinat titik potong kedua grafik tersebut adalah (1, 3). Dengan demikian, penyelesaian dari SPLDV tersebut adalah $x = 1$ dan $y = 3$. jadi, himpunan penyelesaian SPLDV tersebut adalah {(1, 3)}.

b.   ubs i usi

Berbeda dengan metode grafik dalam menyelesaikan PLDV, metode substitusi hanya menggunakan prinsip-prinsip aljabar dan tidak memerlukan gambar. Substitusi berarti *pen   antian* .   aknanya, salah satu   ariabel diganti dengan   ariabel yang lain untuk mendapatkan PLSV.

isalnya, diberikan SPLDV berikut.

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + by = p \end{cases}$$

Langkah-langkah menyelesaikan SPLDV tersebut dengan menggunakan metode substitusi adalah sebagai berikut.

1) Perhatikan persamaan $ax + by = p$. Jika $b \neq 0$ maka nyatakanlah y dalam x. Kamu peroleh $y = \frac{p}{b} - \frac{a}{b}x$.
2) Substitusikan y pada persamaan kedua.
   Kamu peroleh PLSV yang berbentuk $cx + d\left(\frac{p}{b} - \frac{a}{b}x\right) = q$.
3) Selesaikan PLSV tersebut untuk mendapatkan nilai x.
4) Substitusikan nilai x yang kamu peroleh pada persamaan $ax + by = p$ untuk mendapatkan nilai y.

Eksplorasi 4.2

Tujuan:

Mencari penyelesaian SPLDV dengan menggunakan metode substitusi.

Kegiatan:

Misalnya, kamu akan mencari penyelesaian SPLDV berikut.

$$\begin{cases} 5x + 5y = 25.000 \\ 3x + 6y = 24.000 \end{cases}$$

Langkah-langkah:

Kerjakan langkah-langkah berikut pada buku latihanmu.

1. Perhatikan persamaan $5x + 5y = 25.000$. Kemudian, nyatakanlah y dalam x.
   $$\begin{aligned} 5x + 5y &= 25.000 \\ \Leftrightarrow \quad 5y &= .... \\ \Leftrightarrow \quad y &= .... \end{aligned}$$
2. Substitusikanlah persamaan dalam y yang telah kamu peroleh pada Langkah (1) ke persamaan $3x + 6y = 24.000$.
   $$\begin{aligned} 3x + 6y &= 24.000 \\ \Leftrightarrow \quad 3x + 6(...) &= 24.000 \\ \Leftrightarrow \quad ...x + ... &= 24.000 \end{aligned}$$
3. Selesaikanlah PLSV yang kamu peroleh pada Langkah (2) untuk mendapatkan nilai x.
   $$\begin{aligned} ...x + ... &= 24.000 \\ \Leftrightarrow \quad x &= .... \end{aligned}$$
4. Substitusikanlah nilai x yang kamu peroleh pada Langkah (3) ke persamaan $5x + 5y = 25.000$ untuk mendapatkan nilai y.
   $$\begin{aligned} 5x + 5y &= 25.000 \\ \Leftrightarrow \quad 5(...) + 5y &= 25.000 \\ \Leftrightarrow \quad 5y &= .... \\ \Leftrightarrow \quad y &= .... \end{aligned}$$

Pertanyaan:

1. Berapakah nilai x dan nilai y yang kamu peroleh setelah mengerjakan kegiatan tersebut?
2. Apakah himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu peroleh nilai $x = 2000$ dan $y = 3000$.

Contoh Soal 4.6

Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut dengan metode substitusi.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x + 2y = 16 \end{cases}$$

Penyelesaian

Perhatikan persamaan $3x + 4y = 18$.

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 18 \\ \Leftrightarrow \quad 4y &= 18 - 3x \\ \Leftrightarrow \quad y &= \frac{18 - 3x}{4} \\ \Leftrightarrow \quad y &= \frac{9}{2} - \frac{3}{4}x \end{aligned}$$

Substitusikan $y = \frac{9}{2} - \frac{3}{4}x$ pada persamaan $5x + 2y = 16$.

$$\begin{aligned} 5x + 2y &= 16 \\ \Leftrightarrow \quad 5x + 2\left(\frac{9}{2} - \frac{3}{4}x\right) &= 16 \\ \Leftrightarrow \quad 5x + 9 - \frac{6}{4}x &= 16 \\ \Leftrightarrow \quad 5x - \frac{6}{4}x &= 16 - 9 \\ \Leftrightarrow \quad \frac{20x - 6x}{4} &= 7 \\ \Leftrightarrow \quad 20x - 6x &= 28 \\ \Leftrightarrow \quad 14x &= 28 \\ \Leftrightarrow \quad x &= 2 \end{aligned}$$

Selanjutnya, substitusikanlah $x = 2$ pada persamaan $3x + 4y = 18$

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 18 \\ \Leftrightarrow \quad 3(2) + 4y &= 18 \\ \Leftrightarrow \quad 6 + 4y &= 18 \\ \Leftrightarrow \quad 4y &= 12 \\ \Leftrightarrow \quad y &= 3 \end{aligned}$$

Kamu peroleh $x = 2$ dan $y = 3$.

Dengan demikian, himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut adalah $\{(2, 3)\}$.

c. i inasi

liminasi berarti *pen hapusan* . Dengan demikian, cara menyelesaikan SPLDV dengan metode eliminasi adalah menghapus salah satu ariabel dari PLDV tersebut.

isalnya, diberikan SPLDV berikut.

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Langkah-langkah menyelesaikan SPLDV tersebut dengan menggunakan metode eliminasi adalah sebagai berikut.

1. elakukan eliminasi ariabel x.

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases} \begin{vmatrix} \times c \\ \times a \end{vmatrix} \begin{array}{l} \Rightarrow acx + bcy = cp \\ \Rightarrow acx + ady = aq \end{array}$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \; -$$
$$(bc - ad)y = cp - aq \Rightarrow y = \frac{cp - aq}{bc - ad}$$

2. elakukan eliminasi ariabel y.

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases} \begin{vmatrix} \times d \\ \times b \end{vmatrix} \begin{array}{l} \Rightarrow adx + bdy = dp \\ \Rightarrow bcx + bdy = bq \end{array}$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \; -$$
$$(ad - bc)x = dp - bq \Rightarrow x = \frac{dp - bq}{ad - bc}$$

Eksplorasi 4.3

Tujuan:

Mencari penyelesaian SPLDV dengan menggunakan metode eliminasi.

Kegiatan:

Misalnya, kamu akan mencari penyelesaian SPLDV berikut.

$$\begin{cases} 5x + 5y = 25.000 \\ 3x + 6y = 24.000 \end{cases}$$

Langkah-langkah:

Kerjakan langkah-langkah berikut pada buku latihanmu.

1. Lakukan eliminasi variabel x.

$$\begin{cases} 5x + 5y = 25.000 \\ 3x + 6y = 24.000 \end{cases} \begin{vmatrix} \times 3 \\ \times 5 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \Rightarrow 15x + 15y = \ldots \\ \Rightarrow \ldots x + \ldots y = 120.000 \end{array}$$
$$-15y = \ldots$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad} \; -$$
$$y = \ldots$$

2. Lakukan eliminasi variabel y.

$$\begin{cases} 5x + 5y = 25.000 \\ 3x + 6y = 24.000 \end{cases} \begin{vmatrix} \times 6 \\ \times 5 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \Rightarrow 30x + 30y = \ldots \\ \Rightarrow 15x + \ldots y = \ldots \end{array}$$
$$15x = \ldots$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad} \; -$$
$$x = \ldots$$

Pertanyaan:

1. Berapakah nilai x dan nilai y yang kamu peroleh setelah melakukan kegiatan tersebut?
2. Apakah himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu akan memperoleh nilai $x = 2.000$ dan $y = 3.000$.

Untuk mempersingkat perhitungan, kamu dapat menggabungkan antara metode eliminasi dan metode substitusi. ula-mula, carilah nilai salah satu ariabel dengan menggunakan metode eliminasi. Kemudian, gunakan nilai ariabel yang telah dicari tersebut untuk mendapatkan nilai ariabel yang lain dengan menggunakan metode substitusi. etode ini dinamakan *metode campuran* .

Contoh Soal 4.7

Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut dengan menggunakan metode campuran.

$$\begin{cases} 7x - y = 2 \\ x + 3y = 16 \end{cases}$$

Penyelesaian

Tentukan nilai ariabel y dengan menggunakan metode eliminasi.

$$\begin{cases} 7x - y = 2 & \times 1 \\ x + 3y = 16 & \times 7 \end{cases} \begin{array}{l} \Rightarrow 7x - y = 2 \\ \Rightarrow 7x + 21y = 112 \\ \hline \end{array} -$$

$$-22y = -110$$

$$y = 5$$

Kamu peroleh nilai $y = 5$.

Substitusikan nilai $y = 5$ ke persamaan $7x - y = 2$.

$$\begin{aligned} 7x - y &= 2 \\ \Leftrightarrow \quad 7x - 5 &= 2 \\ \Leftrightarrow \quad 7x &= 7 \\ \Leftrightarrow \quad x &= 1 \end{aligned}$$

Kamu peroleh $x = 1$ dan $y = 5$.

Dengan demikian, himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut adalah $\{(1, 5)\}$.

Terlihat bahwa metode campuran merupakan gabungan antara metode eliminasi dan metode substitusi.

Latihan 4.4

1. Tentukan himpunan penyelesaian SPLDV berikut dengan menggunakan metode grafik.

   a. $\begin{cases} x + 4y = 18 \\ x = 10 \end{cases}$

   b. $\begin{cases} y = -3x + 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$

   c. $\begin{cases} y = 3x + 6 \\ y = -2x + 11 \end{cases}$

   d. $\begin{cases} x = y \\ x + 2y = 15 \end{cases}$

   e. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y - \quad = \\ 2x - y - 2 = \end{cases}$

2. Tentukan himpunan penyelesaian SPLDV berikut dengan metode substitusi.

   a. $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - 6y = 11 \end{cases}$

   b. $\begin{cases} 2x - 9y = 6 \\ -3x + 7y = -9 \end{cases}$

   c. $\begin{cases} s - t = 0 \\ 6s - t = 15 \end{cases}$

   d. $\begin{cases} 3s - t = -6 \\ 10s + t = 32 \end{cases}$

   e. $\begin{cases} 4s - 2t = 34 \\ 5s + 6t = 17 \end{cases}$

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut dengan menggunakan metode eliminasi.

   a. $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ -4x + y = -19 \end{cases}$

   b. $\begin{cases} 2x + 7y = -6 \\ x + 5y = -9 \end{cases}$

   c. $\begin{cases} x - 2y = -9 \\ 2x - y = -12 \end{cases}$

   d. $\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ -6x + y - 2 = 0 \end{cases}$

   e. $\begin{cases} 5x - y = 0 \\ 8x = 3 + y \end{cases}$

4. Tentukan himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut dengan menggunakan metode campuran.

   a. $\begin{cases} 0,2x + 0,6y = -2 \\ x - y = 20 \end{cases}$

   b. $\begin{cases} 2x - y = -6 \\ x + 0,25y = 0 \end{cases}$

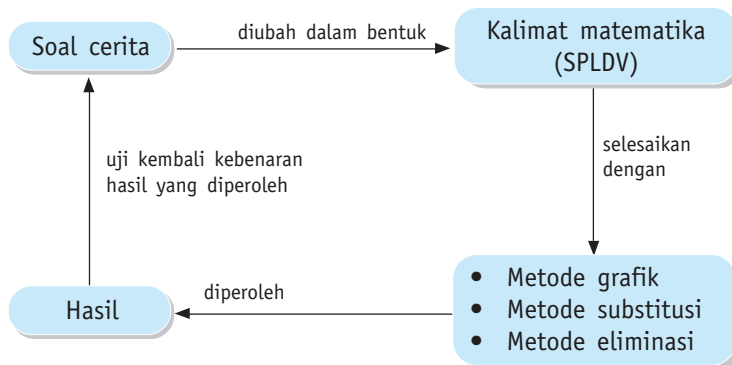
   c. $\begin{cases} 2x + 10y = -7 \\ -4x + 5y = 4 \end{cases}$

   d. $\begin{cases} 1,5x - 0,5y = 1,5 \\ -x + 2y = 14 \end{cases}$

   e. $\begin{cases} \frac{\quad}{2}x + \frac{1}{\quad}y = \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}y = 1 \end{cases}$

5. Jumlah dua bilangan adalah 18, sedangkan selisihnya 8.
   a. Jika kedua bilangan tersebut adalah x dan y, tuliskan bentuk persamaannya.
   b. ambarkan grafik kedua persamaan dalam satu koordinat Cartesius.
   c. Berapakah kedua bilangan tersebut?

3. Menyelesaikan Soal Cerita

Apa yang akan kamu lakukan apabila kamu menemukan soal cerita yang berhubungan dengan SPLDV? Diagram berikut menggambarkan langkah-langkah untuk menyelesaikan soal cerita yang berhubungan dengan SPLDV.

Contoh Soal 4.8

Tiga tahun yang lalu, jumlah umur ayah dan umur ibu adalah 58 tahun. Lima tahun yang akan datang, umur ayah ditambah dua kali umur ibu adalah 110 tahun. Tentukan umur ayah dan umur ibu saat ini.

Penyelesaian

Ubahlah informasi yang kamu peroleh pada soal cerita tersebut ke dalam kalimat matematika. isalnya, umur ayah dan umur ibu saat ini berturut-turut adalah x tahun dan y tahun. Artinya, umur ayah tiga tahun yang lalu adalah $(x – 3)$ tahun. Adapun umur ibu tiga tahun yang lalu adalah $(y – 3)$ tahun. Umur ayah lima tahun yang akan datang adalah $(x + 5)$ tahun dan umur ibu lima tahun yang akan datang adalah $(y + 5)$ tahun.

Dengan demikian, kamu akan memperoleh SPLDV berikut.

$$\begin{cases}(x - 3) + (y - 3) = 58 \\ (x + 5) + 2(y + 5) = 110\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x + y = 64 \\ x + 2y = 95\end{cases}$$

Apabila kamu gunakan metode substitusi maka

$x + y = 64 \Leftrightarrow y = 64 - x$

Substitusikan $y = 64 - x$ pada persamaan $x + 2y = 95$.

$$\begin{aligned} x + 2y &= 95 \\ \Leftrightarrow \quad x + 2(64 - x) &= 95 \\ \Leftrightarrow \quad x + 128 - 2x &= 95 \\ \Leftrightarrow \quad -x &= -33 \\ \Leftrightarrow \quad x &= 33 \end{aligned}$$

Substitusikan x = 3 pada persamaan $x + y = 64$.

$$\begin{aligned} x + y &= 64 \\ \Leftrightarrow \quad 33 + y &= 64 \\ \Leftrightarrow \quad y &= 31 \end{aligned}$$

Kamu peroleh $x = 33$ dan $y = 31$.

Dengan demikian, umur ayah dan ibu saat ini berturut-turut adalah 33 tahun dan 31 tahun.

Latihan 4.5

1. Tentukan hasil kali dua bilangan bulat yang jumlahnya –56 dan selisihnya empat.
2. Ami membeli 5 kg apel dan 1 kg jeruk di sebuah supermarket dan membayar p68.000,00. Adapun Bety membayar p20.500,00 untuk pembelian 1 kg apel dan 1 kg jeruk di supermarket yang sama. Tentukan harga 10 kg jeruk.
3. Diketahui dua sudut yang saling berpenyiku. Tentukan besar setiap sudut apabila salah satu sudutnya 20° lebihnya dari sudut yang lain.
4. Pak Parto mempunyai kebun berbentuk persegi panjang. Tiga kali panjang kebun ditambah lebar kebun sama dengan 27 m. Jika panjang ditambah 5 m dan lebarnya ditambah 3 m maka kelilingnya menjadi 38 m. Tentukan luas kebun Pak Parto mula-mula.
5. Dua tahun yang lalu, umur iska lima tahun lebih muda daripada umur ani. Adapun tiga tahun yang akan datang, umur ani ditambah tiga kali umur iska adalah 45 tahun. Tentukan umur ani dan umur iska saat ini.

. Mengenal Sistem Persamaan Nonlinear ua ariabel

Tahukah kamu pengertian persamaan nonlinear? Persamaan nonlinear adalah semua persamaan selain persamaan linear. Contoh-contoh persamaan nonlinear antara lain sebagai berikut.

$\frac{2}{x} = 4$ $\qquad$ $x^2 + 2y^2 = 9$ $\qquad$ $3\sqrt{x} + y = 1$

Untuk memudahkanmu ketika menyelesaikan suatu sistem persamaan nonlinear dua ariabel (SPNLDV), kamu dapat mengubah SPNLDV tersebut menjadi SPLDV. Bagaimanakah caranya?

isalnya, kamu diminta untuk mencari himpunan penyelesaian dari SPNLDV berikut.

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x} - \frac{5}{y} = 6 \end{cases}$$

ula-mula, ubahlah bentuk SPNLDV tersebut menjadi bentuk SPLDV dengan cara melakukan pemisalan $m = \frac{1}{x}$ dan $n = \frac{1}{y}$. Kamu akan memperoleh bentuk SPLDV berikut.

$$\begin{cases} 4m + 3n = -1 \\ 2m - 5n = 6 \end{cases}$$

Kemudian, carilah nilai m dengan metode eliminasi.

$$\begin{cases} 4m + 3n = -1 \\ 2m - 5n = 6 \end{cases} \begin{vmatrix} \times (-5) \\ \times 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \Rightarrow & -20m - 15n = 5 \\ \Rightarrow & 6m - 15n = 18 \end{matrix}$$

$$\frac{\quad -26m = -13}{} -$$

$$m = \frac{-13}{-26} = \frac{1}{2}$$

Substitusikan $m = \frac{1}{2}$ pada persamaan $2m - 5n = 6$.

$$\begin{aligned} 2m - 5n &= 6 \\ \Leftrightarrow \quad 2\left(\frac{1}{2}\right) - 5n &= 6 \\ \Leftrightarrow \quad 1 - 5n &= 6 \\ \Leftrightarrow \quad -5n &= 5 \\ \Leftrightarrow \quad n &= -1 \end{aligned}$$

Carilah nilai x dan y berdasarkan nilai m dan n yang telah kamu peroleh.

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{x} \\ \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} &= \frac{1}{x} \\ \Leftrightarrow \quad x &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} n &= \frac{1}{y} \\ \Leftrightarrow \quad -1 &= \frac{1}{y} \\ \Leftrightarrow \quad y &= -1 \end{aligned}$$

Dengan demikian, himpunan penyelesaian SPNLDV tersebut adalah {(2, –1)}.

Contoh Soal 4.9

Tentukan himpunan penyelesaian SPNLDV berikut.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ 2x^2 - y^2 = 14 \end{cases}$$

Penyelesaian

isalnya $p = x^2$ dan $q = y^2$.

Kamu peroleh SPLDV berikut.

$$\begin{cases} p + q = 13 \\ 2p - q = 14 \end{cases}$$

Lakukan eliminasi pada q untuk mendapatkan nilai p.

$$\begin{array}{rcl} p + q & = & 13 \\ 2p - q & = & 14 \\ \hline 3p & = & 27 \\ p & = & 9 \end{array} +$$

Substitusikan $p = 9$ ke persamaan $p + q = 13$.

$$\begin{aligned} & p + q = 13 \\ \Leftrightarrow\ & 9 + q = 13 \\ \Leftrightarrow\ & q = 4 \end{aligned}$$

leh karena $p = x^2$ dan $q = y^2$ maka

$$\begin{aligned} & p = x^2 \\ \Leftrightarrow\ & 9 = x^2 \\ \Leftrightarrow\ & x = 3 \text{ atau } x = -3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} & q = y^2 \\ \Leftrightarrow\ & 4 = y^2 \\ \Leftrightarrow\ & y = 2 \text{ atau } y = -2 \end{aligned}$$

Dengan demikian, himpunan penyelesaian dari SPNLDV tersebut adalah {(–3, –2), (–3, 2), (3, –2), (3, 2)}.

Latihan 4.6

entukanlah himpunan penyelesaian SP berikut.

1. $$\begin{cases} \dfrac{3}{x} + \dfrac{5}{y} = 2 \\ \dfrac{6}{x} - \dfrac{15}{y} = -1 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 11 \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = -1 \end{cases}$$

3. $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 17 \\ -5x^2 + y^2 = -11 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dfrac{16}{\sqrt{x+2}} + \dfrac{20}{\sqrt{y-5}} = 12 \\ \dfrac{8}{\sqrt{x+2}} - \dfrac{10}{\sqrt{y-5}} = -1 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3(x^2 + 1) + 5(y^2 - 16) = 76 \\ 3x^2 + y^2 - 25 = 92 \end{cases}$

Info Matematika

Mikroskop

TAH KAH kamu alat yang berfungsi untuk melihat benda-benda yang sangat kecil, seperti kuman dan bakteri? Ya, mikroskop adalah jawabannya. Mikroskop menggunakan persamaan nonlinear dua variabel untuk menentukan posisi yang tepat agar benda-benda yang sangat kecil tersebut dapat terlihat jelas olehmu. Coba kamu cari tahu persamaan-persamaan yang digunakan pada mikroskop.

Sumber: *www.hps.cam.ac.uk*

Antoni an Leeuwenhoek

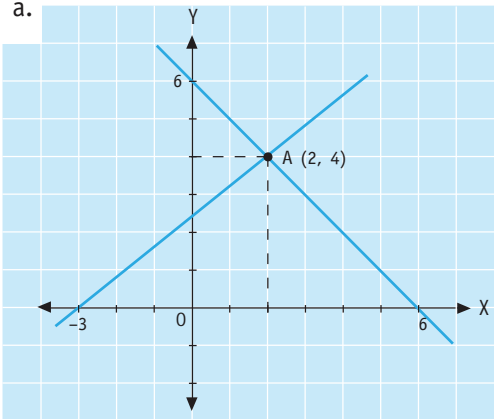
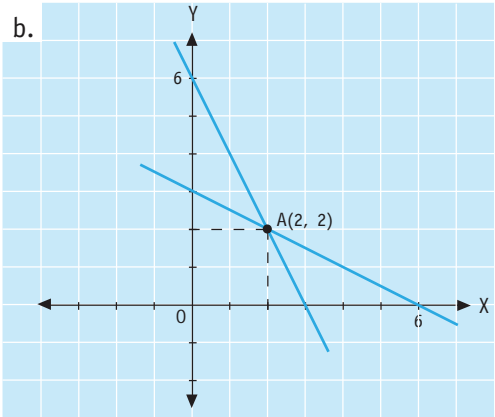
Mikroskop diperkenalkan untuk kali pertama oleh Antoni an Leeuwenhoek. Beliau adalah seorang pedagang kain. Pada masa itu, kaca pembesar digunakan untuk menguji kualitas kain. Beliau belajar untuk membuat lensa yang dapat melihat benda hingga 270× ukuran sebenarnya.

Lensa tersebut merupakan lensa terbaik pada saat itu. Lensa-lensa inilah yang mengawali pembuatan mikroskop oleh Antoni Van Leeuwenhoek, Beliau adalah orang pertama yang mampu melihat bakteri, kehidupan yang terdapat pada setetes air, dan sirkulasi darah. Penemuan-penemuannya tersebut terangkum dalam lebih dari 100 surat yang ditujukan pada *Royal Society of ngland* dan Akademi Prancis.

Namun sayangnya, diyakini tidak ada satu pun mikroskop buatan Antoni Van Leeuwenhoek yang masih ada saat ini. Instrumen-instrumen mikroskop Antoni Van Leeuwenhoek yang terbuat dari emas dan perak telah dijual oleh keluarganya setelah beliau meninggal dunia.

Sumber: *www.wikipedia.org*

Rangkuman

1. Persamaan linear satu variabel adalah persamaan yang hanya memiliki satu variabel dan pangkat dari variabel tersebut satu. Bentuk umum persamaan linear satu variabel adalah $ax + b = 0$, dengan $a \neq 0$.
2. Persamaan linear dua variabel adalah persamaan yang mempunyai dua variabel dengan pangkat tertinggi dari variabelnya adalah 1 (satu). Bentuk umum PLDV adalah $ax + by = c$, dengan a b dan c bilangan real dan $a \neq 0$, $b \neq 0$. x dan y dinamakan variabel, a merupakan koefisien x dan b koefisien y, serta c dinamakan konstanta.
3. Nilai x dan y yang memenuhi persamaan $ax + by = c$ disebut himpunan penyelesaian (HP) dari PLDV. Dengan demikian, HP dari PLDV adalah $\{(x, y)|ax + by = c, x\ \ y \in R\}$.
4. Apabila terdapat dua persamaan linear yang setiap persamaan tersebut mempunyai dua variabel, maka disebut sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Bentuk umum SPLDV adalah sebgai berikut.

   $\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = \end{cases}$, dengan a b c d p dan $\in R$.

   Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dapat dilakukan dengan metode-metode berikut.
   a. Metode Grafik
   b. Metode Substitusi
   c. Metode Eliminasi
   d. Metode Gabungan Substitusi dan eliminasi
5. Sistem persamaan nonlinear dua variabel adalah sistem persamaan yang pangkat dari variabelnya bukan 1.

Soal Akhir Bab I

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Permasalahan berikut yang merupakan SPLDV adalah ....
   a. Harga dua roti dan tiga botol minuman adalah Rp10.000,00
   b. Harga dua kilogram jeruk adalah Rp12.000,00
   c. Harga tiga pensil dan lima penghapus Rp5.500,00. Adapun harga empat pensil dan tiga penghapus adalah Rp4.500,00
   d. Harga dua penggaris dan dua buku adalah Rp8.200,00. Adapun harga dua jangka dan dua busur derajat adalah Rp5.000,00

2. Sistem persamaan $2x + 3y = 4$ dan $3x - 2y = 6$ ekuivalen dengan sistem persamaan ....
   a. $4x + 6y = 4$ dan $3x - 2y = 6$
   b. $2x + 3y = 4$ dan $6x - 4y = 6$
   c. $4x + 6y = 8$ dan $6x - 4y = 6$
   d. $6x + 9y = 12$ dan $3x - 2y = 6$

3. Harga tujuh kilogram beras dan dua kilogram gula adalah Rp44.000,00. Adapun harga lima kilogram beras dan empat kilogram gula adalah Rp43.000,00. Jika beras kamu misalkan b dan gula kamu misalkan g maka persamaan berikut merupakan model matematika dari permasalahan di atas adalah ....
   a. $7b + 2g = 44.000$ dan $5b + 4g = 43.000$
   b. $2b + 7g = 43.000$ dan $5b + 4g = 44.000$
   c. $7b + 2g = 44.000$ dan $4b + 5g = 43.000$
   d. $2b + 7g = 43.000$ dan $4b + 5g = 44.000$

4. Persamaan berikut yang memiliki penyelesaian $x = 2$ dan $y = 3$ adalah ....
   a. $3x + y = 9$ dan $2x - 3y = 2$
   b. $3x + y = 9$ dan $2x - 3y = -5$
   c. $3x + y = 8$ dan $2x - 3y = -5$
   d. $3x + y = 8$ dan $2x - 3y = 2$

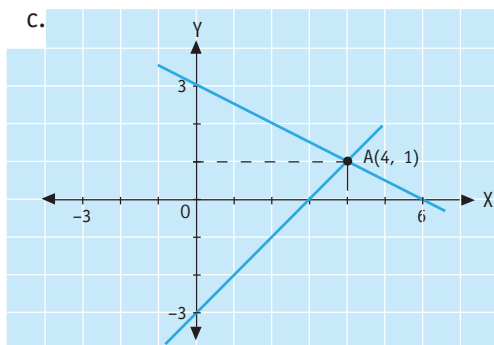
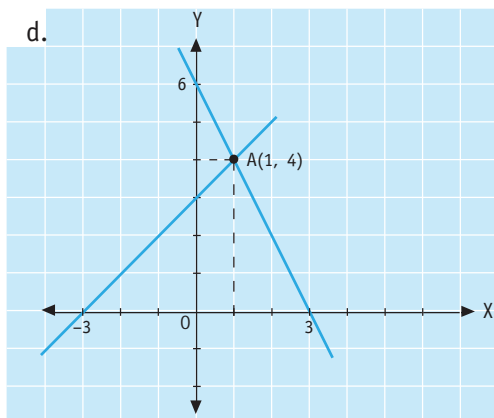
5. SPLDV $x + y = 3$ dan $x - y = 1$ mempunyai penyelesaian ....
   a. $x = 2$ atau $y = 1$
   b. $x = 2$ dan $y = 1$
   c. $x = 1$ atau $y = 2$
   d. $x = 1$ dan $y = 2$

6. Nilai y dari SPLDV $2x + 3y = 11$ dan $x - y = 3$ adalah ....
   a. $y = 1$ c. $y = 3$
   b. $y = 2$ d. $y = 4$

7. Grafik yang merupakan penyelesaian dari $2x + y = 6$ dan $-x + y = 3$ di antara grafik-grafik berikut adalah ....

a.

b.

c.

d.

8. Nilai x dari SPLDV $3x + 2y = 7$ dan $4x + y = 11$ adalah ....
   a. $x = 1$ c. $x = 3$
   b. $x = 2$ d. $x = 4$

9. Ali mempunyai beberapa pensil dan spidol. Jumlah pensil dan spidol yang dimiliki Ali adalah 16. Apabila harga seluruh pensil dan spidol tersebut adalah Rp50.000,00 maka SPLDV berikut yang sesuai dengan permasalahan di atas adalah ....

   a. $\begin{cases} x + y = 16 \\ ax + by = 50.000 \end{cases}$

   b. $\begin{cases} x + y = 16 \\ x + y = 50.000 \end{cases}$

   c. $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$

   d. $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$

10. Di Kelas VIII, terdapat 42 siswa. Jika banyaknya siswa laki-laki empat lebih kecil daripada siswi perempuan maka banyaknya siswa laki-laki di Kelas VIII tersebut adalah ... siswa.
    a. 16 c. 18
    b. 17 d. 19

11. Umur Mono tujuh tahun lebih tua daripada umur Edi. Adapun umur Cahyo empat tahun lebih tua daripada umur Mono. Jika jumlah umur Mono dan umur Edi sama dengan umur Cahyo maka umur Mono adalah ... tahun.
    a. 4 c. 16
    b. 11 d. 20

12. Tiga tahun yang akan datang, umur Yudi akan menjadi tiga kali umur Erik. Jumlah umur mereka saat ini adalah 30 tahun. Umur Erik saat ini adalah ... tahun.
    a. 6 c. 8
    b. 7 d. 9

13. Jumlah nilai Ahmad setelah mengikuti tiga kali ulangan matematika adalah 270. Jika nilai-nilai Ahmad selama mengikuti tiga kali ulangan merupakan tiga bilangan genap yang berurutan maka nilai terendah yang diraih Ahmad adalah ....
    a. 84 c. 88
    b. 86 d. 90

14. Himpunan penyelesaian dari SPLDV $2p + 3 \quad = 8$ dan $3p + 2 \quad = 7$ adalah ....
    a. {(1, 2)} c. {(4, –1)}
    b. {(2, 1)} d. {(–4, 1)}

15. Himpunan penyelesaian dari SPLDV $m - 2n = 6$ dan $2m - n = 9$ adalah ....
    a. {(–1, 4)} c. {(4, –1)}
    b. {(1, –4)} d. {(–4, 1)}

16. Himpunan penyelesaian dari

    $\begin{cases} x - 2y = 10 \\ 3x + y = 16 \end{cases}$ adalah ....

    a. {(6, 2)}
    b. {(6, –2)}
    c. {(–6, 2)}
    d. {(–6, –2)}

17. Himpunan penyelesaian dari

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$ adalah ....

a. {(0, 0)}
b. {(1, 2)}
c. {(2, 1)}
d. {(3, 4)}

18. Himpunan penyelesaian dari

$$\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - 2y = 7 \end{cases}$$ adalah ....

a. {(4, 3)}
b. {(4, 4)}
c. {(3, 3)}
d. {(3, 4)}

19. Koordinat titik potong antara garis $x + 2y = 10$ dan $3x - y = 16$ adalah ....

a. (2, 2)
b. (6, 2)
c. (1, 3)
d. (0, 0)

20. Koordinat titik potong antara garis $3x + 4y = 46$ dan $2x + 5y = 47$ adalah ....

a. (2, 6)
b. (6, 2)
c. (6, 7)
d. (0, 0)

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Tentukanlah himpunan penyelesaian dari SPNLDV berikut.

a. $$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{7}{6} \\ -\frac{3}{x} - \frac{6}{y} = \frac{9}{4} - \frac{13}{10} \end{cases}$$

b. $$\begin{cases} \frac{4}{a} + \frac{2}{b} - \frac{2}{3} = 0 \\ \frac{2}{a} + \frac{4}{3b} = \frac{13}{36} \end{cases}$$

c. $$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 0 \\ \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{7}{6} \end{cases}$$

2. Ani dan Budi pergi membeli buku dan pensil di toko buku. Harga pembelian buku dan pensil mereka dapat kamu lihat pada tabel berikut.

Pembeli	Buku	Pensil	Harga
Ani	2	3	Rp7.200,00
Budi	3	2	Rp7.800,00

Tentukanlah harga satu buku dan satu pensil.

3. Tentukan bilangan *a* dan *b* apabila jumlah keduanya 40 dan selisihnya 16.

4. Rina dan Santi pergi ke supermarket. Rina membeli lima kilogram apel dan satu kilogram jeruk seharga Rp60.000,00. Santi membeli dua kilogram apel dan tiga kilogram jeruk seharga Rp50.000,00. Tentukan harga satu kilogram apel dan satu kilogram jeruk.

5. Rudi sedang menghitung uang sakunya. Uang saku Rudi terdiri atas lembaran sepuluh ribu rupiah dan lima ribu rupiah. Jumlah seluruh lembaran uang saku Rudi 8 lembar. Adapun jumlah uang saku Rudi seluruhnya adalah Rp65.000,00. Tentukan banyaknya lembaran uang sepuluh ribuan dan lima ribuan yang dimiliki Rudi.

Konon, bangsa Mesir kuno telah mampu membuat sudut siku-siku dengan tepat hanya dengan menggunakan seutas tali. Pada tali tersebut, dibuat beberapa simpul berjarak sama. Dengan menggunakan cara tersebut, mereka dapat membangun rumah, taman, hingga piramida yang masih dapat kamu lihat hingga kini.

Sumber: *www.shieldsaroundtheworld.comure.com*

Sumber: *www.highonadvent*

Bab

Teorema Pythagoras

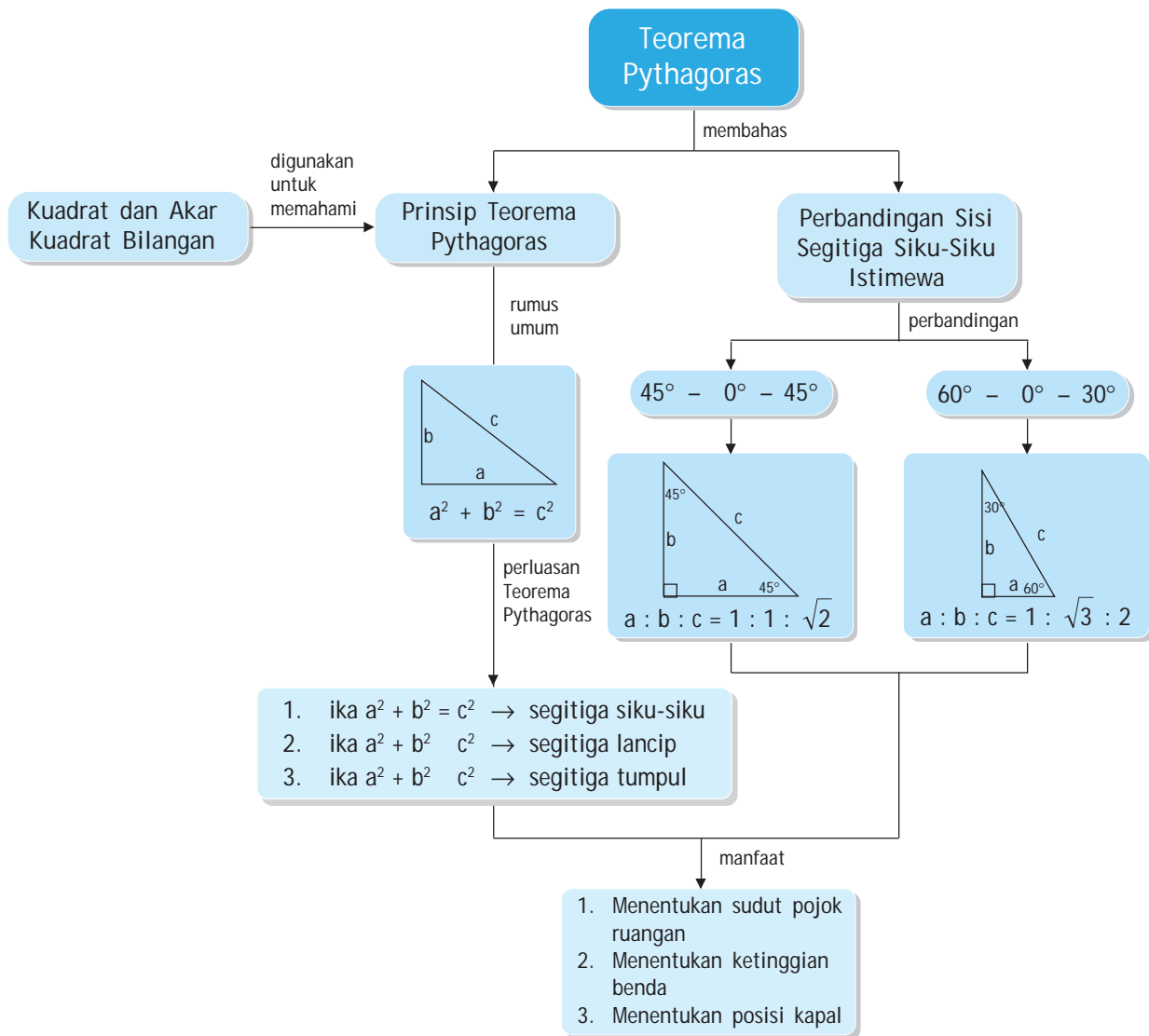
Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. memahami Teorema Pythagoras pada segitiga siku-siku,
b. menentukan panjang sisi segitiga siku-siku,
c. menemukan perbandingan sisi segitiga siku-siku istime a, dan
d. menggunakan Teorema Pythagoras untuk memecahkan masalah.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini

A. Teorema Pythagoras
B. Panjang Sisi Segitiga Siku-Siku
C. Panjang Sisi Berbagai enis Segitiga
. Perbandingan Sisi-Sisi Segitiga Siku-Siku Istimewa
E. Teorema Pythagoras dalam Kehidupan

Peta Konsep

Kata Kun i

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- segitiga siku-siku
- Teorema Pythagoras
- sisi
- sudut
- hipotenusa

U j i P r a s y a r a t M a t e m a t i k a ji Prasyarat

Sebelum membahas materi Teorema Pythagoras, coba kamu kerjakan soal-soal berikut.

1. Hitunglah hasil dari perpangkatan berikut.
   a. 3^2 d. 8^2
   b. 4^2 e. 10^2
   c. 6^2
2. Hitunglah nilai akar-akar berikut dengan menggunakan kalkulator.
   a. $\sqrt{8}$ d. $\sqrt{40}$
   b. $\sqrt{20}$ e. $\sqrt{65}$
   c. $\sqrt{50}$
3. Hitunglah hasil dari perhitungan berikut.
   a. $3^2 + 4^2$ d. $\sqrt{6^2+8^2}$
   b. $5^2 - 3^2$ e. $\sqrt{5^2+3^2}$
   c. $6^2 + 8^2$

A. Teorema Pythagoras

Kamu telah mengenal segitiga siku-siku. Dapatkah kamu menyebutkan ciri khusus yang dimiliki oleh sebuah segitiga siku-siku? Ciri khusus sebuah segitiga siku-siku adalah besar salah satu sudutnya 90°. Tahukah kamu bahwa pada segitiga siku-siku terdapat sebuah teorema yang dinamakan Teorema Pythagoras? Seperti apakah Teorema Pythagoras itu? Uraian berikut akan menjawabnya.

1. Kuadrat dan Akar Kuadrat Bilangan

Pada bahasan kali ini, kamu akan dikenalkan pada Teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras erat kaitannya dengan bentuk kuadrat. Oleh karena itu, ada baiknya kamu mengingat kembali bentuk-bentuk kuadrat dan akar kuadrat. Perhatikan contoh-contoh bentuk kuadrat berikut.

- $3^2 = 3 \times 3$
- $4^2 = 4 \times 4$
- $5^2 = 5 \times 5$
- $a^2 = a \times a$

Akar kuadrat dari a (dilambangkan dengan $\sqrt{a}$) adalah suatu bilangan *tak ne ati* yang jika dikuadratkan sama dengan a. Perhatikan contoh-contoh bentuk akar kuadrat berikut.

- $\sqrt{4} = 2$ karena $2^2 = 4$ dan 2 merupakan bilangan tak negatif.
- $\sqrt{0{,}0625} = 0{,}25$ karena $(0{,}25)^2 = 0{,}0625$ dan 0,25 merupakan bilangan tak negatif.
- Jika $x^2 = a$ dan $x \geq 0$ maka $\sqrt{a} = x$.

Contoh Soal 5.1

1. Hitunglah nilai kuadrat bilangan-bilangan berikut.

   a. 12^2 d. 98^2
   c. 23^2 e. 102^2
   b. 35^2

2. Hitunglah nilai akar kuadrat bilangan-bilangan berikut.

   a. $\sqrt{4}$ d. $\sqrt{484}$
   b. $\sqrt{64}$ e. $\sqrt{16129}$
   c. $\sqrt{169}$

Penyelesaian :

1. a. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ d. $98^2 = 98 \times 98 = 9604$
   b. $23^2 = 23 \times 23 = 529$ e. $102^2 = 102 \times 102 = 10404$
   c. $35^2 = 35 \times 35 = 1225$

2. a. $\sqrt{4} = 2$
   b. $\sqrt{64} = 8$
   c. $\sqrt{169} = 13$
   d. $\sqrt{484} = 22$
   e. $\sqrt{16129} = 127$

$$
\begin{array}{ll}
 & \sqrt{16129} \\
1 \times 1 & = 1 \quad - \\
 & \ 61 \\
22 \times 2 & = \ 44 \quad - \\
 & \ 1729 \\
247 \times 7 & = 1729 \quad - \\
 & \ 0
\end{array}
$$

Latihan 5.1

itun lah nilai kuadrat bilan an-bilan an berikut.

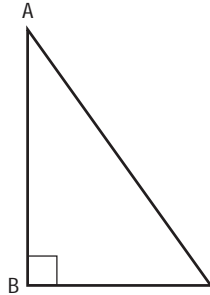
1. 17^2
2. 29^2
3. 45^2
4. 73^2
5. 112^2

itun lah nilai akar kuadrat bilan an-bilan an berikut.

6. $\sqrt{9}$
7. $\sqrt{81}$
8. $\sqrt{361}$
9. $\sqrt{729}$
10. $\sqrt{30276}$

2. Prinsip Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras merupakan sebuah teorema yang berhubungan dengan segitiga siku-siku. Masih ingatkah kamu pengertian segitiga siku-siku?

Perhatikan bagian-bagian dari sebuah segitiga siku-siku berikut.

- Sisi di depan sudut siku-siku merupakan sisi terpanjang dan dinamakan *hipotenusa* .
- Adapun sisi-sisi lain yang membentuk sudut siku-siku (sisi dan sisi) dinamakan *sisi siku-siku* .

Contoh Soal 5.2

entukanlah hipotenusa dan sisi siku-siku dari se iti a siku-siku berikut.

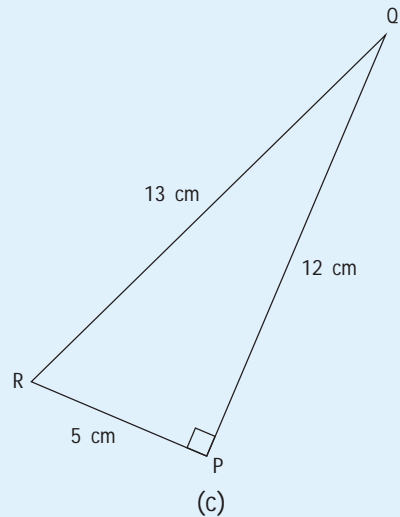
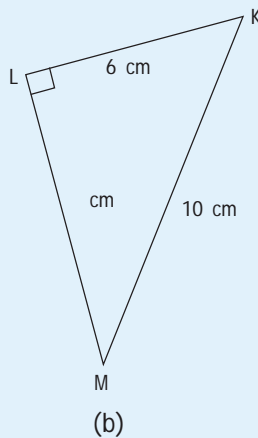
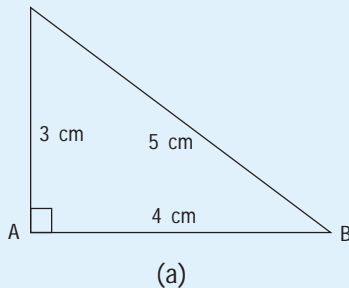
3 cm, 5 cm, 4 cm, A, B

(a)

L, K, M, 6 cm, cm, 10 cm

(b)

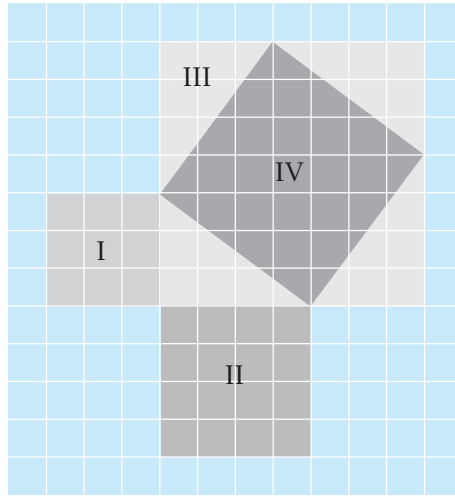
Q, R, P, 13 cm, 12 cm, 5 cm

(c)

Penyelesaian :

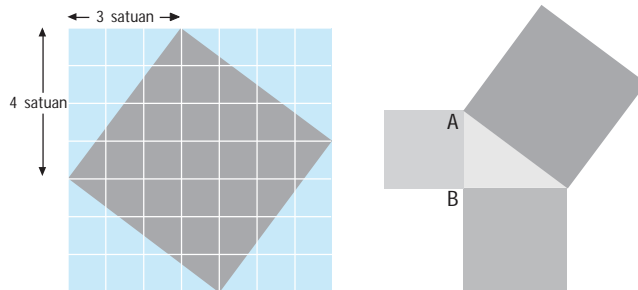
Tabel 5.1

Nama Segitiga	Sisi-Sisi Tegak	Hipotenusa
ΔAB	AB = 4 cm dan A = 3 cm	B = 5 cm
ΔKLM	LM = cm dan KL = 6 cm	KM = 10 cm
ΔPQR	PR = 5 cm dan PQ = 12 cm	QR = 13 cm

Seperti apakah bunyi Teorema Pythagoras itu? Perhatikanlah uraian berikut.

Misalnya, kamu mempunyai empat persegi yang disusun seperti pada gambar berikut.

Kamu peroleh:

- Luas persegi I adalah $3 \times 3 = 9$ satuan luas
- Luas persegi II adalah $4 \times 4 = 16$ satuan luas.
- Luas persegi III adalah $7 \times 7 = 49$ satuan luas.

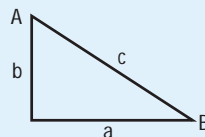
Berapakah luas persegi IV? Untuk mencari luas persegi IV, kamu cukup mengurangkan luas persegi III dengan empat segitiga yang terbentuk oleh persegi III dan persegi IV. Kamu peroleh bahwa luas setiap segitiga III sama besar, yaitu $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ satuan luas. Jadi, luas keempat segitiga III tersebut adalah $4 \times 6 = 24$ satuan luas. Dengan demikian luas persegi IV adalah luas persegi III – luas empat segitiga = $49 - 24 = 25$ satuan luas.

Dengan kata lain,

Luas persegi IV = Luas persegi I + Luas persegi II

$\Leftrightarrow \quad ^2 = \quad ^2 + \quad ^2$

Teorema Pythagoras

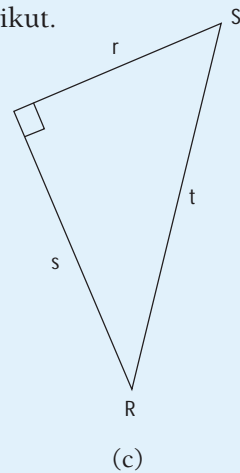
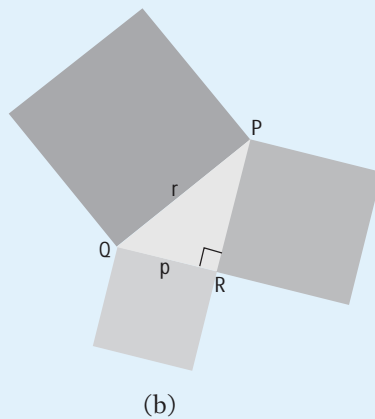
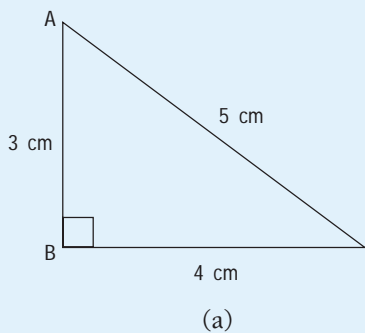
Pada ΔAB yang siku-siku di berlaku:

$c^2 = a^2 + b^2$

Contoh Soal 5.3

Nyatakanlah Teorema Pythagoras yang berlaku pada segitiga berikut.

(a)

(b)

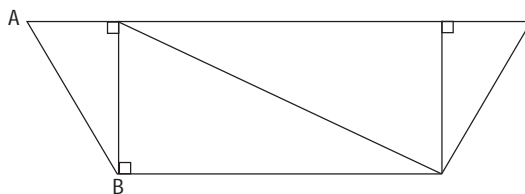
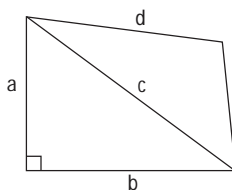
(c)

Penyelesaian :

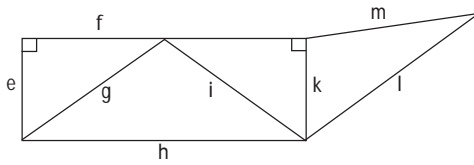
Tabel berikut memperlihatkan hubungan setiap segitiga dan Teorema Pythagoras yang berlaku.

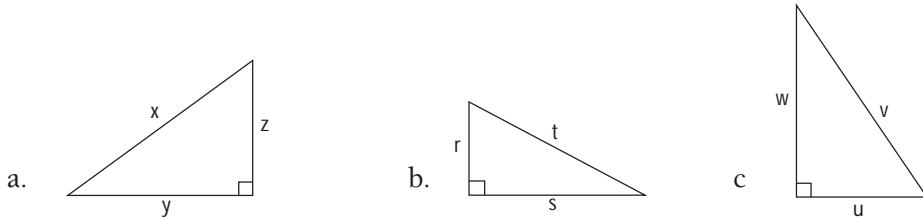
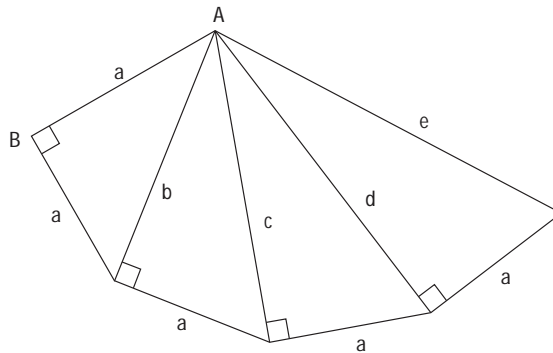
Tabel 5.2

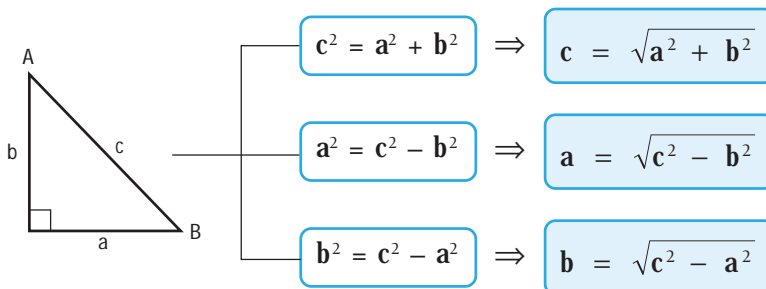
Nama Segitiga	Teorema Pythagoras
ΔAB	$5^2 = 3^2 + 4^2$
ΔPQR	$r^2 = p^2 + \ ^2$
ΔRS	$t^2 \quad r^2 \quad s^2$

Latihan 5.2

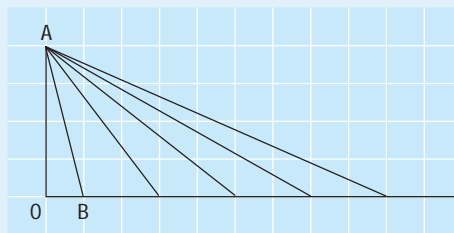
1. Tentukanlah hipotenusa dan sisi siku-siku pada bangun datar berikut.

2. Perhatikan gambar bangun datar berikut.

Sebutkan semua sisi yang merupakan hipotenusa suatu segitiga.

3. Perhatikan gambar bangun datar berikut.

Sebutkan semua sisi yang merupakan hipotenusa suatu segitiga.

4. Tuliskan Teorema Pythagoras yang berlaku pada segitiga berikut.

5. Nyatakanlah Teorema Pythagoras yang berlaku pada segitiga-segitiga berikut.

B. Panjang Sisi Segitiga Siku-Siku

Kamu telah mengetahui bahwa pada sebuah segitiga siku-siku dengan sebagai hipotenusanya berlaku hubungan $c^2 = a^2 + b^2$. Hubungan tersebut dapat dinyatakan dalam berbagai cara yang saling ekuivalen sebagai berikut.

Berbagai hubungan yang ekuivalen tersebut sangat bermanfaat untuk mencari panjang sisi suatu segitiga siku-siku apabila panjang dua sisi yang lain telah diketahui.

Contoh Soal 5.4

1. Hitunglah panjang setiap ruas garis pada gambar di samping.

Penyelesaian :

a. Δ siku-siku di sehingga $^2 = {}^2 + {}^2$
$= 4^2 + 1^2$
$= 17$

Dengan demikian, $= \sqrt{17}$ satuan panjang.

b. Δ siku-siku di sehingga $^2 = {}^2 + {}^2$
$= 4^2 + 3^2$
$= 25$

Dengan demikian, $= \sqrt{25} = 5$ satuan panjang.

c. Δ siku-siku di sehingga $^2 = {}^2 + {}^2$
$= 4^2 + 5^2$
$= 41$

Dengan demikian, $= \sqrt{41}$ satuan panjang.

d. Δ siku-siku di sehingga $^2 = {}^2 + {}^2$
$= 4^2 + 7^2$
$= 65$

Dengan demikian, $= \sqrt{65}$ satuan panjang.

e. Δ F siku-siku di sehingga $F^2 = {}^2 + F^2$
$= 4^2 + 9^2$
$= 97$

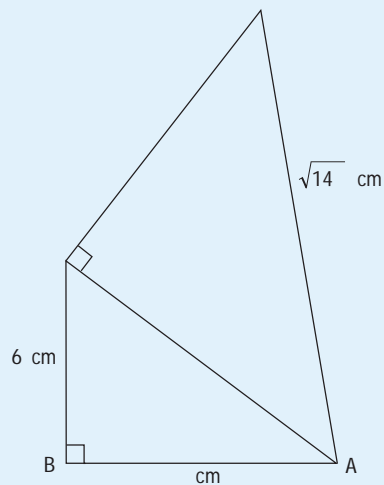
Dengan demikian, $= \sqrt{97}$ satuan panjang.

2. Perhatikan gambar di samping. Kemudian, tentukanlah panjang .

Penyelesaian :

Δ siku-siku di sehingga $^2 = {}^2 + {}^2$
$= 8^2 + 6^2$
$= 100$

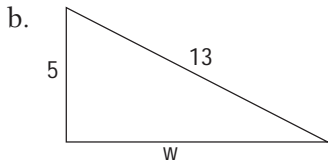
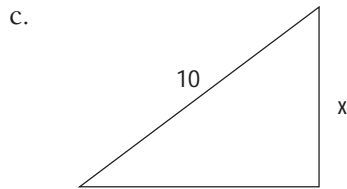
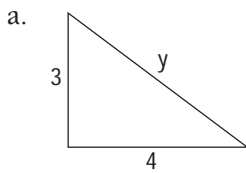
Δ siku-siku di sehingga $^2 = {}^2 - {}^2$
$= \left(\sqrt{149}\right)^2 - 100$
$= 49$

Dengan demikian, panjang $= \sqrt{49} = 7$ cm.

Latihan 5.3

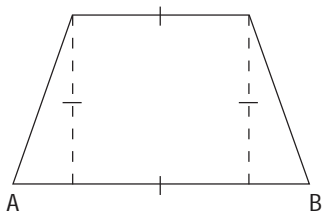
1. Tentukan nilai dan x dari gambar berikut.

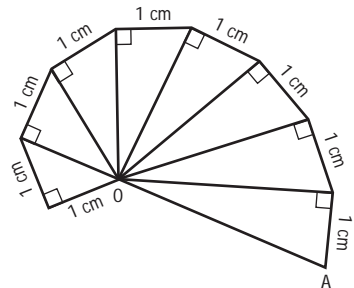
a.

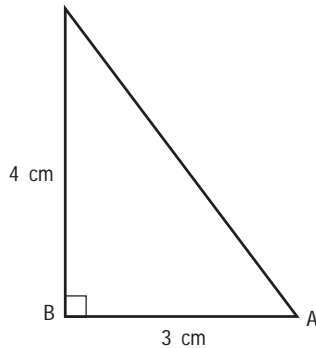
c.

b.

2. Misalnya, sisi-sisi sebuah segitiga siku-siku adalah a, b, dan c dengan c adalah sisi miringnya. Tentukanlah panjang sisi yang belum diketahui pada soal-soal berikut.
   a. a = 12 satuan panjang dan b = 20 satuan panjang
   b. a = 20 satuan panjang dan c = 25 satuan panjang
   c. b = 5 satuan panjang dan c = 6 satuan panjang
   d. b = 18 satuan panjang dan c = 27 satuan panjang
   e. a = 9 satuan panjang dan c = 15 satuan panjang

3. Gambarlah letak pasangan titik berikut dalam koordinat Cartesius. Kemudian, hitunglah jarak kedua titik tersebut.
   a. (1, 3) dan (4, 7)
   b. (–3, 4) dan (0, 0)
   c. (8, –1) dan (4, 3)

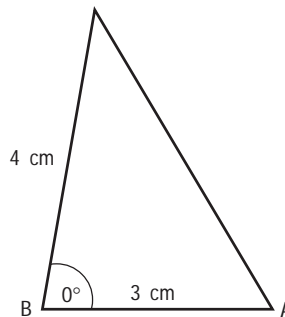
4. Perhatikan trapesium samakaki berikut.

Diketahui panjang = 30 cm dan = 12 cm, tentukan:
   a. panjang ,
   b. keliling dan luas trapesium.

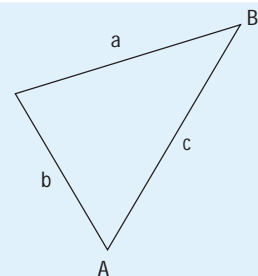
5. Perhatikan rangkaian delapan segitiga siku-siku pada gambar di samping. Tunjukkanlah bahwa panjang = 3 cm.

C. Panjang Sisi Berbagai enis Segitiga

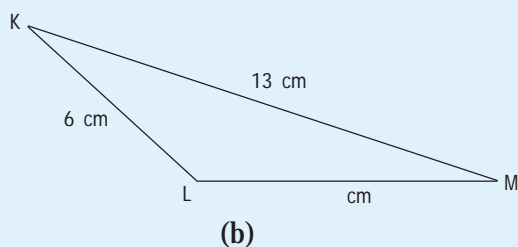
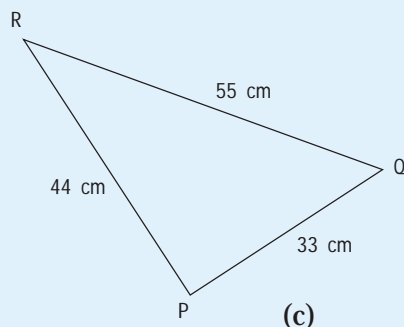
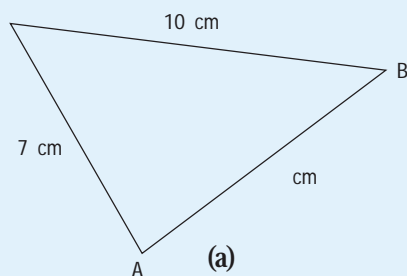
Teorema Pythagoras dapat juga kamu gunakan untuk menentukan apakah sebuah segitiga merupakan segitiga siku-siku, segitiga lancip, atau segitiga tumpul. Bagaimanakah caranya? Perhatikan segitiga siku-siku berikut.

- Segitiga siku-siku adalah segitiga yang besar salah satu sudutnya 0°.
- Segitiga lancip adalah segitiga yang besar ketiga sudutnya kurang dari 0°.
- Segitiga tumpul adalah segitiga yang besar salah satu sudutnya lebih dari 0°.

Menurut Teorema Pythagoras,

$^2 = \ ^2 + \ ^2$
$= 3^2 + 4^2$
$= 9 + 16$
$= 25$

Sekarang, apa yang terjadi jika ∠ diatur agar memiliki sudut yang kurang dari 90°? Pada gambar berikut, ∠ adalah 80°. Coba ukur panjang dengan penggarismu. Kamu akan memperoleh $^2 < 25$ cm. Coba kamu lakukan hal yang sama dengan ∠ yang lebih dari 90°. Kamu akan mendapatkan $^2 > 25$ cm.

Dengan demikian, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

Misalnya, sisi c adalah sisi terpanjang pada ΔAB .
- ika $a^2 + b^2 = c^2$ maka ΔAB merupakan segitiga siku-siku.
- ika $a^2 + b^2 \ \ c^2$ maka ΔAB merupakan segitiga lancip.
- ika $a^2 + b^2 \ \ c^2$ maka ΔAB merupakan segitiga tumpul.

Contoh Soal 5.5

entukanlah jenis-jenis se iti a berikut.

Penyelesaian

a. Urutkanlah panjang sisi segitiga tersebut mulai dari sisi yang terpendek. Kamu peroleh = 7 cm, = 8 cm, dan = 10 cm. Kemudian, bandingkan antara kuadrat sisi terpanjang dan jumlah kuadrat dua sisi lainnya.

$^2 + {}^2 \ldots {}^2$

$\Leftrightarrow$ $7^2 + 8^2 \ldots 10^2$

$\Leftrightarrow$ $49 + 64 \ldots 100$

$\Leftrightarrow$ $113 \quad 100$

leh karena kuadrat sisi terpanjang lebih kecil daripada jumlah kuadrat dua sisi lainnya maka Δ merupakan segitiga lancip.

b. Urutkanlah panjang sisi segitiga tersebut mulai dari sisi yang terpendek. Kamu peroleh = 6 cm, = 8 cm, dan = 13 cm. Kemudian, bandingkan antara kuadrat sisi terpanjang dan jumlah kuadrat dua sisi lainnya.

$^2 + {}^2 \ldots {}^2$

$\Leftrightarrow$ $6^2 + 8^2 \ldots 13^2$

$\Leftrightarrow$ $36 + 64 \ldots 169$

$\Leftrightarrow$ $100 \quad 169$

leh karena kuadrat sisi terpanjang lebih besar daripada jumlah dua sisi lainnya maka Δ merupakan segitiga tumpul.

c. Urutkanlah panjang sisi segitiga tersebut mulai dari sisi yang terpendek. Kamu peroleh *P* = 33 cm, *P* = 44 cm, dan = 55 cm. Kemudian, bandingkan antara kuadrat sisi terpanjang dan jumlah kuadrat dua sisi lainnya.

$P\ {}^2 + P\ {}^2 \ldots\ {}^2$

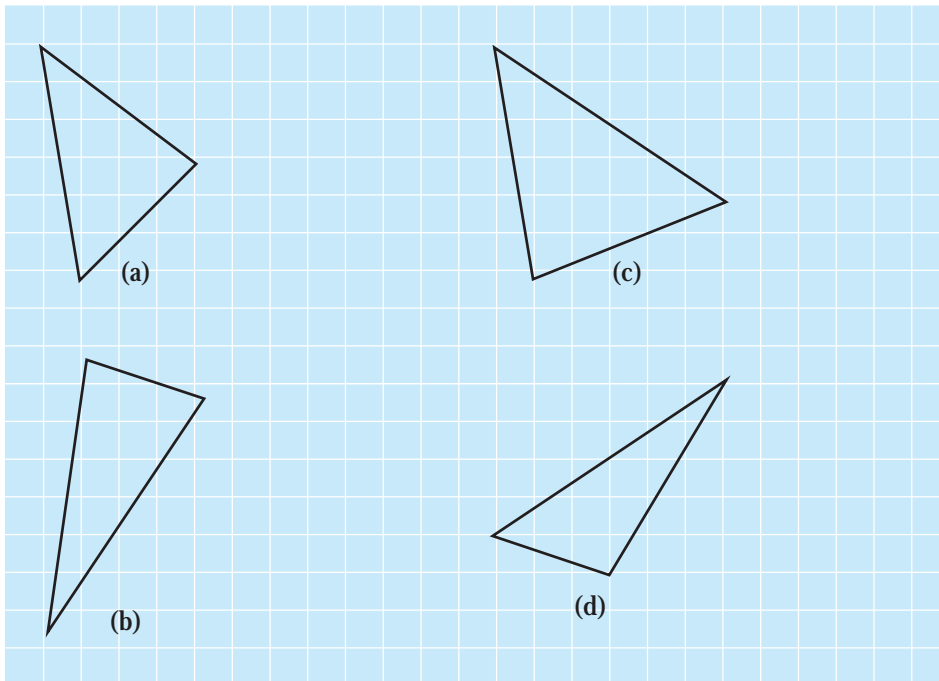
$\Leftrightarrow$ $33^2 + 44^2 \ldots 55^2$

$\Leftrightarrow$ $1089 + 1936 \ldots 3025$

$\Leftrightarrow$ $3025 = 3025$

leh karena kuadrat sisi terpanjang sama dengan jumlah kuadrat dua sisi lainnya maka ΔP merupakan segitiga siku-siku.

Latihan 5.4

1. Sebutkan sudut siku-siku dan hipotenusa dari segitiga dengan $\ {}^2 = \ {}^2 + \ {}^2$.
2. Sebutkan sudut siku-siku dan hipotenusa dari segitiga P dengan $P\ {}^2 = P\ {}^2 + \ {}^2$.
3. Tentukan jenis-jenis segitiga pada gambar berikut.

4. Tentukanlah jenis segitiga dengan = 10 cm, = 24 cm, dan = 27 cm.

   b. Δ dengan = 31,5 cm, = 53,5 cm, dan = 42,5 cm

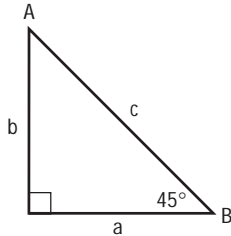
   c. ΔP dengan P = 65 cm, = 25 cm, dan P = 60 cm

   d. ΔS dengan S = $3\sqrt{3}$ cm, = $5\sqrt{3}$ cm, S = $4\sqrt{3}$ cm
5. Tentukanlah jenis segitiga dengan = $(1 + \sqrt{2})$ cm, = $(2 + \sqrt{2})$ cm, dan = $(3 + \sqrt{2})$ cm.

. Perbandingan Sisi-Sisi Segitiga Siku-Siku Istimewa

Segitiga siku-siku istimewa terdiri atas dua jenis, yaitu segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 45° dan segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 60°.

1. Segitiga Siku-Siku yang Salah Satu Sudutnya 45°

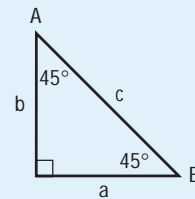
Perhatikanlah gambar berikut.

Panjang sisi adalah a satuan panjang. Adapun $\angle$ adalah 90°. Dengan demikian, kamu peroleh

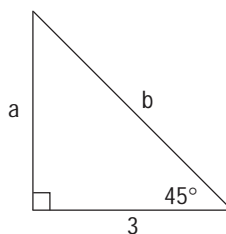
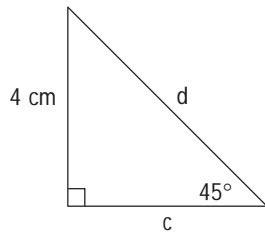
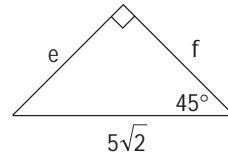
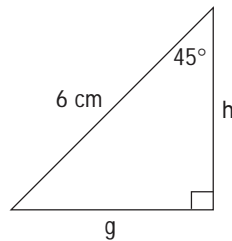
$\angle$ = 180° – ($\angle$ + $\angle$)
= 180° – (90° + 45°)
= 180° – 135°
= 45°.

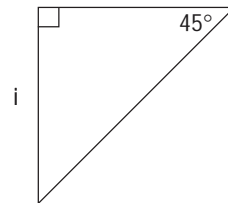
leh karena $\angle$ = $\angle$ = 45° maka Δ merupakan segitiga siku-siku samakaki. Akibatnya, panjang = = a satuan panjang. enurut Teorema Pythagoras, $c^2 = a^2 + b^2$. leh karena $a = b$ maka

$c^2 = a^2 + b^2$
$= a^2 + a^2$
$= 2a^2$
$c = \sqrt{2a^2}$
$= a\sqrt{2}$

Dengan demikian, a b $c = a$ a $a\sqrt{2}$ = 1 1 $\sqrt{2}$

Perbandingan sisi-sisi pada segitiga siku-siku samakaki AB dengan c sebagai hipotenusanya adalah $1 : 1 : \sqrt{2}$.

Latihan 5.5

1. Tentukan panjang a dan b pada segitiga berikut.

2. Tentukan panjang c dan d pada segitiga berikut.

3. Tentukan panjang e dan pada segitiga di samping.

4. Tentukan panjang dan h pada segitiga berikut.

5. Tentukan panjang i dan j pada segitiga di samping.

---

2. Segitiga Siku-Siku yang Salah Satu Sudutnya 60°

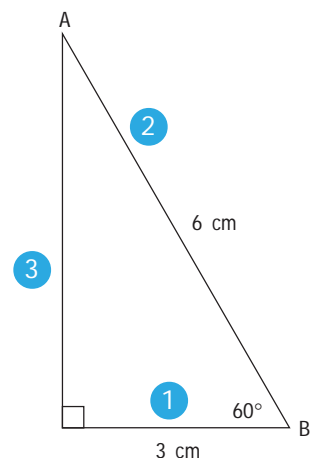
Untuk memahami perbandingan sisi-sisi pada segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 60°, coba kamu lakukan kegiatan berikut.

Eksplorasi 5.1

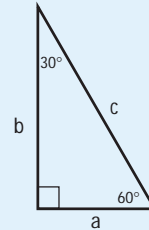
Tujuan:

Menemukan perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku 60° – 0° – 30°.

Kegiatan:

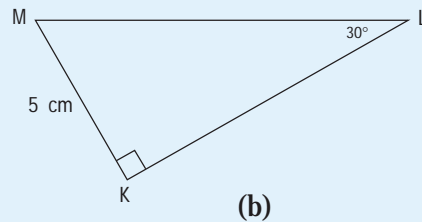
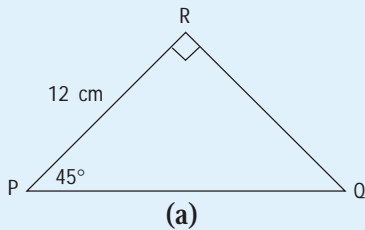
1. Gambarlah sebuah ruas garis *B* dengan panjang 3 cm.
2. Dengan menggunakan titik *B* sebagai ujung, buatlah ruas garis *AB* dengan panjang 6 cm dan membentuk sudut 60° terhadap ruas garis *B* .
3. Buatlah ruas garis *A* dengan cara menghubungkan titik *A* dan titik sehingga membentuk sudut 0° terhadap ruas garis *B* . Kemudian, hitunglah panjang *A* dengan menggunakan Teorema Pythagoras.
4. Tentukanlah bentuk perbandingan yang paling sederhana dari *B* : *A* : *AB*.

Pertanyaan:

1. Berapakah besar $\angle BA$
2. Berapakah bentuk perbandingan paling sederhana dari B : A : AB

Perbandingan sisi-sisi pada segitiga siku-siku AB yang salah satu sudutnya 60° dengan c sebagai hipotenusanya adalah $a : b : c = 1 : \sqrt{3} : 2$.

Contoh Soal 5.6

entukanlah panjan sisi-sisi yan belum diketahui pada se iti a berikut.

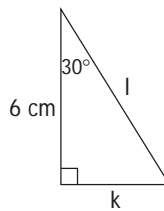
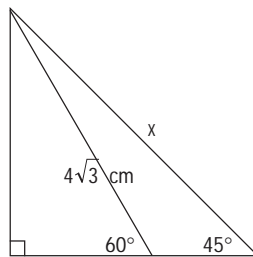
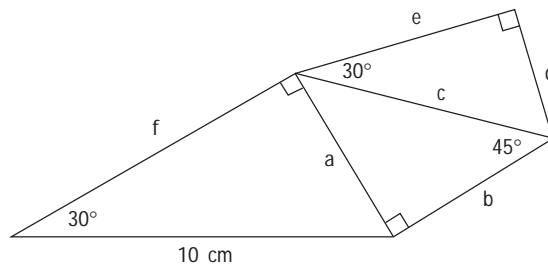
(a)

(b)

Penyelesaian

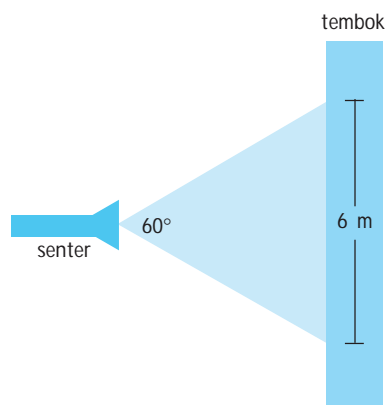
a. ΔP siku-siku di dan $\angle P$ = 45°. Jadi, ΔP merupakan segitiga siku-siku samakaki dan berlaku perbandingan P P = 1 1 $\sqrt{2}$. leh karena P = 12 cm maka
P = 1 1 $\Leftrightarrow P$ = = 12 cm.
Selain itu, P P = 1 $\sqrt{2} \Leftrightarrow P = \sqrt{2} \times P$
$= \sqrt{2} \times 12$
$= 12\sqrt{2}$ cm.

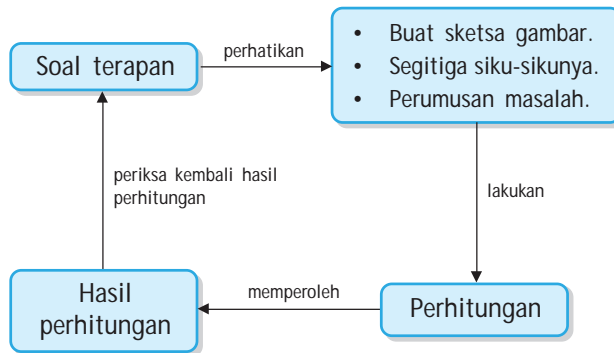
b. Δ siku-siku di dan $\angle$ = 30°. Dengan demikian, berlaku perbandingan = 1 $\sqrt{3}$ 2. leh karena = 5 cm maka = 1 2
$\Leftrightarrow$ = 2 × = 2 × 5 = 10 cm.
Selain itu, = 1 $\sqrt{3} \Leftrightarrow = \sqrt{3} \times$
$= \sqrt{3} \times 5$
$= 5\sqrt{3}$ cm.

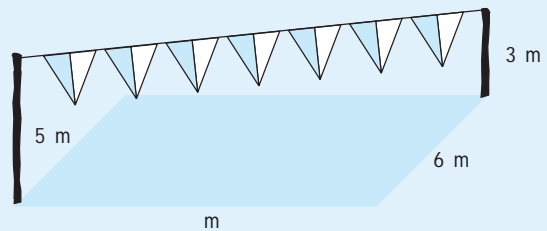
Latihan 5.6

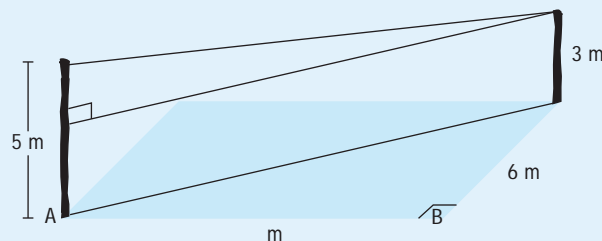
1. Tentukan panjang k dan l pada segitiga berikut.

2. Tentukan nilai x pada gambar berikut

3. Hitunglah panjang sisi-sisi yang belum diketahui pada gambar berikut.

4. isalnya, Δ adalah segitiga siku-siku samakaki. Tentukan panjang dua sisi segitiga yang belum diketahui apabila panjang sisi miringnya adalah 4 cm.

5. Cahaya sebuah lampu senter diarahkan pada sebuah tembok seperti tampak pada gambar di samping.

   Tentukanlah jarak antara lampu senter dan tembok pada gambar tersebut.

E. Teorema Pythagoras dalam Kehidupan

Kamu telah mempelajari konsep-konsep Teorema Pythagoras pada bahasan yang lalu. Teorema Pythagoras sering kamu temukan dalam keseharianmu. Langkah-langkah untuk menyelesaikan soal-soal terapan yang berhubungan dengan Teorema Pythagoras dapat kamu lihat pada diagram berikut.

Contoh Soal 5.7

Serangkaian bendera dihubungkan oleh tali pada dua ujung tongkat. Kedua tongkat tersebut ditancapkan di sebuah taman yang berbentuk persegi panjang. Tentukan panjang bentangan tali yang diperlukan untuk merangkai bendera tersebut.

Penyelesaian

Buatlah sketsa permasalahan tersebut seperti tampak pada gambar berikut.

Perhatikan Δ . Segitiga siku-siku di . Dengan demikian, menurut Teorema Pythagoras berlaku

$$^2 = \quad ^2 + \quad ^2$$
$$= 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100.$$

Jadi, $= \sqrt{100} = 10$ m.

Kemudian, perhatikan panjang F dan . leh karena F = 5 m dan = 3 m maka panjang F = 5 – 3 = 2 m. Segitiga F siku-siku di , sehingga menurut Teorema Pythagoras berlaku $F^2 = {}^2 + F{}^2$

$= 10^2 + 2^2$

$= 100 + 4$

$= 104.$

Jadi $F = \sqrt{104} \approx 10{,}2$ m.

Dengan demikian, panjang tali yang diperlukan untuk merangkai bendera tersebut adalah 10,2 meter.

Latihan 5.7

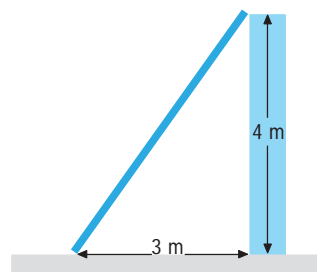
1. Arif ingin menaiki sebuah dinding yang tingginya 4 m. Untuk itu Arif menggunakan tangga dan menyandarkannya pada dinding itu. Arif meletakkan kaki tangga berjarak 3 m dari dinding. Berapa panjang tangga yang digunakan Arif?

2. Jarak aman ketika menonton tele isi adalah 6 kali panjang diagonal tele isi tersebut. Tentukan jarak aman menonton sebuah tele isi yang berukuran 20 inci (1 inci = 2,54 cm).

Sumber: www.plasma.com

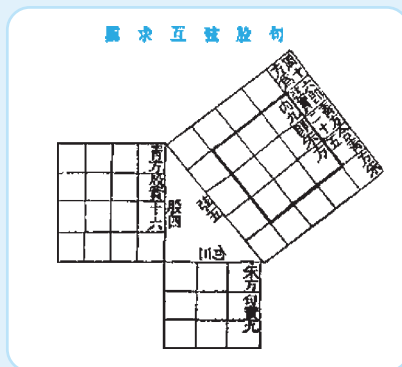
3. Amron dan Cathy bermain layang-layang. Panjang tali layang-layang 50 m. Cathy berdiri tepat di bawah layang-layang tersebut. Adapun jarak antara Cathy dan Amron 30 m. Tentukan tinggi layang-layang saat itu.

4. ula-mula, sebuah kapal berlayar ke arah Selatan sejauh 30 km. Kapal tersebut kemudian menuju arah Timur dan menempuh jarah sejauh 16 km. Berapa jarak kapal dari tempat semula?

5. Pak Dede sedang membuat rencana pondasi rumahnya dengan menancapkan 4 buah patok.
   a. Pak Dede kemudian mengukur keempat sisi dari pondasi tersebut. Ternyata diperoleh 10 m, 24 m, 10 m, dan 24 m. Pak Dede kemudian mengatakan bahwa pondasi rumahnya berbentuk persegi panjang. Benarkah pendapat Pak Dede?
   b. Anak Pak Dede, Asep kemudian mengukur salah satu diagonalnya dan diperoleh panjangnya 26 m. apakah keterangan ini sudah dapat digunakan untuk menunjukkan bahwa pondasi rumahnya berbentuk persegi panjang?

Info Matematika

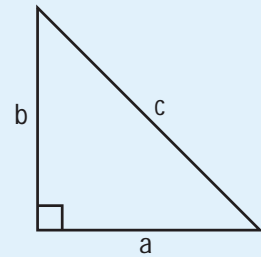
Teorema Pythagoras Berasal dari Cina

APAKAH Teorema Pythagoras berasal dari Cina? Ada beberapa ahli yang berpendapat begitu. Mereka mengacu pada buku *hou Pei Suan hing*. Buku tersebut merupakan buku matematika berbahasa Cina tertua yang pernah ditemukan. Diperkirakan, buku tersebut berasal dari tahun 1.100 SM.

Pada buku tersebut, terdapat sebuah diagram yang dinamakan *suan thu*. Diagram tersebut menunjukkan hubungan antara hipotenusa dan sisi-sisi yang lain pada segitiga siku-siku. Hubungan tersebut mirip dengan hubungan yang ada pada Teorema Pythagoras. Pada buku matematika yang lain, yaitu *hiu hang Suan Shu*, terdapat contoh-contoh permasalahan yang berhubungan dengan segitiga siku-siku. Permasalahan yang terdapat pada buku *hiu hang Suan Shu* menunjukkan bahwa bangsa Cina telah mengenal segitiga siku-siku sejak lama. Bahkan, mereka telah mampu menemukan persamaan-persamaan yang berhubungan dengan segitiga siku-siku.

Sumber: *www.roma.unisa.edu.au*

Rangkuman

1. Akar kuadrat dari a (dilambangkan dengan $\sqrt{a}$) adalah suatu bilangan tak negatif yang jika dikuadratkan sama dengan a.
2. Pada ΔAB yang siku-siku di berlaku $c^2 = a^2 + b^2$ dengan a dan b disebut sisi siku-siku, sedangkan c disebut sisi miring (hipotenusa).
3. Misalnya a, b, dan c merupakan panjang sisi pada ΔAB dan c merupakan sisi terpanjang, maka berlaku:

   a. jika $a^2 + b^2 = c^2$, maka ΔAB merupakan segitiga siku-siku.
   b. jika $a^2 + b^2 < c^2$, maka ΔAB merupakan segitiga tumpul.
   c. jika $a^2 + b^2 > c^2$, maka ΔAB merupakan segitiga lancip.
4. Perbandingan sisi-sisi pada segitiga istimewa 45°, 45°, dan 90° adalah $1 : 1 : \sqrt{2}$.
5. Perbandingan sisi-sisi pada segitiga sitimewa 30°, 60°, dan 90° adalah $1 : \sqrt{3} : 2$.

Tugas Proyek 1

Tujuan: Mencari bukti Teorema Pythagoras.

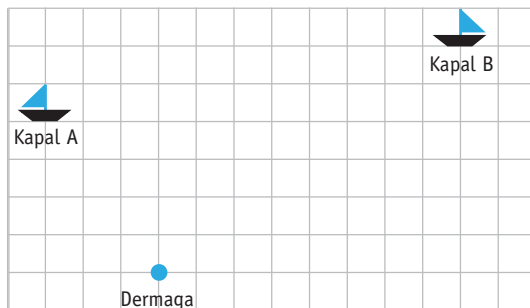
Alokasi waktu: 2 minggu

Kegiatan:

1. Bagilah siswa di kelasmu menjadi beberapa kelompok kecil.
2. Sebagian anggota kelompok mencari informasi mengenai bukti-bukti Teorema Pythagoras. Kamu dapat mencari informasi mengenai pembuktian Teorema Pythagoras melalui buku ataupun internet.
3. Sebagian anggota kelompok yang lain menuliskan laporan tugas ini serta mempresentasikan di depan kelas.
4. Terdapat banyak cara untuk membuktikan Teorema Pythagoras. Oleh karena itu, diharapkan setiap kelompok memaparkan langkah-langkah pembuktian yang berbeda.

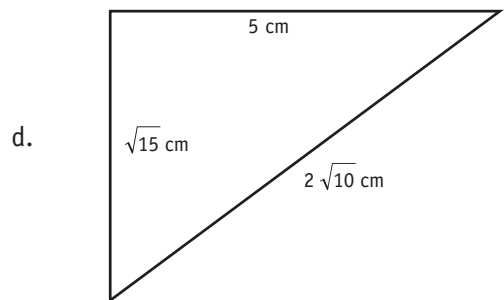
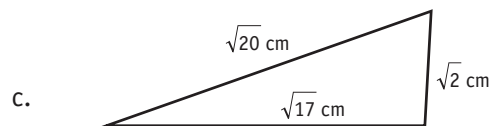
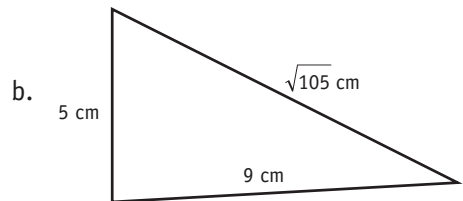
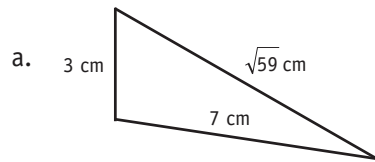
Soal Akhir Bab

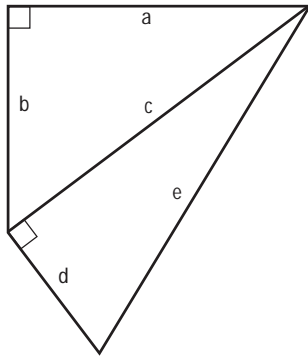
A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Jika sisi-sisi siku-siku suatu segitiga siku-siku adalah 6 cm dan 8 cm maka panjang sisi miringnya adalah ....
   a. 8 cm c. 10 cm
   b. 9 cm d. 11 cm
2. Jika sisi-sisi siku-siku suatu segitiga siku-siku adalah 5 cm dan 7 cm maka panjang sisi miringnya adalah ....
   a. 5,6 cm c. 7,6 cm
   b. 6,6 cm d. 8,6 cm
3. Jika panjang dan lebar suatu persegi panjang adalah 12 cm dan 9 cm maka panjang diagonalnya adalah ....
   a. 15 cm c. 17 cm
   b. 16 cm d. 18 cm
4. Sisi miring suatu segitiga siku-siku adalah 8 cm. Adapun panjang salah satu sisi siku-sikunya 5 cm. Dengan demikian, panjang sisi siku-siku yang lainnya adalah ....
   a. 6,25 cm c. 8,25 cm
   b. 7,25 cm d. 9,25 cm
5. Seorang tukang kayu membuat segitiga siku-siku dengan salah satu sudutnya 30°. Panjang sisi di depan sudut 30° tersebut adalah 40 cm. Panjang hipotenusanya adalah ....
   a. 70 cm c. 90 cm
   b. 80 cm d. 100 cm
6. Misalnya, posisi antara dermaga, kapal *A*, dan kapal *B* digambarkan sebagai berikut.

   Perbedaan jarak antara kapal *A* dan kapal *B* ke dermaga adalah ....
   a. 5 satuan c. 7 satuan
   b. 6 satuan d. 8 satuan
7. Di antara segitiga berikut yang merupakan segitiga siku-siku adalah ....

   a.
   b.

   c.

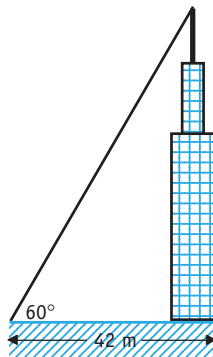
   d.
   5 cm
   $\sqrt{15}$ cm
   $2\sqrt{10}$ cm

8. Rumah Mustofa berjarak 0,5 km di sebelah barat sekolah. Adapun rumah Anton berjarak 1,2 km di sebelah utara sekolah. Jarak rumah keduanya adalah ....
   a. 1,3 km
   c. 1,7 km
   b. 1,5 km
   d. 1,9 km

9. Perhatikan gambar berikut.

Hubungan yang terdapat pada gambar tersebut adalah ....

a. $e^2 = a^2 + b^2 - c^2$
b. $e^2 = a^2 + b^2 - d^2$
c. $e^2 = a^2 + b^2 + c^2$
d. $e^2 = a^2 + b^2 + d^2$

10. ΔPQR terletak pada diagram Cartesius. Koordinat $P(1, 6)$, $Q(1, 2)$, dan $R(7, 2)$. Panjang PQ, PR, dan QR berturut-turut adalah ....

a. 8, 8, dan $8\sqrt{2}$ satuan panjang
b. 8, $8\sqrt{2}$, dan 8 satuan panjang
c. 6, 4, dan $2\sqrt{13}$ satuan panjang
d. 4, $2\sqrt{13}$, dan 6 satuan panjang

11. Seutas kawat baja dibentangkan dari permukaan tanah ke puncak sebuah menara seperti tampak pada gambar berikut.

Tinggi menara tersebut adalah ....

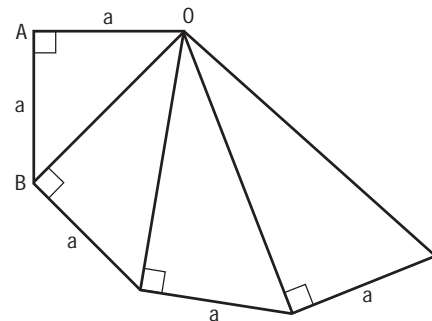
a. $\frac{42}{\sqrt{3}}$ m
b. 84 m
c. $42\sqrt{2}$ m
d. $42\sqrt{3}$ m

12. Perhatikan tabel berikut.

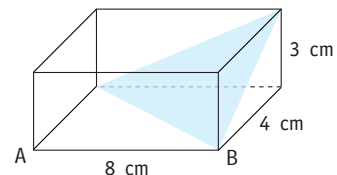
Nama Segitiga	Panjang Sisi (m)		
ΔAB	3	10	12
Δ	3	4	6
ΔKLM	6	8	9
ΔPQR	10	24	26

Pada tabel tersebut, segitiga yang merupakan segitiga siku-siku adalah ....

a. ΔAB
b. ΔKLM
c. Δ
d. ΔPQR

13. Perhatikan gambar berikut.

Ruas garis dengan panjang $2a$ terdapat pada ruas garis ....

a. OB
b. O
c. O
d. O

14. Sebuah kotak memiliki panjang 8 cm, lebar 3 cm, dan tinggi 3 cm seperti pada gambar berikut.

Segitiga B merupakan segitiga ....

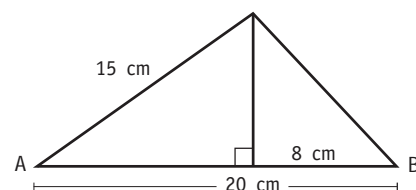
a. siku-siku
b. tumpul
c. lancip
d. samakaki

15. Perhatikan gambar berikut.

15 cm

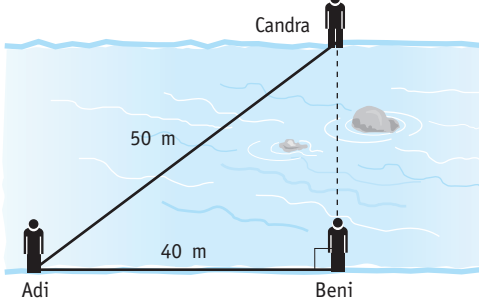
8 cm

A B

20 cm

Luas ΔAB adalah ....

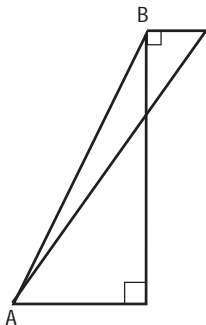
a. 70 cm c. 90 cm

b. 80 cm d. 100 cm

16. Adi, Beni, dan Candra mencoba untuk mengukur lebar sebuah sungai.

Jika jarak Adi dan Beni 40 meter maka lebar sungai tersebut adalah ....

a. 20 m c. 30 m

b. 40 m d. 60 m

17. Perhatikan gambar berikut

Jika panjang A = 15 cm, = 5 cm, A = 6 cm, dan B = 3 cm maka panjang AB adalah ....

a. $5\sqrt{6}$ cm

b. $6\sqrt{5}$ cm

c. $30\sqrt{2}$ cm

d. $18\sqrt{10}$ cm

18. Segitiga siku-siku adalah segitiga yang panjang ketiga sisinya berturut-turut ....

a. 6 cm, 8 cm, dan 10 cm

b. 7 cm, 8 cm, dan 12 cm

c. 1 cm, 3 cm, dan 10 cm

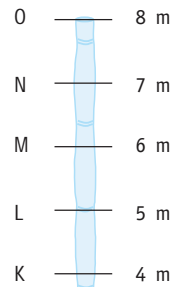
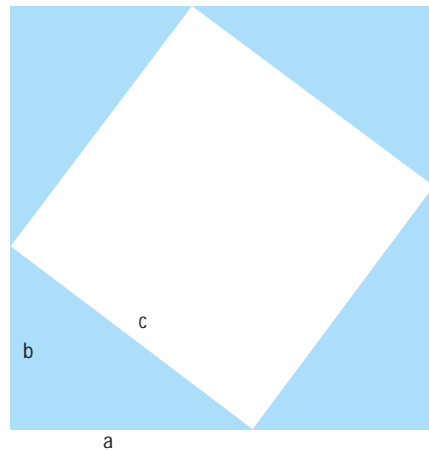
d. 7 cm, 8 cm, dan 10 cm

19. Galah sepanjang $3\sqrt{5}$ meter akan disandarkan pada sebuah tembok. Jika diinginkan agar pangkal galah berada di posisi A maka ujung galah tersebut akan berada di posisi ....

a. K

b. L

c. M

d. N

20. Perhatikan gambar berikut.

Bangun persegi di atas tersusun atas empat segitiga siku-siku dengan ukuran a, b, dan c satuan panjang. Adapun sisi persegi putih yang di tengah adalah c satuan panjang. Dengan demikian, luas daerah yang diarsir adalah ... satuan luas.

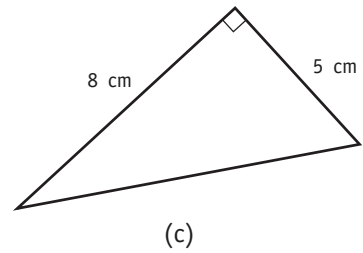
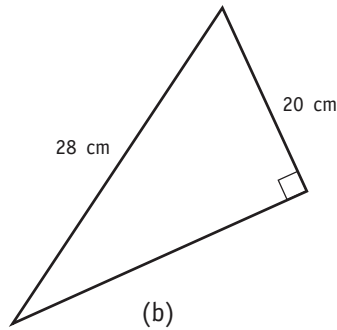
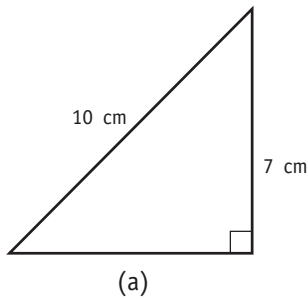
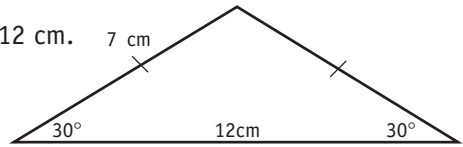
a. $a^2 + b^2$

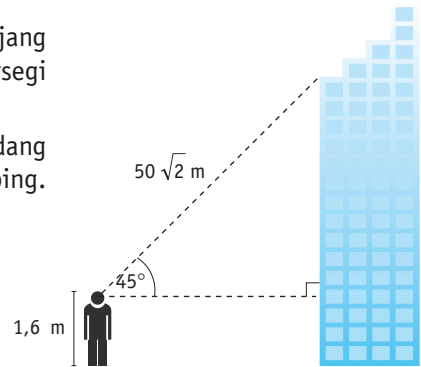
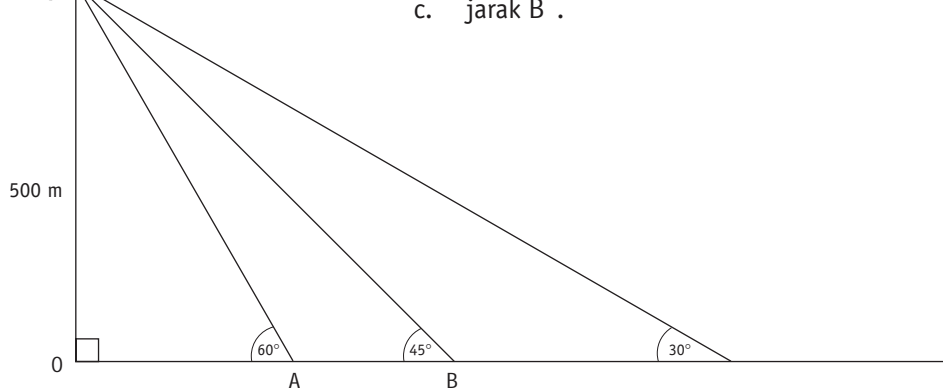
b. $c^2 - a^2$

c. $c^2 - b^2$

d. $2ab$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Hitunglah panjang sisi segitiga yang belum diketahui pada gambar berikut.

2. Sebuah segitiga samakaki memiliki alas sepanjang 12 cm. Tentukanlah:
   a. tinggi segitiga tersebut;
   b. luas segitiga tersebut;
   c. keliling segitiga tersebut.

3. Sudut yang dibentuk oleh diagonal sebuah persegi panjang dan sisi terpendeknya adalah 60°. Tentukanlah luas persegi panjang tersebut jika panjang diagonalnya 8 cm.

4. Tinggi Andri 1,6 meter. Saat ini, dia sedang memandang sebuah bangunan seperti tampak pada gambar di samping. Hitunglah tinggi gedung tersebut.

5. Sebuah helikopter terbang pada ketinggian 500 m di atas permukaan tanah. Helikopter tersebut melihat tiga titik di atas permukaan tanah, yaitu titik *A*, titik *B*, dan titik .

   Tentukanlah:
   a. jarak *OA*;
   b. jarak *AB*;
   c. jarak *B* .

E aluasi 1

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Pemfaktoran dari $a^2 - 4$ adalah ....
   a. $(a + 2)\ (a - 2)$
   b. $(a + 2)\ (a + 2)$
   c. $(a - 2)\ (a - 2)$
   d. $(a - 2)$

2. Bentuk $(x + 3)(x - 1)$ dapat disederhanakan menjadi ....
   a. $x^2 + 2x - 3$
   b. $x^2 + 4x + 3$
   c. $x^2 - x - 3$
   d. $x^2 - x + 3$

3. Bentuk $\dfrac{3ax + 6x}{a^2 - 4a - 12}$ dapat disederhanakan menjadi ....
   a. $\dfrac{3x}{a + 2}$
   b. $\dfrac{3x}{a - 6}$
   c. $\dfrac{3x}{a + 6}$
   d. $\dfrac{3x}{a - 2}$

4. Bentuk $\dfrac{x^2 + x - 20}{x^2 - 14x + 40}$ dapat disederhanakan menjadi ....
   a. $\dfrac{x - 5}{x - 10}$
   b. $\dfrac{x + 5}{x - 10}$
   c. $\dfrac{x - 4}{x - 10}$
   d. $\dfrac{x - 4}{x + 5}$

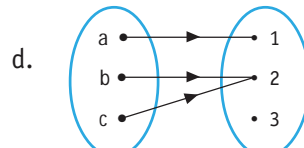
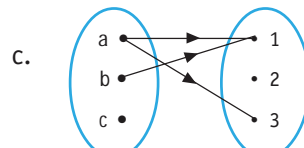
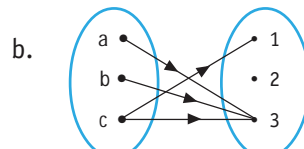
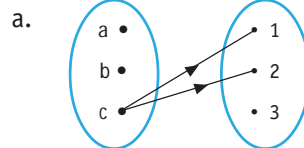
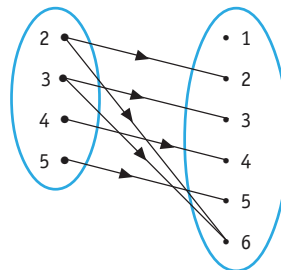
5. Hasil kali pecahan suku banyak
   $\left(\dfrac{a^2 - 5a}{a^2 - 25}\right)\left(\dfrac{a^2 + a - 20}{3a - 12}\right)$ adalah ....
   a. $\dfrac{a}{5}$
   b. $\dfrac{a}{4}$
   c. $\dfrac{a}{3}$
   d. $\dfrac{a}{2}$

6. Hasil bagi pecahan suku banyak
   $\dfrac{\left(\dfrac{n^2 + 8n + 16}{n^2 - 16}\right)}{\left(\dfrac{n^2 + 12n + 32}{n^2 + 4n - 32}\right)}$ adalah ....
   a. 1
   b. 2
   c. 3
   d. 4

7. Diagram panah berikut yang menunjukkan pemetaan adalah ....
   a.

   b.

   c.

   d.

8. Perhatikan diagram panah berikut.

   Daerah hasil pada diagram panah tersebut adalah ....
   a. {2, 3, 4, 5}
   b. {1, 3, 5, 6}
   c. {1, 2, 3, 4, 5, 6}
   d. {2, 3, 4, 5, 6}

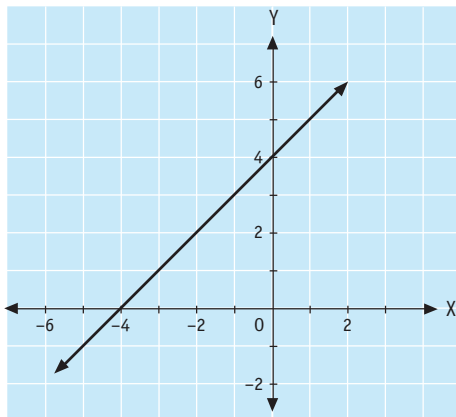
9. Diketahui fungsi $f(x) = mx + n$ dengan $f(-1) = 1$ dan $f(1) = 5$. Nilai m dan n pada fungsi tersebut berturut-turut adalah ....
   a. −2 dan −3 c. 2 dan −3
   b. −2 dan 3 d. 2 dan 3

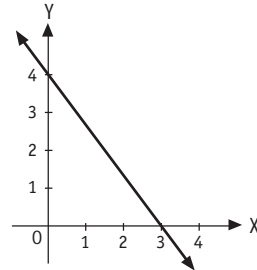
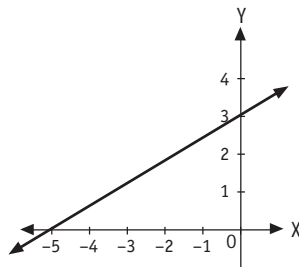
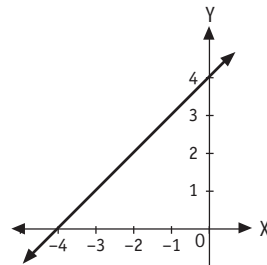
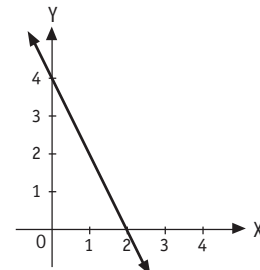
10. Fungsi f dinyatakan dengan rumus $f(x) = ax + b$. Jika $f(3) = 11$ dan $f(1) = 7$ maka nilai a dan b berturut-turut adalah ....
   a. 1 dan 6 c. 2 dan 5
   b. 6 dan 1 d. 5 dan 2

11. Misalnya, $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{x \mid 1 \leq x < 4, x \in$ himpunan bilangan bulat$\}$. Banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B adalah ....
   a. 3 c. 9
   b. 6 d. 27

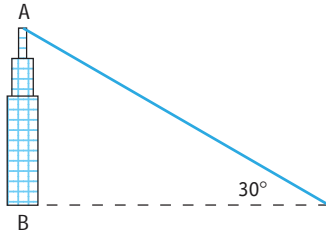
12. Suatu fungsi ditentukan dengan rumus $f(x) = 2x^2 - 13x + 20$ dengan daerah asal $\{-2, 1, 5, 8\}$. Daerah hasil fungsi tersebut adalah ....
   a. $\{54, 9, 5, 44\}$
   b. $\{-35, -24, 4, 25\}$
   c. $\{-38, 8, 26, 42\}$
   d. $\{-8, 17, 28, 63\}$

13. Diketahui $f(x) = 2x + 8 -$. Jika $f(4) = 6$ maka nilai adalah ....
   a. 6 c. 10
   b. 8 d. 12

14. Gradien garis yang tampak pada gambar berikut adalah ....

   a. −1 c. 4
   b. 1 d. −4

15. Grafik penyelesaian dari persamaan $y = -2x + 4$ dengan x, y bilangan real adalah ....

   a.
   b.
   c.
   d.
16. Pasangan titik yang dilalui oleh garis dengan gradien $\frac{4}{3}$ adalah ....
   a. (8, 10) dan (0, 16)
   b. (−8, 10) dan (−2, 2)
   c. (−8, 11) dan (−2, 19)
   d. (11, 8) dan (2, 19)

17. Persamaan-persamaan berikut yang merupakan persamaan linear satu variabel adalah ....
   a. $2 = 5 + p$
   b. $3x^2 - 2 = 0$
   c. $5t = 6 - 2t + 5$
   d. $3x = 6 - y$
18. Penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3a - b = 4 \\ 5a - 2b = 6 \end{cases}$ adalah ....
   a. $a = 2, b = 3$
   b. $a = 3, b = 2$
   c. $a = 2, b = 2$
   d. $a = 3, b = 3$
19. Penyelesaian dari $\begin{cases} \frac{5}{2x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{6} \\ \frac{3}{2x} - \frac{4}{y} = \frac{1}{18} \end{cases}$ adalah ....
   a. $x = 3, y = 3$
   b. $x = 9, y = 9$
   c. $x = 9, y = 3$
   d. $x = 3, y = 9$
20. Penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6 \\ x - \frac{y}{4} = 4 \end{cases}$ adalah ....
   a. $x = 6 \quad y = 8$
   b. $x = 8, y = 8$
   c. $x = 6 \quad y = 6$
   d. $x = 8 \quad y = 8$
21. Sisi siku-siku sebuah segitiga adalah 6 cm dan 8 cm. Sisi miring segitiga tersebut adalah ....
   a. 10 cm
   b. 12 cm
   c. 14 cm
   d. 16 cm
22. Sisi siku-siku sebuah segitiga adalah 20 cm dan 15 cm. Sisi miring segitiga tersebut adalah ....
   a. 20 cm
   b. 23 cm
   c. 25 cm
   d. 30 cm
23. Panjang diagonal sebuah persegi panjang adalah 15 cm. Adapun lebar persegi panjang tersebut 9 cm. Panjang persegi panjang tersebut adalah ....
   a. 8 cm
   b. 10 cm
   c. 12 cm
   d. 14 cm
24. Di antara ukuran berikut yang merupakan ukuran sisi-sisi segitiga siku-siku adalah ....
   a. 6 cm, 8 cm, dan 9 cm
   b. 6 cm, 7 cm, dan 8 cm
   c. 8 cm, 9 cm, dan 10 cm
   d. 6 cm, 8 cm, dan 10 cm
25. Diketahui sisi-sisi sebuah segitiga berturut-turut adalah 0,6 m; 0,8 m; dan 1 m. Segitiga tersebut berbentuk ....
   a. lancip
   b. tumpul
   c. siku-siku
   d. sembarang
26. Pada sebuah segitiga siku-siku, jumlah panjang sisi siku-sikunya adalah 49 cm. Adapun panjang sisi miringnya 35 cm. Panjang sisi siku-siku segitiga tersebut adalah ....
   a. 20 cm dan 29 cm
   b. 17 cm dan 32 cm
   c. 23 cm dan 26 cm
   d. 21 cm dan 28 cm
27. Panjang salah satu sisi sebuah segitiga siku-siku adalah 8 cm lebihnya daripada panjang sisi siku-siku yang lain. Adapun panjang sisi miring segitiga tersebut adalah 40 cm. Panjang sisi siku-siku segitiga tersebut adalah ....
   a. 18 cm dan 26 cm
   b. 21 cm dan 29 cm
   c. 24 cm dan 32 cm
   d. 21 cm dan 35 cm
28. Bilangan berikut yang merupakan tripel Pythagoras, *kecuali* ....
   a. 8, 15, dan 17
   b. 5, 6, dan 7
   c. 26, 24, dan 10
   d. 13, 12, dan 5

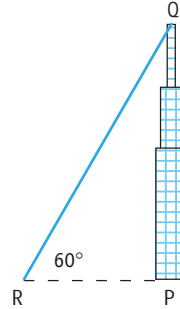
29. Perhatikan gambar berikut.

Jika jarak B adalah 246 m maka tinggi AB adalah ....

a. 82 m

b. $82\sqrt{3}$ m

c. 123 m

d. $123\sqrt{2}$ m

30. Perhatikan gambar berikut.

Jika jarak QR adalah 100 m maka tinggi PQ adalah ....

a. 50 m

b. $50\sqrt{3}$ m

c. $100\sqrt{2}$ m

d. $100\sqrt{3}$ m

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Sederhanakan suku banyak berikut.
   a. $6x^2 - 8x - 8 - 5x + 11$
   b. $10a + 5b \quad 9 - 14a + 17 - 7b$
   c. $4(3x - 6) + 7(y + 8)$
   d. $12t^2 - 10t - 18 - 15t + 100$
   e. $12t^2 + 15t - 2t^2 - 10t - 5t + 20$

2. Tentukan hasil kali berikut.
   a. $(2x - 3y)\ (2x - 3y)$
   b. $9c\ (c^2 - 3c + 5)$
   c. $(2x - 3)\ (5x + 4)$
   d. $(x + 3)\ (x - 7)$
   e. $(2a - b)\ (a + b)$

3. Faktorkan suku banyak berikut.
   a. $10x^2 - 90$
   b. $x^2 + 3x - 10$
   c. $2x^2 - 5x - 12$
   d. $x^2 + 6x + 9$
   e. $x^2 + 2x + 1$

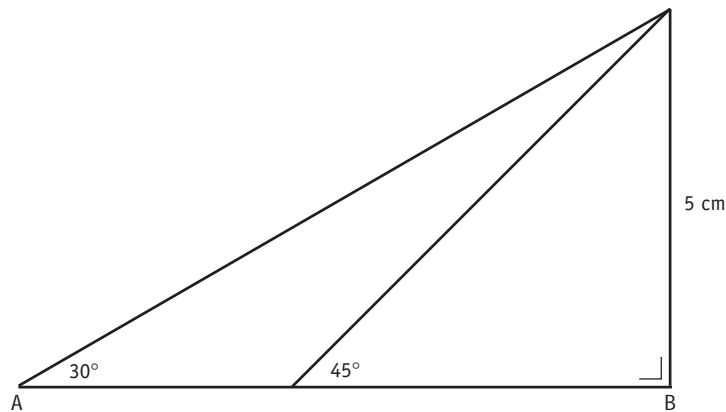
4. Diketahui dua garis dengan persamaan $x - y = 5$ dan $2x + 2y = 18$. Gambarlah kedua garis tersebut pada satu sumbu koordinat.

5. Carilah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 5x + 3y = 41 \\ 3x + 5y = 47 \end{cases}$.

6. Carilah nilai x dan y yang memenuhi sistem persamaan $\begin{cases} 2y - 7 = x \\ 3y = 2x \end{cases}$.

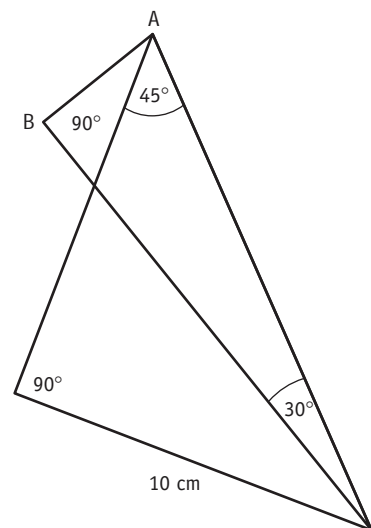
7. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear $\begin{cases} 2y = -x - 8 \\ y = x + 2 \end{cases}$ dengan menggunakan metode-metode berikut.
   a. grafik
   b. substitusi
   c. eliminasi

8. Harga 3 ayam dan 1 kelinci adalah Rp100.000,00. Adapun harga 1 ayam dan 3 kelinci adalah Rp60.000,00. Tentukan harga 4 ayam dan 2 kelinci.

9. Perhatikan gambar berikut.

   Tentukanlah panjang sisi *AB*, *A* , dan .

10. Pada bangun di samping, dua segitiga siku-siku berimpit pada sisi *A* . Jika panjang sisi adalah 10 cm maka tentukanlah panjang sisi-sisi yang lain.

Bab I

Lingkaran

Roda digunakan untuk kali pertama sebagai alat putar pada proses pembuatan tembikar. Kemudian, penggunaan roda dikembangkan menjadi alat penggerak kereta tempur. Dari sanalah penggunaan roda mulai tersebar ke seluruh dunia.

Sekarang, roda dapat kamu temukan pada semua benda dan telah menjadi bagian dari keseharianmu. Roda terdapat pada komponen jam tangan yang kamu gunakan, sepeda yang kamu kayuh, hingga menjadi bagian dari sebuah kereta api. Jari-jari roda pun beragam, mulai dari yang hanya beberapa milimeter hingga puluhan meter. Walaupun digunakan pada banyak benda, namun prinsip yang digunakan tetap sama, apakah itu? Coba kamu terka.

Sumber: *www.upload.wikipedia.com*

Sumber: *www.arikah.com*

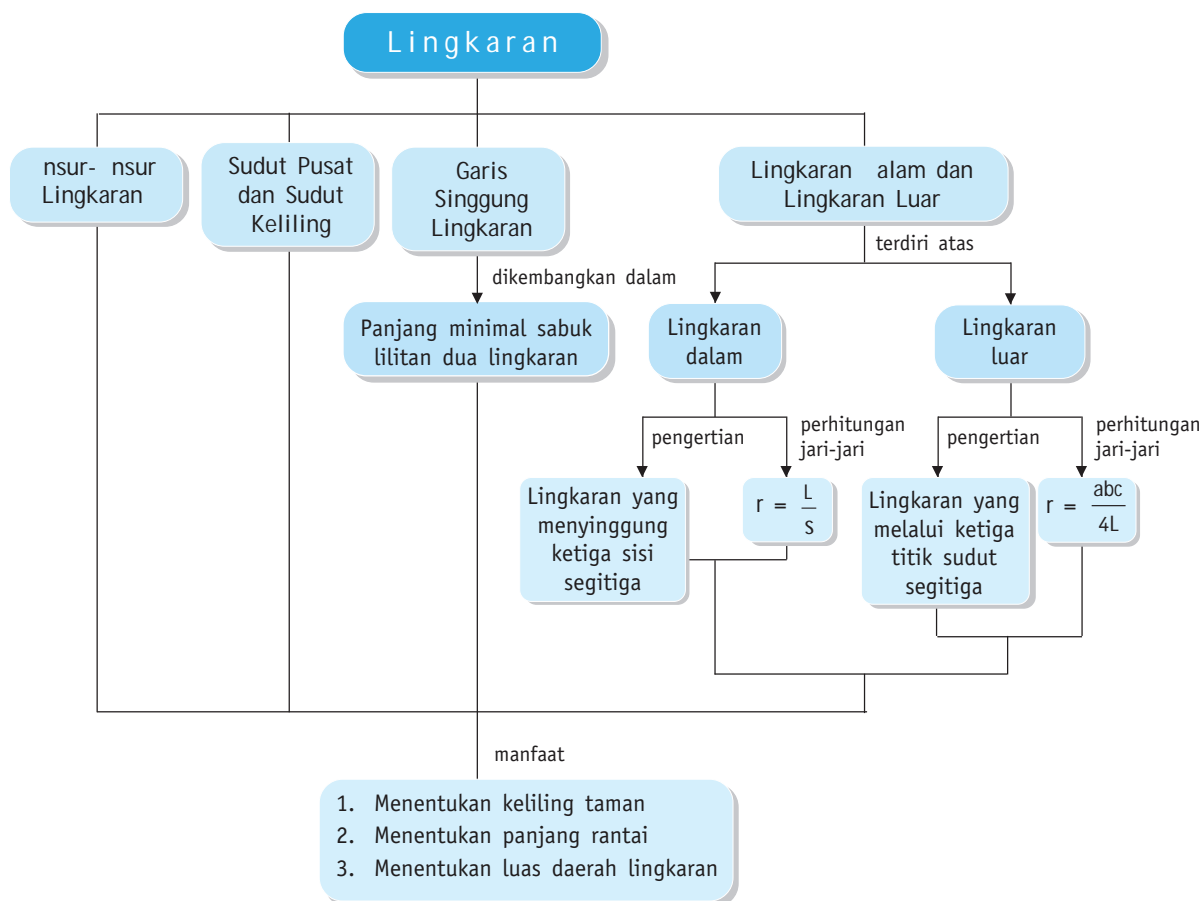
Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. menyebutkan unsur-unsur lingkaran,
b. menyebutkan pengertian sudut pusat, panjang busur, juring, dan tembereng pada lingkaran,
c. menentukan panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran, dan
d. melukis lingkaran dalam dan lingkaran luar suatu segitiga serta menentukan panjang jari-jarinya.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini

A. Mengenal Lingkaran dan nsur-unsurnya
B. Sudut Pusat dan Sudut Keliling
C. Garis Singgung Lingkaran
. Lingkaran alam dan Lingkaran Luar Segitiga

Peta Konsep

Kata Kun i

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- lingkaran
- jari-jari
- luas
- juring
- tembereng
- sudut pusat
- lingkaran dalam
- lingkaran luar

U j i P r a s y a r a t M a t e m a t i k a ji Prasyarat

Sebelum membahas materi lingkaran, coba kamu kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu.

Hitunglah penjumlahan dan pengurangan ukuran sudut berikut.

1. $35° 15' 20'' + 10° 10' 10''$
2. $21° 5' 15'' + 5° 55' 20''$
3. $35° 1' 25'' + 45° 28' 39''$
4. $47° 29' 4'' – 22° 50' 23''$
5. $25° 21' 43'' – 19° 20' 24''$

Hitunglah hasil perkalian berikut.

6. $\frac{30}{360} \times 4800$
7. $\frac{45}{360} \times 1600$
8. $\frac{60}{360} \times 2100$
9. $\frac{72}{360} \times 2375$
10. $\frac{100}{360} \times 6300$

A. Mengenal Lingkaran dan nsur-unsurnya

Kamu telah mempelajari lingkaran ketika sekolah di Sekolah Dasar. Masih ingatkah kamu unsur-unsur, luas, dan keliling suatu lingkaran? Pada bahasan ini, kamu akan kembali mempelajari lingkaran secara lebih mendalam.

1. Mengenal Lingkaran

Dalam kehidupan sehari-hari, kamu tentu sering menggunakan benda-benda yang berbentuk lingkaran, seperti uang logam, ban sepeda, dan kepingan CD. Tahukah kamu pengertian lingkaran?

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu. Titik tertentu tersebut dinamakan *pusat lingkaran.*

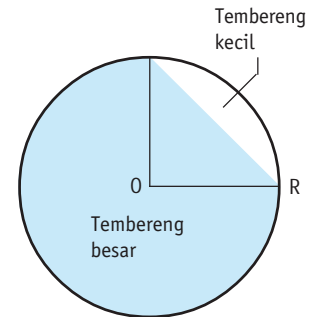
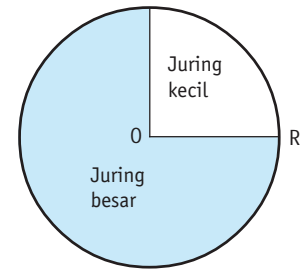
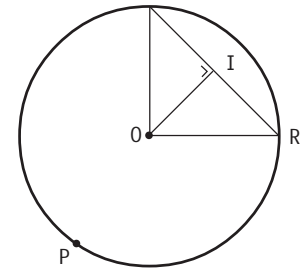
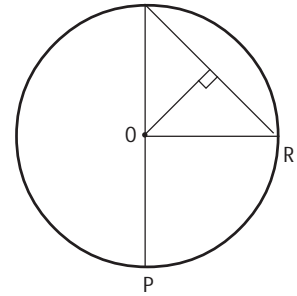
Sumber: *www.memorylane classics.com*

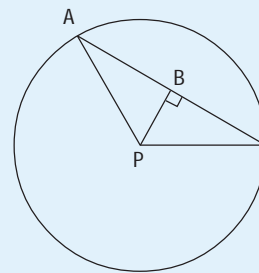
Sumber: *www.ifmall.fplc.edu*

Gambar 6.1

Ban sepeda dan kepingan CD adalah contoh-contoh benda yang berbentuk lingkaran.

Perhatikan gambar di samping.

1. Titik dinamakan *pusat lin karan* .
2. P = = dinamakan *jari-jari* (radius), yaitu jarak suatu titik pada lingkaran dengan titik pusat lingkaran tersebut. Jari-jari suatu lingkaran dinotasikan dengan r.
3. P dinamakan *diameter* (garis tengah), yaitu garis lurus yang melalui pusat lingkaran dan menghubungkan dua titik pada lingkaran.
   Diameter lingkaran dilambangkan dengan d. Panjang diameter suatu lingkaran sama dengan dua kali panjang jari-jari lingkaran tersebut. Jadi, $d = 2r$.
4. dinamakan *tali busur* , yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran.
5. dinamakan *apotema* , yaitu ruas garis yang ditarik dari titik pusat dan tegak lurus pada tali busurnya.
   Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, kamu peroleh bahwa $^2 = \ ^2 - \ ^2$.
6. a. Garis lengkung dinamakan *busur kecil* dan ditulis $\frown$.
   b. Garis lengkung P dinamakan *busur besar* dan ditulis $\overset{\frown}{P}$.
7. Daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari lingkaran (dan) dan sebuah busur ($\frown$) dinamakan *jurin* (sektor).
   Juring terbagi menjadi dua jenis, yaitu sebagai berikut.
   a. Jika sudut yang dibentuk oleh kedua jari-jari lingkaran kurang dari 180° maka juring tersebut dinamakan *jurin kecil* .
   b. Jika sudut yang dibentuk oleh kedua jari-jari lingkaran lebih dari 180° maka juring tersebut dinamakan *jurin besar* .
8. Daerah yang dibatasi oleh tali busur dan $\frown$ dinamakan *temberen* . Seperti halnya juring, tembereng pun terbagi menjadi tembereng kecil dan tembereng besar. Dapatkah kamu membedakan keduanya?

Contoh Soal 6.1

Tentukan unsur-unsur lingkaran yang kamu temukan pada gambar di samping.

Penyelesaian :

Unsur-unsur pada lingkaran tersebut adalah sebagai berikut.

a. Pusat: P

b. Jari-jari lingkaran: P dan P

c. Tali busur:

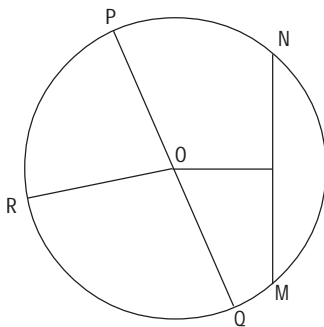
d. Apotema: P

e. Busur:

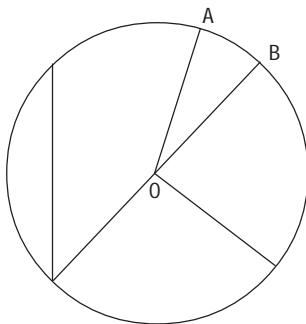
f. Juring: daerah yang dibatasi oleh jari-jari P , P dan .

g. Tembereng: daerah yang dibatasi oleh tali busur dan

Latihan 6.1

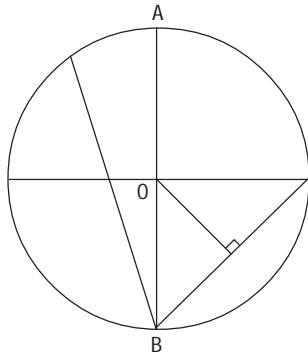
1.

Perhatikan gambar di samping, kemudian tuliskan yang merupakan:

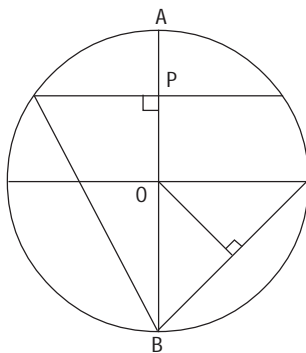
a. titik pusat
b. diameter
c. jari-jari
d. tali busur
e. busur
f. apotema
g. tembereng
h. juring

2. Gambarlah sebuah lingkaran dengan titik pusat .
   a. Buatlah tali busur , kemudian arsirlah daerah yang merupakan tembereng.
   b. Dari titik pusat ke titik dan , buatlah garis yang merupakan jari-jari lingkaran.
   c. Arsirlah daerah yang merupakan juring.
   d. Buatlah apotema dari titik pusat ke tali busur .
   e. Buatlah sembarang diameter pada lingkaran tersebut.

3.

Perhatikan gambar di samping.

a. Sebutkah semua garis yang merupakan jari-jari lingkaran.
b. Sebutkah semua garis yang merupakan diameter lingkaran.
c. Sebutkah semua garis yang merupakan apotema.
d. Sebutkah semua garis yang merupakan tali busur.
e. Arsirlah daerah yang merupakan tembereng.

4. Perhatikan gambar di samping.

a. Sebutkan semua garis yang merupakan jari-jari lingkaran.
b. Sebutkan semua garis yang merupakan tali busur.
c. Sebutkan semua garis yang merupakan diameter.
d. Sebutkan semua garis yang merupakan apotema.
e. Arsirlah daerah yang merupakan tembereng pada lingkaran tersebut.

5. Perhatikan gambar berikut.

a. Sebutkan semua garis yang merupakan jari-jari lingkaran.
b. Sebutkan semua garis yang merupakan tali busur.
c. Sebutkan semua garis yang merupakan diameter.
d. Sebutkan semua juring pada lingkaran tersebut.
e. Arsirlah daerah yang merupakan tembereng pada lingkaran tersebut.

2. Keliling dan Luas Lingkaran

Setelah mengenal unsur-unsur lingkaran kini kamu akan mempelajari keliling dan luas lingkaran. Pelajarilah uraian berikut.

a. i ing ing a an

Misalnya, kamu sedang berdiri di tepi sebuah air mancur yang berbentuk lingkaran. Kemudian, kamu berjalan mengitari air mancur tersebut. Jarak yang kamu tempuh ketika mengitari air mancur tersebut merupakan ***kelilin*** lingkaran. Keliling lingkaran dilambangkan dengan .

Sumber: www.mtsinc.ca

Gambar 6.2
Contoh bentuk lingkaran.

Eksplorasi 6.1

Tujuan:
Menemukan perbandingan antara keliling dan diameter lingkaran.

Kegiatan:
1. Buatlah tiga lingkaran dengan jari-jari yang berbeda pada kertas karton dengan menggunakan jangka. Kemudian, guntinglah seluruh lingkaran tersebut.

2. Carilah keliling setiap lingkaran dengan bantuan benang. Kemudian, ukurlah panjang benang yang diperlukan dengan menggunakan mistar.
3. Ukurlah diameter setiap lingkaran tersebut dengan cara melipat lingkaran menjadi dua bagian sama besar. Kemudian, ukurlah panjang bekas lipatan dengan mistar.
4. Setelah kamu melakukan Kegiatan (1) sampai dengan Kegiatan (3), coba kamu lengkapi tabel berikut pada buku latihanmu.

Tabel 6.1

iameter ( ) (m)	Keliling ( ) (m)	—
...	...	...
...	...	...
...	...	...

Pertanyaan:

1. Berapakah hasil dari $\frac{K}{d}$ untuk setiap lingkaran?
2. Coba kamu hitung nilai dari $\frac{22}{7}$. Berapakah nilai yang kamu peroleh?
3. Bandingan antara nilai dari $\frac{22}{7}$ dan nilai dari $\frac{K}{d}$ setiap lingkaran. Apa yang dapat kamu simpulkan?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu peroleh bahwa nilai $\frac{}{d}$ untuk setiap lingkaran akan *mendekati* 3,14. Kamu juga mengetahui bahwa nilai dari $\frac{22}{7}$ juga mendekati 3,14.

Nilai perbandingan dari $\frac{}{d} \approx \frac{22}{7}$ dilambangkan dengan π (pi). Jadi, $\frac{}{d} = \pi \approx \frac{22}{7}$.

Oleh karena $\frac{}{d} = \pi$ maka $= \pi \cdot d = \pi\ (2r) = 2\pi r$. Dengan demikian,

Keliling lingkaran adalah $K = \pi \cdot d = 2\pi r$ dengan K = keliling lingkaran, r = jari-jari lingkaran, d = diameter lingkaran ($2r$), dan $\pi \approx 3,14$.

Contoh Soal 6.2

1. Hitunglah keliling lingkaran dengan jari-jari berikut.
   a. 14 cm b. 30 cm
2. Hitunglah diameter lingkaran dengan keliling berikut.
   a. 22 cm b. 62,8 cm

Penyelesaian :

1. a. $= 2\pi r$

$= 2\pi(14)$

$= 28\pi$

$= 28 \times \frac{22}{7}$

$= 88$

Jadi, keliling lingkaran tersebut adalah 88 cm.

b. $= 2\pi r$

$= 2\pi(30)$

$= 60\pi$

$= 60 \times 3{,}14$

$= 188{,}4$

Jadi, keliling lingkaran tersebut adalah 188,4 cm.

2. a. $= \pi \cdot d$

$d = \frac{\ }{\pi}$

$= \frac{22}{\left(\frac{22}{7}\right)}$

$= 22 \times \frac{7}{22}$

$= 7$

Jadi, diameter lingkaran tersebut adalah 7 cm.

b. $= \pi \cdot d$

$d = \frac{\ }{\pi}$

$= \frac{62{,}8}{3{,}14}$

$= 20$

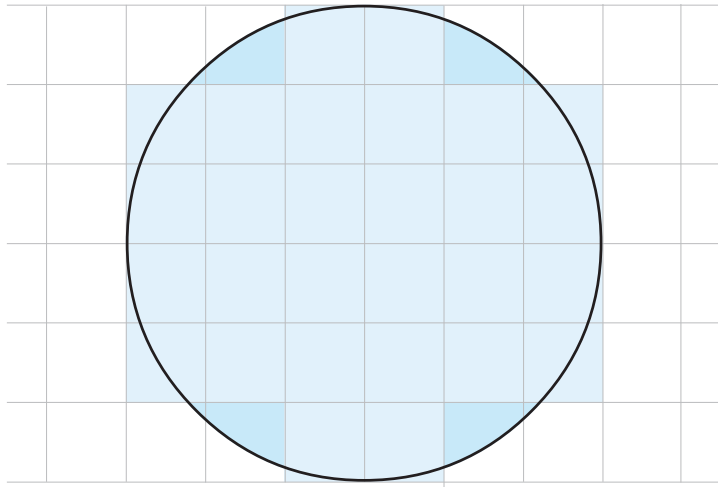
Jadi, diameter lingkaran tersebut adalah 20 cm.

b. uas ing a an

Dapatkah kamu menemukan luas lingkaran, seperti luas permukaan uang logam dan luas permukaan tutup kaleng? Luas lingkaran dapat kamu tentukan dengan cara sebagai berikut.

1) Menghitung pendekatan luas lingkaran dengan menggunakan persegi satuan.
2) Menghitung luas lingkaran dengan menggunakan rumus. Bagaimanakah caranya?

en hitun Pendekatan uas in karan den an en unakan Perse i Satuan

Perhatikan gambar berikut.

Gambar tersebut menunjukkan sebuah lingkaran dengan jari-jari 3 cm. Kemudian, pada lingkaran tersebut dibuat sebuah persegi dengan sisi menyinggung lingkaran tersebut. Bagilah persegi tadi ke dalam beberapa persegi kecil. Luas setiap persegi kecil adalah 1 cm^2. Luas lingkaran sama dengan banyaknya persegi kecil yang terdapat di dalam lingkaran dengan ketentuan sebagai berikut.

a. Apabila luas persegi kecil di dalam lingkaran lingkaran adalah $\frac{1}{2}$ cm^2 atau lebih maka persegi kecil tersebut *dian ap* 1 cm^2.

b. Apabila luas persegi kecil di dalam lingkaran kurang dari $\frac{1}{2}$ cm^2 maka luas persegi kecil tersebut *dian ap* nol.

Ternyata, terdapat 16 persegi kecil yang luasnya 1 cm^2, 12 persegi kecil yang luasnya dianggap 1 cm^2, dan 8 persegi kecil yang luasnya dianggap nol. Dengan demikian, luas sebuah lingkaran dengan jari-jari 3 cm *mendekati* 28 cm^2.

en hitun uas in karan den an en unakan umus

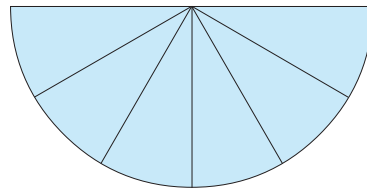
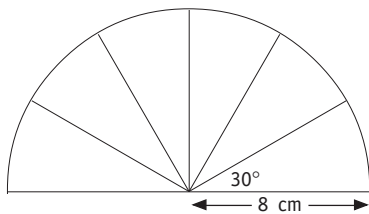
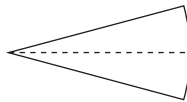
Walaupun cara menghitung luas lingkaran dengan menggunakan persegi satuan terlihat praktis, tetapi hasil yang diperoleh dirasakan masih kurang akurat. Hal ini dikarenakan kamu harus menerka apakah luas setiap persegi satuan lebih dari $\frac{1}{2}$ cm^2 atau kurang dari $\frac{1}{2}$ cm^2. Oleh karena itu, dicari cara lain untuk menghitung luas lingkaran dengan lebih akurat. Seperti apakah caranya?

Eksplorasi 6.2

Tujuan:

Menemukan rumus luas lingkaran.

Kegiatan:

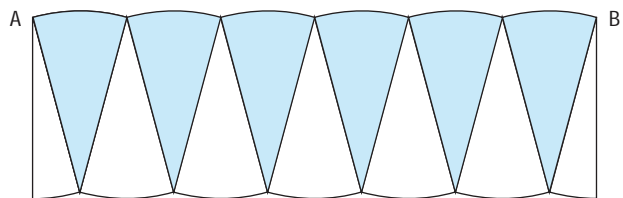
1. Siapkan alat tulis, penggaris, jangka, gunting, busur derajat, dan kertas koran.
2. Buatlah sebuah lingkaran dengan jari-jari 8 cm.
3. Guntinglah lingkaran tersebut menjadi dua bagian sama besar. Kemudian, salah satu potongan lingkaran diberi warna yang berbeda dengan potongan lingkaran lainnya.
4. Guntinglah setiap potongan lingkaran menjadi enam juring sama besar dengan menggunakan busur derajat dan mistar.

5. Guntinglah salah satu juring lingkaran menjadi dua bagian sama besar.

6. Susunlah juring-juring tersebut menjadi seperti gambar berikut. Kemudian, lengkapi isian berikut pada buku latihanmu.

- AB = panjang $\overset{\frown}{AB}$

  $AB = \frac{1}{2} \times$ keliling lingkaran

  $AB = \frac{1}{2} \times \ldots$

- B = ...

Jadi, luas bangun AB adalah ....

Pertanyaan:

1. Bangun apakah yang akan kamu peroleh apabila juring-juring lingkaran tersebut kamu perkecil menjadi kurang dari 30°?
2. Berdasarkan kegiatan yang telah kamu lakukan, dapatkah kamu menghitung luas lingkaran?
3. Kesimpulan apakah yang kamu peroleh setelah melakukan kegiatan tersebut?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu menemukan bahwa bangun akan mendekati bentuk bangun persegi panjang. Oleh karena panjang $\frown$ = πr dan panjang = r maka kamu peroleh rumus lingkaran adalah $\pi r \times r = \pi r^2$.

Rumus luas lingkaran adalah

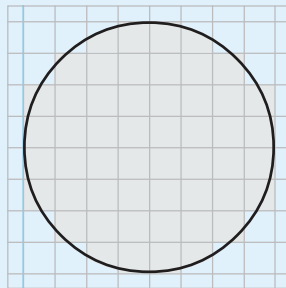
$$L = \pi r^2$$

dengan r = jari-jari lingkaran dan $\pi = 3{,}14 = \frac{22}{7}$.

Contoh Soal 6.3

1. Hitunglah luas sebuah lingkaran dengan jari-jari 4 cm dengan menggunakan persegi satuan.
2. Tentukan luas lingkaran dengan jari-jari berikut menggunakan rumus = πr^2.
   a. 7 cm
   b. 10 cm

:

1. Perhatikan gambar berikut.

Dari gambar tersebut, terlihat bahwa luas lingkaran adalah 52 cm².

2. a.
$$= \pi r^2$$
$$= \pi (7^2)$$
$$= 49\pi$$
$$= 49 \times \frac{22}{7}$$
$$= 154$$
Jadi, luas lingkaran dengan jari-jari 7 cm adalah 154 cm².

b.
$$= \pi r^2$$
$$= \pi (10^2)$$
$$= 100\pi$$
$$= 100(3{,}14)$$
$$= 314$$
Jadi, luas lingkaran dengan jari-jari 10 cm adalah 314 cm².

Latihan 6.2

1. Hitunglah keliling lingkaran dengan jari-jari berikut.
   a. 28 cm
   b. 7 cm
   c. 6,5 cm
   d. 18,84 cm
2. Lingkaran memiliki keliling 4 cm lebihnya dari keliling lingkaran . Tentukan selisih jari-jari antara lingkaran dan lingkaran .
3. Hitunglah diameter lingkaran jika luasnya sebagai berikut.
   a. 78,5 cm^2
   b. 154 cm^2
   c. 113,04 cm^2
4. Panjang jari-jari roda sepeda Rifai 35 cm. Untuk mencapai sekolah, Rifai setiap hari mengayuh sepedanya sehingga roda sepeda tersebut berputar 200 kali. Hitunglah jarak rumah Rifai ke sekolah.
5. Sebuah taman berbentuk persegi panjang berukuran 8 m × 6 m. Di tengah taman tersebut, terdapat dua kolam berbentuk lingkaran. Diameter kedua kolam tersebut adalah 2,1 m dan 2,8 m. Adapun bagian taman yang lain ditanami rumput. Hitunglah luas taman yang ditanami rumput.

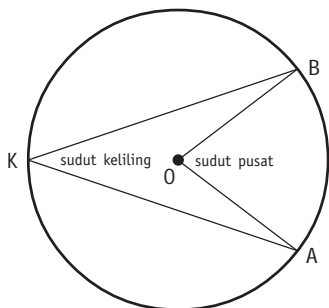
B. Sudut Pusat dan Sudut Keliling

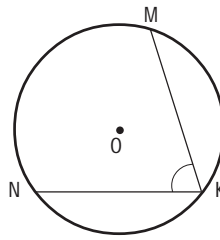
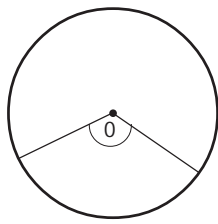
Pernahkah kamu memperhatikan roda sebuah pedati? Roda pedati berbentuk lingkaran. Perhatikan ruji-ruji roda pedati tersebut. Ruji-ruji roda pedati bertemu di satu titik yang merupakan titik pusat lingkaran. Sudut yang dibentuk oleh setiap pasang ruji dinamakan *sudut pusat*. Selain sudut pusat, dikenal pula *sudut kelilin* . Apakah perbedaan antara sudut pusat dan sudut keliling?

Sumber: www.hapmoore.com

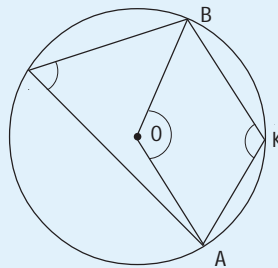
Gambar 6.3
Roda pedati berbentuk lingkaran.

1. Mengenal Sudut Pusat dan Sudut Keliling

Perhatikan gambar lingkaran berikut.

Titik merupakan titik pusat lingkaran. ∠ dinamakan *sudut pusat* yang menghadap busur . Adapun ∠ dinamakan *sudut kelilin* .

Ciri yang dimiliki oleh sudut pusat adalah titik sudutnya terletak pada titik pusat lingkaran. Adapun pada sudut keliling, titik sudutnya terletak pada lingkaran. Contoh-contoh lainnya dapat kamu lihat pada gambar berikut.

Pada gambar tersebut, ∠ merupakan sudut pusat yang menghadap ⌒. Adapun ∠ merupakan sudut keliling yang menghadap ⌒.

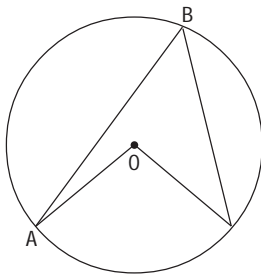
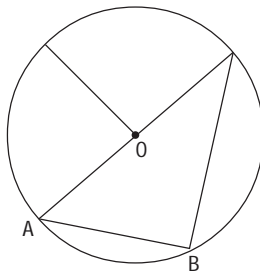
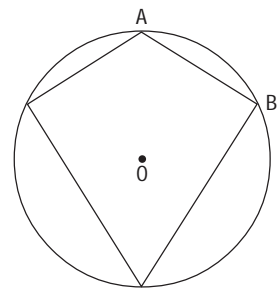
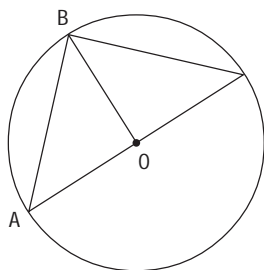
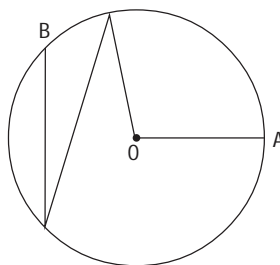
Contoh Soal 6.4

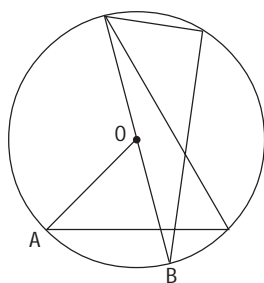
Perhatikan gambar berikut.

Tentukanlah sudut pusat dan sudut-sudut keliling pada gambar tersebut.

Penyelesaian

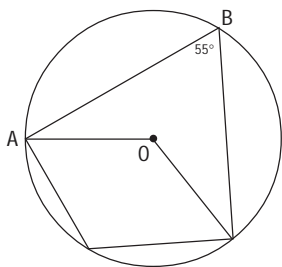
Sudut pusat pada lingkaran tersebut adalah ∠ .
Sudut-sudut keliling pada lingkaran tersebut adalah ∠ dan ∠ .

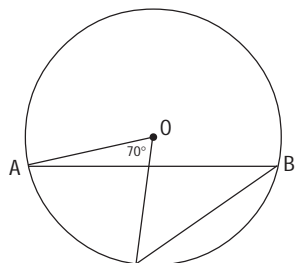
Latihan 6.3

1. Tentukanlah sudut-sudut pusat dan sudut-sudut keliling pada gambar berikut.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

2. Perhatikan gambar lingkaran berikut.

a. Sebutkan semua sudut pusatnya.
b. Sebutkan semua sudut kelilingnya.

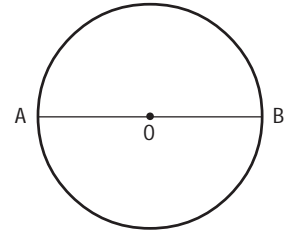
3. ambarlah sebuah lingkaran dengan
   a. pusat ,
   b. diameter ,
   c. sudut pusat, ∠ ,
   d. sudut keliling, ∠ , ∠ , dan ∠ *F* .

4.

Perhatikan gambar di samping.
Diketahui ∠ = 55°, tentukan besar
a. ∠
b. ∠

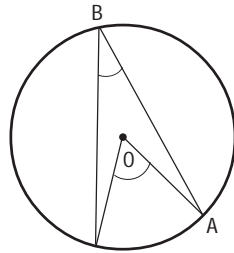
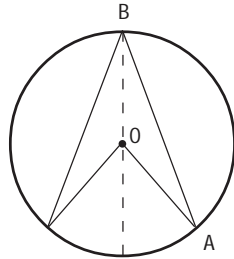
5.

Perhatikan gambar di samping.
Diketahui ∠ = 70°. Tentukan selisih antara ∠ dan ∠ .

2. umlah Sudut Satu Putaran

Ketika di Kelas VII, kamu telah mengenal sudut lurus. asih ingatkah kamu pengertian sudut lurus? Sudut lurus adalah sudut dengan besar 180°. Perhatikan gambar di samping.

Pada gambar di samping, ∠ adalah 180°. Perhatikan pula ∠ . Besar ∠ juga 180°. Dengan demikian, besar sudut satu putaran penuh adalah 180° + 180° = 360°.

3. Hubungan Antara Sudut Pusat dan Sudut Keliling

Perhatikan gambar di samping.

∠ merupakan sudut pusat lingkaran. Adapun ∠ merupakan sudut kelilingnya. Kedua sudut tersebut menghadap busur yang sama, yaitu busur . Adakah hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama? Perhatikan uraian berikut.

isalnya, besar ∠ = x° dan besar ∠ = y°, maka besar ∠ = x° + y°. leh karena dan merupakan jari-jari lingkaran maka Δ dan Δ merupakan segitiga samakaki. Jadi, = dan ∠ = ∠ = y°. Kemudian, perhatikan ∠ . ∠ merupakan sudut luar ∠ .

Kamu dapat mencari besar ∠ dengan menggunakan hubungan berikut.

∠ = ∠ + ∠

= y° + y°

= 2y°

∠ pun merupakan sudut luar ∠ . Dengan menggunakan cara yang sama, kamu peroleh besar ∠ sebagai berikut.

∠ = ∠ + ∠

= x° + x°

= 2x°

Sehingga,

∠ = ∠ + ∠

= 2x° + 2y°

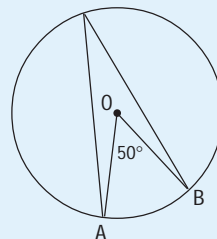
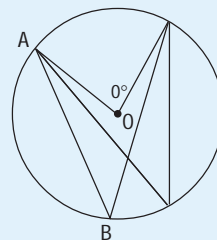
= 2(x° + y°)

= 2∠ .

leh karena ∠ merupakan sudut pusat dan ∠ merupakan sudut keliling maka kamu memperoleh kesimpulan berikut.

Besar sudut pusat sama dengan dua kali besar sudut keliling yang menghadap pada busur yang sama.

Contoh Soal 6.5

1. Tentukan besar ∠ pada gambar berikut.

2. Tentukan besar ∠ dan ∠ pada gambar di samping.

Penyelesaian

1. ∠ merupakan sudut keliling lingkaran. leh karena ∠ dan ∠ menghadap ke busur yang sama, yaitu $\frown$, maka

   besar ∠ $= \frac{1}{2} \times$ besar ∠

   $= \frac{1}{2} \times 50°$

   $= 25°$.

   Jadi, besar ∠ adalah 25°.

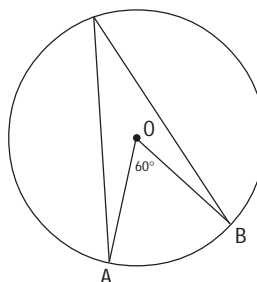
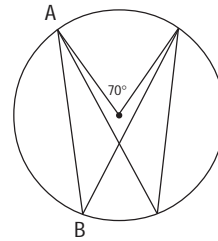
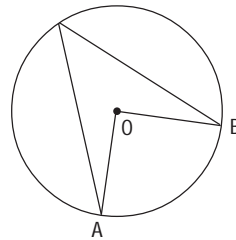
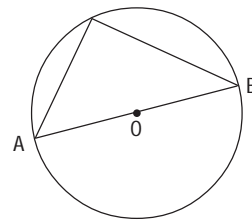
2. ∠ dan ∠ merupakan sudut keliling lingkaran.

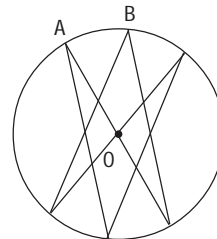
   leh karena ∠ , ∠ , dan ∠ menghadap ke busur yang sama, yaitu $\frown$ maka

   ∠ = ∠ $= \frac{1}{2} \times$ ∠ $= \frac{1}{2} \times 80° = 40°$.

   Jadi, ∠ = ∠ = 40°.

Latihan 6.4

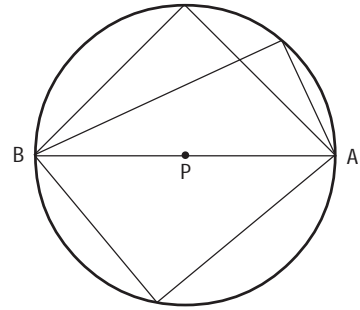
1. Tentukan besar ∠ pada gambar di samping.

2. Tentukan besar ∠ dan ∠ pada gambar di samping.

3. Besar ∠ pada gambar di samping adalah 90°. Tentukanlah
   a. besar ∠
   b. besar ∠
   c. besar ∠

4. Besar ∠ pada gambar di samping adalah 65°. Tentukanlah
   a. besar ∠
   b. besar ∠
   c. besar ∠

5. Besar ∠ pada gambar di samping adalah 70°. Tentukanlah
   a. besar ∠ *F*
   b. besar ∠
   c. besar ∠ *F*
   d. besar ∠
   e. besar ∠ *F*

---

4. Sifat-Sifat Sudut Keliling

Pada bahasan yang lalu, kamu telah mengetahui bahwa besar sudut pusat adalah dua kali besar sudut keliling yang menghadap busur yang sama. Adakah hal-hal istimewa lain yang dimiliki oleh sudut keliling suatu lingkaran? Uraian berikut akan menjawabnya.

a. u u i ing yang ng a a ia ing a an

Perhatikan gambar lingkaran di samping

Titik P adalah pusat lingkaran dengan diameter . leh karena adalah sudut lurus maka $\angle$ P = 180°. Adapun $\angle$, $\angle$ dan $\angle$ merupakan sudut-sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran. Berapakah besar $\angle$, $\angle$ dan $\angle$?

- $\angle \quad = \frac{1}{2} \times \angle \; P$
  $= \frac{1}{2} \times 180°$
  $= 90°$
- $\angle \quad = \frac{1}{2} \times \angle \; P$
  $= \frac{1}{2} \times 180°$
  $= 90°$
- $\angle \quad = \frac{1}{2} \times \angle \; P$
  $= \frac{1}{2} \times 180°$
  $= 90°$

Ternyata, kamu peroleh besar sudut-sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran adalah 90° (sudut siku-siku).

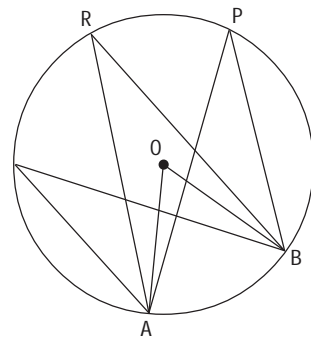
Besar sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran adalah 0°.

b. u u i ing yang ng a a usu yang a a

Perhatikan gambar lingkaran di samping.

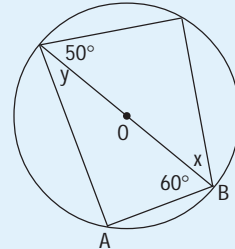
Pada gambar tersebut, terlihat bahwa $\angle$ merupakan sudut pusat lingkaran. Adapun $\angle$, $\angle$, dan $\angle$ P merupakan sudut-sudut keliling yang menghadap busur .

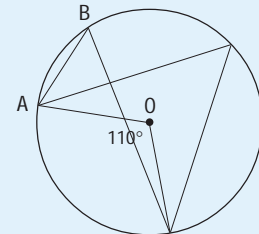
Dapatkah kamu menentukan besar $\angle$, $\angle$, dan $\angle$ P ? leh karena besar sudut pusat sama dengan dua kali besar sudut keliling yang menghadap busur yang sama, maka

- Besar $\angle \quad = \frac{1}{2} \times$ besar $\angle$
- Besar $\angle \quad = \frac{1}{2} \times$ besar $\angle$
- Besar $\angle \; P = \frac{1}{2} \times$ besar $\angle$

Kamu melihat bahwa ketiga sudut keliling tersebut memiliki besar sudut yang sama, yaitu $\frac{1}{2} \times$ besar ∠ .

Sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama akan sama besar.

Contoh Soal 6.6

1. Perhatikan gambar di samping. Kemudian, tentukanlah nilai dari $x + y$.

2. Perhatikan gambar di samping. Kemudian, tentukanlah besar ∠ dan besar ∠ .

:

1. ∠ dan ∠ merupakan sudut-sudut keliling yang menghadap diameter . Dengan demikian, besar ∠ dan besar ∠ adalah 90°.

   Perhatikan Δ . leh karena jumlah sudut-sudut pada sebuah segitiga adalah 180° maka

   ∠ + ∠ + ∠ = 180°

   90° + 50° + ∠ = 180°

   ∠ = 180° – (90° + 50°)

   = 180° – 140°

   = 40°

   Jadi, x = 40°.

   Perhatikan Δ . leh karena jumlah sudut-sudut pada sebuah segitiga adalah 180° maka

   ∠ + ∠ + ∠ = 180°

   90° + 60° + ∠ = 180°

   ∠ = 180° – (90° + 60°)

   = 180° – 150°

   = 30°

   Jadi, y = 30°.

   Dengan demikian, $x + y$ = 40° + 30° = 70°.

2. ∠ merupakan sudut keliling yang menghadap busur . Dengan demikian,

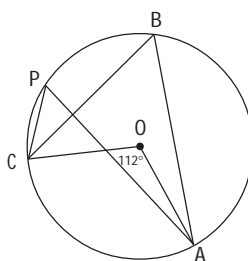
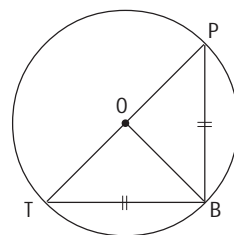
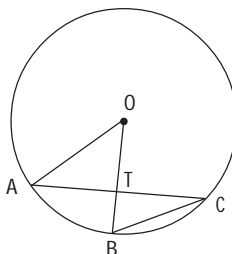
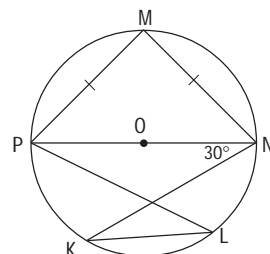
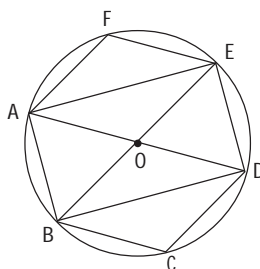
$\angle \quad = \frac{1}{2} \times \angle$

$= \frac{1}{2} \times 110°$

$= 55°$

Jadi, ∠ adalah 55°. leh karena ∠ juga merupakan sudut keliling yang menghadap busur maka ∠ = ∠ = 55°.

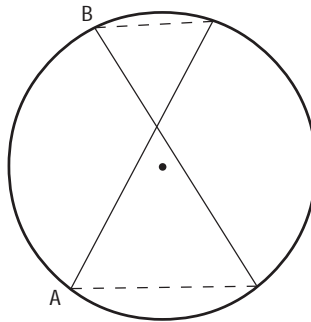
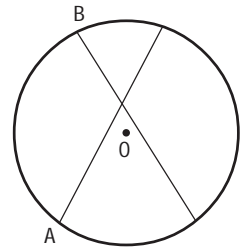
Latihan 6.5

1. Besar ∠ pada gambar berikut adalah 112°. Kemudian, hitunglah
   a. ∠ P
   b. ∠

2. Perhatikan gambar di samping. Kemudian, hitunglah
   a. ∠ P
   b. ∠ P
   c. ∠ P

3. Pada gambar di samping tegak lurus . Jika ∠ = 50°, tentukan besar ∠ .

4. Perhatikan gambar lingkaran di samping.
   a. Tentukan besar ∠P , ∠ P , dan ∠P .
   b. Apakah busur P merupakan setengah lingkaran? Berikan alasanmu

5. Sebuah segi enam beraturan terletak di dalam lingkaran, tentukan besar
   a. ∠
   b. ∠ ,
   c. ∠F
   d. ∠
   e. ∠

5. Sudut Antara ua Tali Busur

Secara umum, terdapat dua kedudukan untuk sudut di antara dua tali busur yang berpotongan, yaitu sudut di dalam lingkaran dan sudut di luar lingkaran.

a. ua a i usu yang ngan i a a ing a an

Perhatikan gambar di samping. Dari perpotongan dua tali busur tersebut, terdapat beberapa sudut di dalam lingkaran yang merupakan sudut hasil perpotongan kedua tali busur. Sudut-sudut tersebut antara lain ∠ , ∠ , ∠ , dan ∠ . Adakah hubungan di antara sudut-sudut tersebut? ari kita lihat.

Perhatikan Δ .

Kamu telah mengetahui bahwa pada Δ berlaku hubungan sudut, yaitu ∠ + ∠ + ∠ = 180°. Sehingga, ∠ + ∠ = 180° – ∠ . leh karena ∠ dan ∠ adalah sudut-sudut yang saling berpelurus maka ∠ + ∠ = 180°. Sehingga, ∠ = 180° – ∠ .

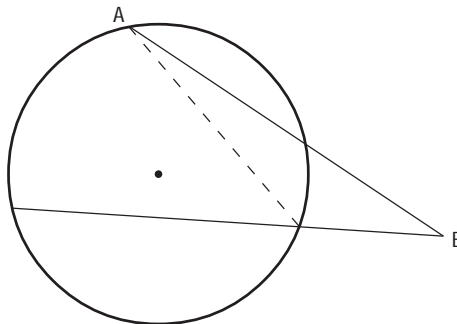
Jadi, kamu peroleh ∠ + ∠ = ∠ . Sekarang, coba kamu cari hubungan yang serupa pada sudut-sudut yang lain kemudian tariklah kesimpulan mengenai dua tali busur yang berpotongan di dalam lingkaran.

b. ua a i usu yang ngan i ua ing a an

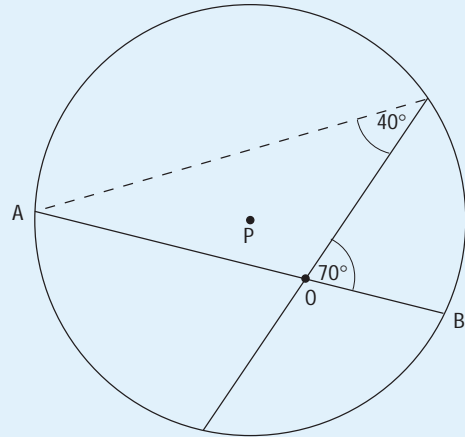
Perhatikan gambar berikut.

Pada Δ berlaku hubungan

∠ + ∠ + ∠ = 180°

⇔ ∠ + ∠ = 180° – ∠ .

leh karena ∠ dan ∠ adalah dua sudut yang berpelurus maka ∠ + ∠ = 180° ⇔ ∠ = 180° – ∠ . Sehingga ∠ + ∠ = ∠ . Dengan kata lain, ∠ = ∠ – ∠ .

Contoh Soal 6.7

ambar di samping adalah gambar sebuah lingkaran dengan pusat *P*. Tentukanlah ∠ jika diketahui ∠ = 40° dan ∠ = 70°.

Penyelesaian

Hubungan yang terdapat pada lingkaran tersebut adalah

∠ + ∠ + ∠ = 180°.

leh karena ∠ = 70° maka ∠ = 180° – ∠ = 180° – 70° = 110° sehingga,

∠ + ∠ + ∠ = 180°

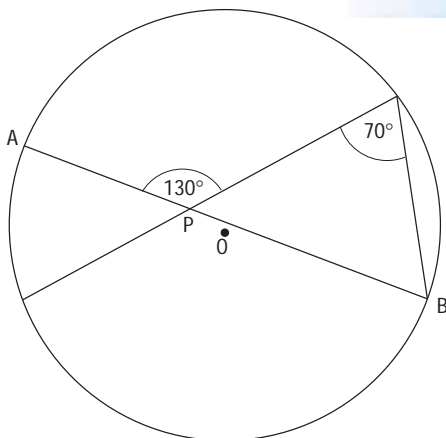
⇔ 40° + ∠ + 110° = 180°

⇔ ∠ + 150° = 180°

⇔ ∠ = 180° – 150°

⇔ ∠ = 30°

Dengan demikian, ∠ = ∠ = 30°

Latihan 6.6

1. ambar di samping memperlihatkan sebuah lingkaran yang berpusat di . Tentukan besar ∠*P* .

A

130°

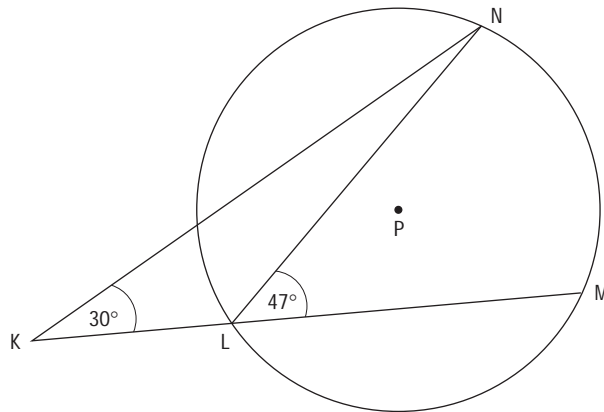
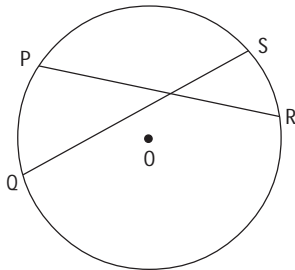
70°

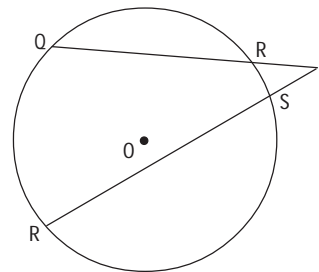
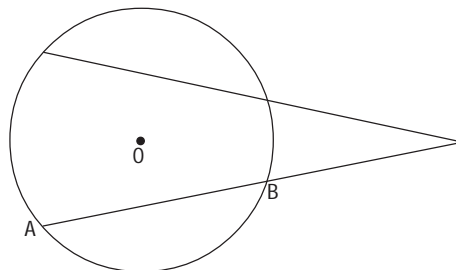
P

O

B

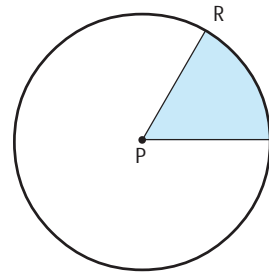
2. Perhatikan gambar berikut. Kemudian, tentukanlah besar $\angle$.

3.

Perhatikan gambar di samping. Diketahui $\angle P \quad S$ = 106° dan $\angle$ = 174°. Berapakah besar $\angle$?

4. Titik-titik *P* dan *S* terletak pada lingkaran yang berpusat di . Diketahui $\angle P$ = 120°, $\angle$ = 60°, dan $\angle \quad S$ = 40°. Tentukan besar $\angle \quad S$.

5. Perhatikan gambar berikut.

Diketahui keliling lingkaran adalah 90 cm, panjang busur = 20 cm, dan panjang busur = 10 cm. Berapakah besar $\angle$?

6. Hubungan Antara Sudut Pusat, Luas uring, dan Panjang Busur di antara ua uring

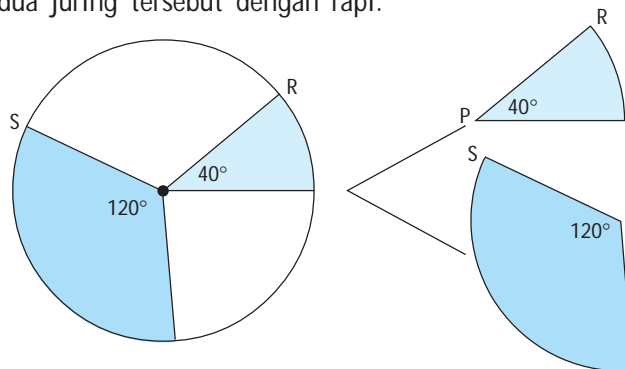
Pada bahasan sebelumnya, kamu telah mengenal unsur-unsur lingkaran, seperti sudut pusat, juring, dan panjang busur. Perhatikan lingkaran di samping.

Pada lingkaran tersebut, titik *P* merupakan pusat lingkaran. ∠ *P* adalah sudut pusat, daerah *P* yang diarsir merupakan juring, dan garis lengkung merupakan busur lingkaran. Adakah hubungan di antara sudut pusat, luas juring, dan panjang busur di antara dua juring? Lakukan kegiatan berikut untuk mengetahuinya.

Eksplorasi 6.3

Tujuan:

Menemukan hubungan antara sudut pusat, luas juring, dan panjang busur pada lingkaran.

Kegiatan:

1. Buatlah sebuah lingkaran pada selembar karton dengan jari-jari sesuai keinginanmu.
2. Pada lingkaran tersebut, buatlah dua juring dengan sudut pusat 40° dan 120°. Kemudian, guntinglah kedua juring tersebut dengan rapi.

3. Gunakan juring *RP* untuk mengukur juring *PS*.
4. Lengkapi perbandingan-perbandingan berikut pada buku latihanmu.

a. $$\frac{\text{sudut pusat } PS}{\text{sudut pusat } RP} = \frac{120^\circ}{40^\circ} = \frac{\dots}{\dots}$$

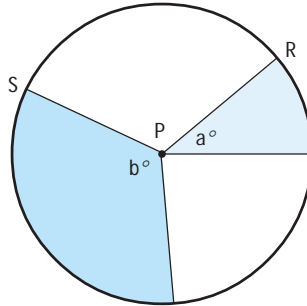
b. $$\frac{\text{panjang busur } S}{\text{panjang busur } R} = \frac{\dots}{\dots}$$

c. $$\frac{\text{luas juring } PS}{\text{luas juring } RP} = \frac{\dots}{\dots}$$

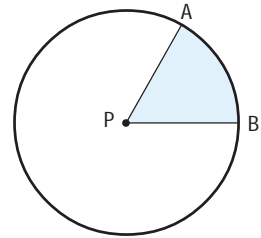
Pertanyaan:

pakah yang dapat kamu katakan mengenai hubungan antara sudut pusat, panjang busur, dan luas juring pada suatu lingkaran

Setelah kamu melakukan kegiatan tersebut, kamu akan menemukan bahwa

$$\frac{\text{panjang busur} \quad S}{\text{panjang busur}} = \frac{\text{luas juring} \quad PS}{\text{luas juring} \quad P} = \frac{\text{sudut pusat} \quad PS}{\text{sudut pusat} \quad P} = \frac{b}{a}$$

Selanjutnya, apabila sebuah juring kamu bandingkan dengan satu lingkaran penuh maka akan diperoleh perbandingan antara luas juring dan luas lingkaran serta perbandingan antara panjang busur dan keliling lingkaran. Perhatikan gambar di samping kanan.

ambar tersebut menunjukkan sebuah juring yang terdapat pada sebuah lingkaran. Kamu telah mengetahui bahwa

$$\frac{\text{panjang busur}}{\text{keliling lingkaran}} = \frac{\text{luas juring} \quad P}{\text{luas lingkaran}} = \frac{\angle \quad P}{360^\circ}$$

Berdasarkan perbandingan tersebut, kamu akan memperoleh hal-hal berikut.

- $$\frac{\text{luas juring} \quad P}{\text{luas lingkaran}} = \frac{\angle \quad P}{360^\circ}$$

  $$\text{Luas juring} \quad P = \frac{\angle \quad P}{360^\circ} \times \text{luas lingkaran}$$

  $$= \frac{\angle \quad P}{360^\circ} \times \pi r^2$$

  dengan r adalah jari-jari lingkaran.

- $$\frac{\text{panjang busur}}{\text{keliling lingkaran}} = \frac{\angle \quad P}{360^\circ}$$

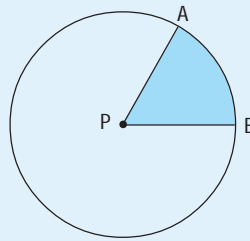
  $$\text{Panjang busur} = \frac{\angle \quad P}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran}$$

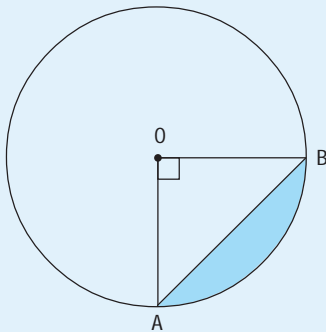
  $$= \frac{\angle \quad P}{360^\circ} \times 2\pi r$$

  dengan r adalah jari-jari lingkaran.

Jika r adalah jari-jari lingkaran maka

1. Luas juring $APB = \frac{\angle APB}{360^\circ} \times \pi r^2$

2. Panjang busur $AB = \frac{\angle APB}{360^\circ} \times 2 \pi r$

Contoh Soal 6.8

Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar tersebut, jari-jari lingkaran adalah 6 cm. Hitunglah

a. panjang busur

b. luas juring

c. luas daerah yang diraster (tembereng).

Penyelesaian

a. Panjang busur

$$= \frac{\angle}{360^\circ} \times 2 \pi r$$

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 2 \times 3{,}14 \times 6$$

$$= \frac{1}{4} \times 37{,}68$$

$$= 9{,}42$$

Jadi, panjang busur adalah 9,42 cm.

b. Luas juring

$$= \frac{\angle}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 3{,}14 \times 6^2$$

$$= \frac{1}{4} \times 3{,}14 \times 36$$

$$= 28{,}26$$

Jadi, luas juring adalah 28,26 cm^2.

c. Luas daerah yang diraster dapat kamu cari dengan cara berikut.

$$_{\text{tembereng}} = {}_{\text{juring}} - {}_{\Delta}$$

$$= {}_{\text{juring}} - \left(\frac{1}{2} \times \quad \times \quad \right)$$

$$= {}_{\text{juring}} - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right)$$

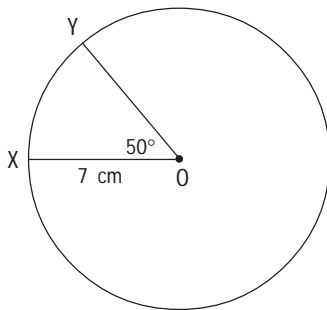
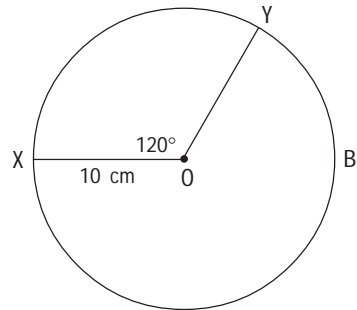
$$= 28{,}26 - 18$$

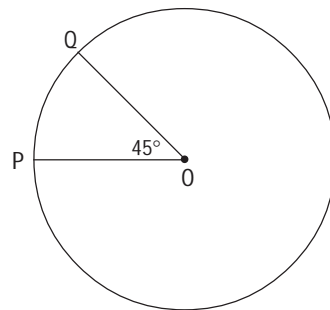
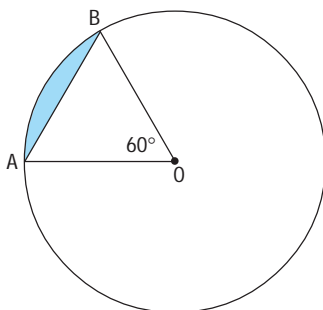
$$= 10{,}26$$

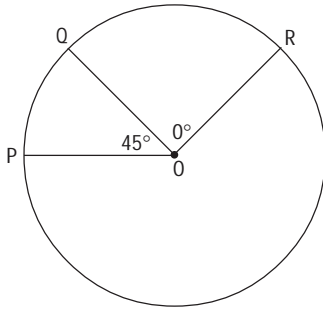
Jadi, luas daerah yang diraster adalah 10,26 cm^2.

Latihan 6.7

1. Tentukan panjang busur pada gambar di bawah ini.

   a.

   b.

2. Diketahui sebuah lingkaran dengan pusat *P*. Titik , , , dan *S* terletak pada lingkaran. Besar ∠ *P* = 40°, besar ∠ *PS* = 100°, dan panjang busur *S* adalah 40 cm. Hitunglah panjang busur .

3. Perhatikan gambar di samping. Panjang busur *P* = 11 cm, tentukan panjang *P* .

4. Perhatikan gambar berikut.

Jika panjang = 7 cm, hitunglah
a. panjang busur ,
b. luas juring , dan
c. luas tembereng .

5. Perhatikan gambar berikut.

Jika luas juring P = 77 cm^2, tentukan
a. jari-jari lingkaran (r),
b. panjang busur P ,
c. panjang busur , dan
d. luas juring .

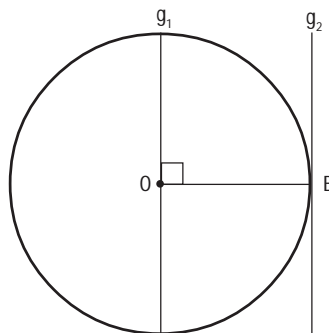
C. Garis Singgung Lingkaran

Pada kehidupan sehari-hari, kamu sering menjumpai benda-benda berbentuk lingkaran yang bersinggungan dengan benda lainnya. Contoh benda-benda berbentuk lingkaran yang bersinggungan dengan benda lain antara lain katrol yang terdapat pada sumur untuk mengambil air dan rantai sepeda yang mengitari gir. Apakah pengertian garis singgung lingkaran?

Sumber: www.fortress.uccb.ns.ca

Gambar 6.4
Tali bersinggungan dengan katrol.

1. Mengenal Garis Singgung Lingkaran

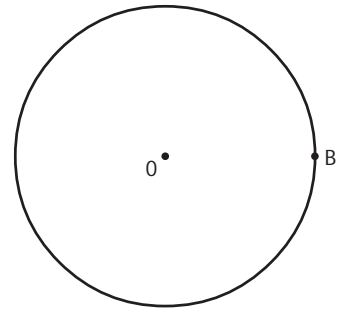
Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar tersebut, garis merupakan jari-jari lingkaran. aris $_1$ tegak lurus . Apabila garis $_1$ digeser ke kanan dan selalu tegak lurus maka akan didapat posisi garis $_2$ yang memotong lingkaran hanya di satu titik, yaitu titik . aris $_2$ dinamakan *aris sin un* lingkaran dan titik dinamakan *titik sin un* .

Garis singgung lingkaran adalah suatu garis yang memotong lingkaran hanya pada satu titik dan tegak lurus dengan jari-jari lingkaran di titik tersebut.

2. Melukis Garis Singgung Lingkaran

a. u is a is inggung ing a an yang a ui i i inggungnya

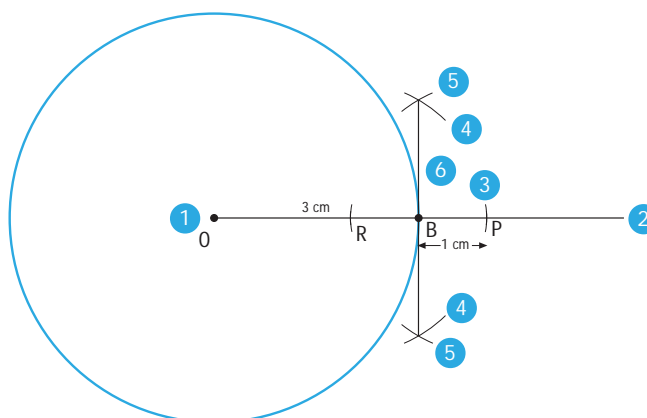
Perhatikan gambar di samping.

ambar tersebut menunjukkan sebuah lingkaran dengan pusat . Titik terletak pada lingkaran. Bagaimanakah cara untuk melukis sebuah garis singgung yang melalui titik ?

Eksplorasi 6.4

Tujuan:

Melukis garis singgung yang melalui sebuah titik pada lingkaran.

Kegiatan:

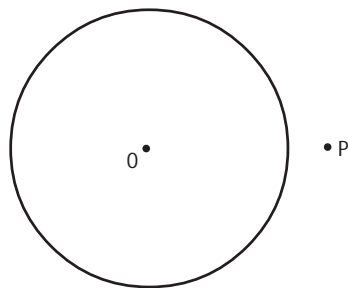
1. Lukislah lingkaran dengan jari-jari tertentu. amakanlah pusat lingkaran tersebut *O*.
2. Pilihlah satu titik pada lingkaran, misalnya titik *B*. Kemudian, hubungkanlah titik *O* dan titik *B* dan perpanjanglah garis tersebut.
3. Lukislah sebuah busur lingkaran dengan pusat B dan jari-jari kurang dari panjang *OB* yang memotong *OB* di titik *P* dan *R* dengan menggunakan jangka.
4. Lukislah sebuah busur lingkaran dengan pusat *R* dan berjari-jari lebih besar daripada $\frac{1}{2}PR$.
5. Lukis pula sebuah busur lingkaran dengan pusat *P* sehingga memotong busur lingkaran pada Langkah (4). ari-jari busur lingkaran ini harus sama dengan jari-jari busur lingkaran pada Langkah (4) sebelumnya. amakanlah kedua titik potong tersebut dan .
6. Hubungkanlah titik dengan titik .

Pertanyaan:

1. uas garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran yang melalui titik *B*
2. da berapa garis singgung yang dapat kamu buat

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu menemukan bahwa melalui sebuah titik pada lingkaran, kamu hanya dapat melukis *tepat satu* garis singgung.

b. u is a is inggung ing a an yang a ui i i i ua ing a an

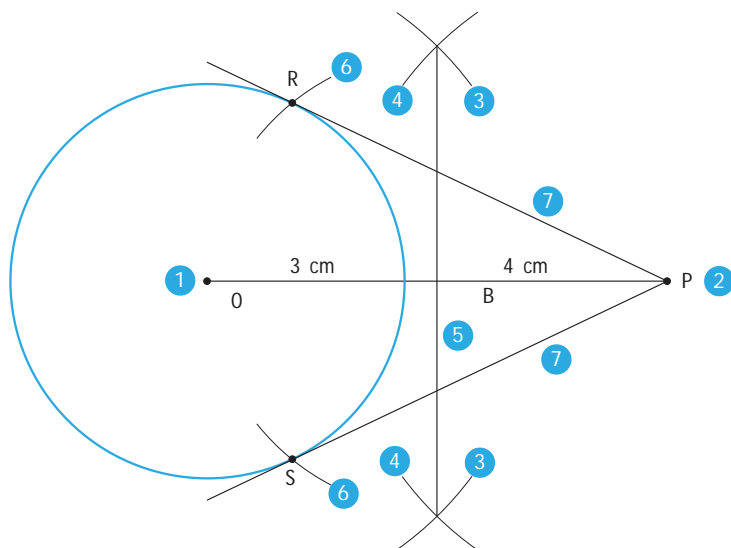
Perhatikan gambar di samping.

ambar tersebut menunjukkan sebuah lingkaran dengan pusat . Titik *P* terletak di luar lingkaran. Bagaimanakah cara untuk melukis garis singgung yang melalui titik *P*?

Eksplorasi 6.5

Tujuan:

Melukis garis singgung yang melalui titik di luar lingkaran.

Kegiatan:

1. Lukislah sebuah lingkaran dengan pusat *O*. Kemudian, tentukan letak titik *P* yang berada di luar lingkaran.
2. Hubungkan titik *O* dengan titik *P*.
3. Lukislah busur lingkaran dengan pusat *O* dan berjari-jari lebih besar daripada $\frac{1}{2}$ *OP*.
4. Lukis pula sebuah busur lingkaran lain berpusat di *P* sehingga memotong busur pada Langkah (3) di titik dan titik . ari-jari busur ini harus sama dengan jari-jari busur pada Langkah (3).
5. Hubungkan titik dengan titik sehingga memotong garis *OP* di *B*.
6. Lukislah busur lingkaran dengan pusat *B* dan jari-jari *OB* sehingga memotong lingkaran *O* di titik *R* dan titik *S*.
7. Hubungkan titik *P* dengan titik *R*. Kemudian, hubungkan pula titik *P* dengan titik *S*.

Pertanyaan:

1. uas garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran O
2. da berapa garis singgung yang dapat kamu lukis

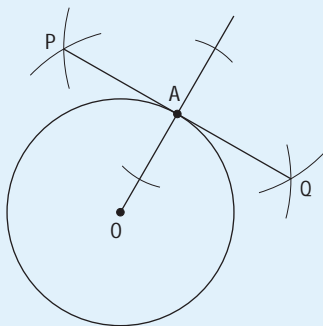
Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu menemukan bahwa melalui sebuah titik di luar lingkaran, kamu dapat melukis dua garis singgung.

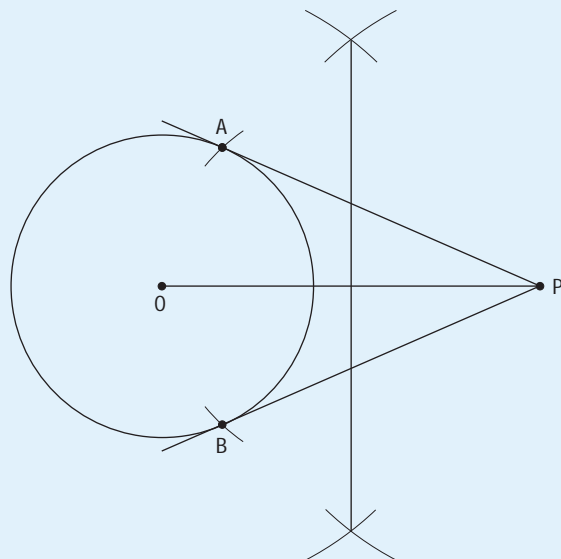
Contoh Soal 6.9

1. Lukislah semua garis singgung melalui titik yang terletak pada lingkaran dengan pusat seperti pada gambar di samping.

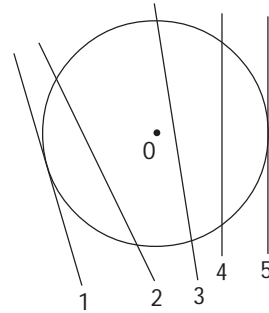
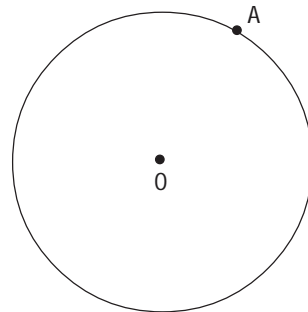
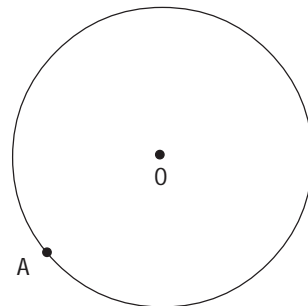
2. Lukislah semua garis singgung melalui titik P yang terletak di luar lingkaran dengan pusat seperti pada gambar di samping.

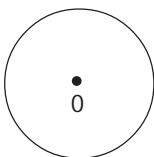
Penyelesaian

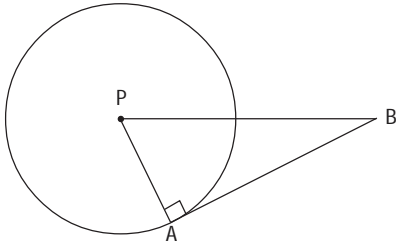
1.

PQ adalah garis singgung lingkaran di titik A.

2.

AP dan BP adalah garis singgung lingkaran di titik P.

Latihan 6.8

1. Perhatikan gambar lingkaran di samping. aris manakah yang merupakan garis singgung.

2. Lukislah semua garis singgung melalui titik seperti pada gambar di samping.

3. Lukislah semua garis singgung melalui titik seperti pada gambar di samping.

4. Lukislah semua garis singgung melalui titik seperti pada gambar di samping.

5. Lukislah semua garis singgung melalui titik seperti pada gambar berikut.

3. Panjang Garis Singgung Lingkaran

Perhatikan gambar berikut.

isalnya, adalah garis singgung lingkaran. Titik terletak pada lingkaran yang berjari-jari P, sedangkan titik terletak di luar lingkaran. leh karena merupakan garis singgung lingkaran maka tegak lurus P (jari-jari lingkaran). Dapatkah kamu menentukan panjang ?

Perhatikan Δ P. Segitiga P merupakan sebuah segitiga siku-siku. Kamu tentu masih ingat bahwa pada segitiga siku-siku akan berlaku Teorema Pythagoras. Dengan kata lain, pada Δ P berlaku $P\ ^2 = \ P^2 + \ ^2$.

Sehingga,

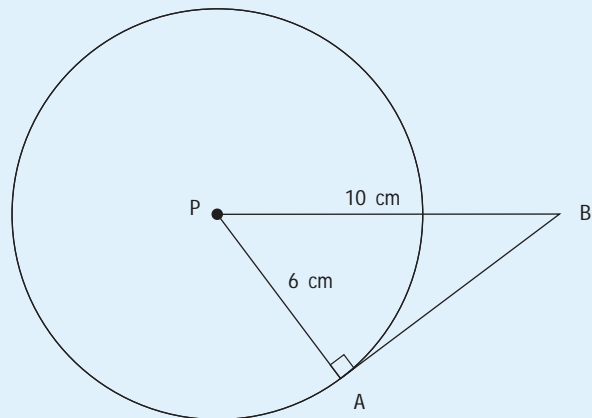
$$P\ ^2 = \ P^2 + \ ^2$$

$$\Leftrightarrow \quad ^2 = P\ ^2 - \ P^2$$

$$\Leftrightarrow \quad = \sqrt{P\ ^2 - \ P^2}$$

leh karena P adalah jari-jari lingkaran (r) maka $= \sqrt{P\ ^2 - r^2}$.

Contoh Soal 6.10

Pada gambar di samping, merupakan garis singgung sebuah lingkaran yang berpusat di P dengan jari-jari 6 cm. Hitunglah panjang jika diketahui panjang P 10 cm.

Penyelesaian

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, kamu peroleh hubungan berikut.

$$P\ ^2 = \ P^2 + \ ^2$$

$$^2 = P\ ^2 - \ P^2$$

$$= \sqrt{P\ ^2 - \ P^2}$$

$$= \sqrt{10^2 - 6^2}$$

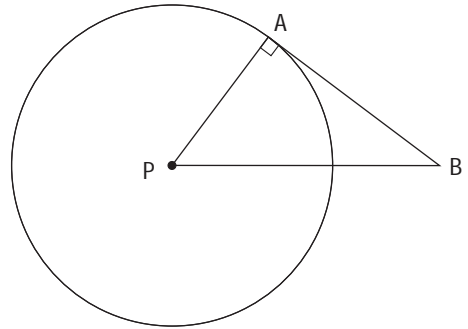
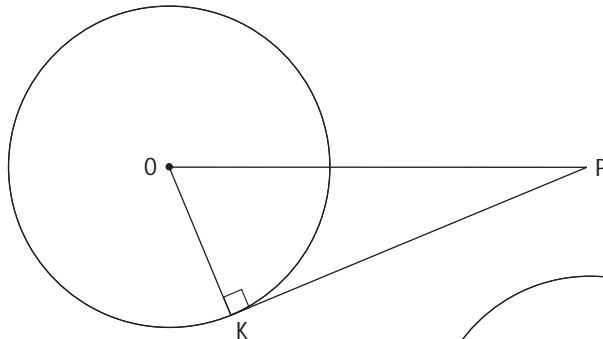
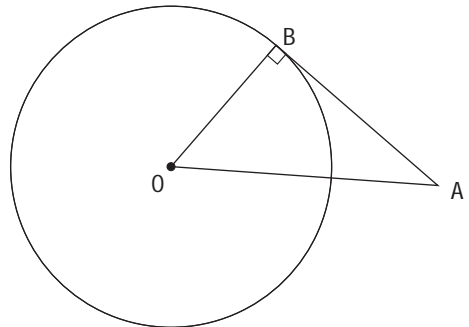
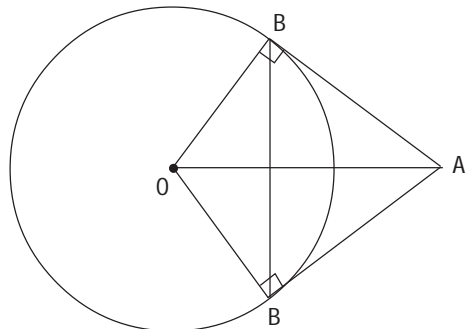
$$= \sqrt{100 - 36}$$

$$= \sqrt{64}$$

$$= 8$$

Jadi, panjang garis singgung adalah 8 cm.

Latihan 6.9

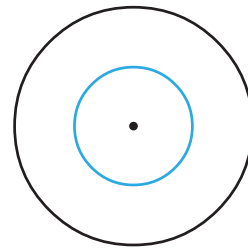
1. Pada gambar di samping, panjang jari-jari P adalah 9 cm. Adapun panjang P = 15 cm. Hitunglah panjang garis singgung .

2. Pada gambar berikut, panjang jari-jari adalah 10 cm dan panjang garis singgung P adalah 24 cm. Hitunglah panjang P.

3. Pada gambar di samping, diketahui panjang = 6 cm dan = 10 cm. Tentukan panjang .

4. Pada gambar di samping, diketahui panjang = 9 cm dan = 12 cm. Tentukan
   a. panjang ,
   b. panjang P , dan
   c. luas P

5. Sebuah lingkaran mempunyai panjang jari-jari 8 cm. di luar lingkaran terdapat sebuah titik yang berjarak 17 cm dari pusat lingkaran. Tentukan jarak titik tersebut ke titik singgung lingkarannya.

4. Kedudukan ua Lingkaran

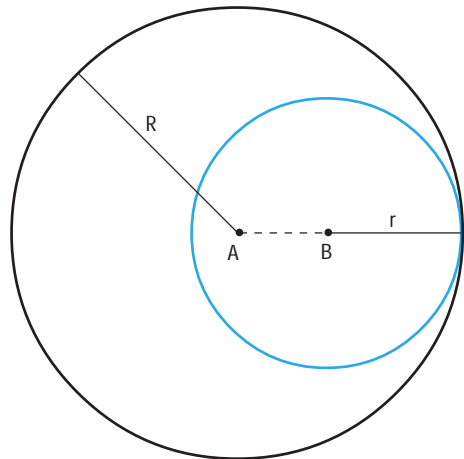
Jika kamu diberikan dua lingkaran maka kamu dapat meletakkan kedua lingkaran tersebut dalam lima posisi berikut.

Lingkaran sepusat

a. usa

Dua lingkaran dikatakan *sepusat* apabila titik pusat kedua lingkaran tersebut berimpit.

b. singgungan a a

Dua lingkaran dikatakan *bersin un an dalam* apabila kedua lingkaran tersebut dalam posisi seperti gambar di samping.

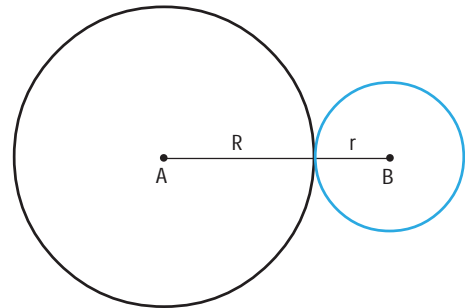
Jari-jari lingkaran adalah dan jari-jari lingkaran adalah r. Agar lingkaran dan lingkaran bersinggungan dalam maka harus berlaku hubungan jarak = – r, dengan r.

$AB = R - r$, dengan R r

c. singgungan ua

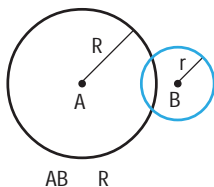
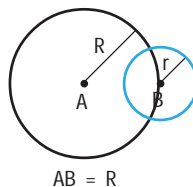
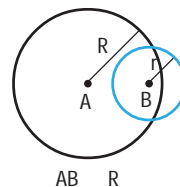
Dua lingkaran yang bersinggungan luar dapat kamu lihat pada gambar di samping

Agar lingkaran dan lingkaran bersinggungan luar maka harus berlaku hubungan jarak = + r.

$AB = R + r$

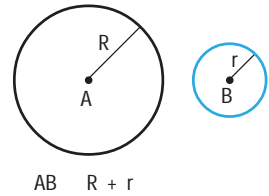
. ngan i ua i i

Posisi dua lingkaran yang berpotongan di dua titik dapat kamu lihat pada tiga gambar berikut.

AB R

$AB = R$

AB R

Dengan demikian, dua lingkaran akan berpotongan di dua titik apabila memenuhi – r + r dengan r.

. a ing as

Perhatikan gambar di samping. ambar tersebut menunjukkan dua lingkaran yang saling lepas. Kamu melihat bahwa agar dua lingkaran dapat saling lepas maka haruslah + r.

Contoh Soal 6.11

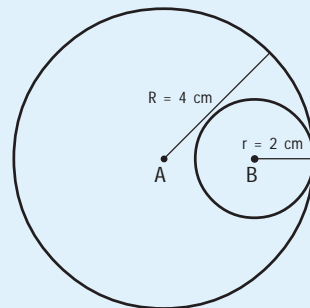
isalnya, terdapat dua lingkaran dengan jari-jari 4 cm dan 2 cm. Lukis dan tentukanlah jarak kedua pusat lingkaran apabila kedudukan kedua lingkaran tersebut adalah sebagai berikut.

a. Bersinggungan dalam
b. Bersinggungan luar

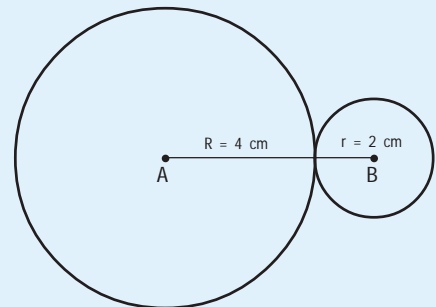
Penyelesaian

a. Apabila kedudukan kedua lingkaran tersebut bersinggungan dalam maka posisinya akan seperti gambar di samping.

$= \quad - r = 4 - 2 = 2.$

Jadi, jarak titik pusat kedua lingkaran tersebut adalah 2 cm.

b. Apabila kedudukan kedua lingkaran tersebut bersinggungan luar maka posisinya akan seperti gambar di samping.

$= \quad + r = 4 + 2 = 6.$

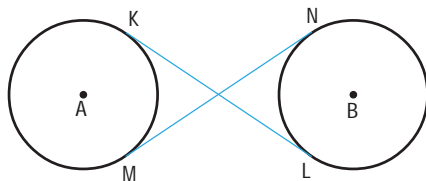
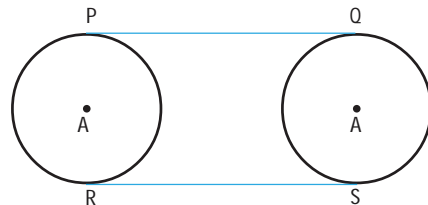
Jadi, jarak kedua titik pusat lingkaran tersebut adalah 6 cm.

Latihan 6.10

1. Diberikan lingkaran (= 4 cm) dan lingkaran (r = 3 cm). Lukislah kedudukan kedua lingkaran jika jarak = 0 cm. Bagaimanakah kedudukan kedua lingkaran tersebut?
2. Perhatikan kembali soal nomor 1. Lukislah kedudukan kedua lingkaran jika jarak = 3 cm. Bagaimanakah kedudukan kedua lingkaran tersebut?

3. Diberikan lingkaran (= 7 cm) dan lingkaran (r = 5 cm).
   a. Lukislah kedudukan lingkaran tersebut jika kedua lingkaran bersinggungan dalam. Berapakah jarak ?
   b. Lukislah kedudukan kedua lingkaran tersebut jika lingkaran bersinggungan luar. Berapakah jarak ?
4. Diberikan lingkaran (= 5 cm) dan lingkaran (r cm), dengan r.
   a. Jika kedua lingkaran bersinggungan dalam, berapakah panjang r? ambarkan kedudukan kedua lingkaran tersebut.
   b. Jika kedua lingkaran bersinggungan luar, berapakah panjang r? ambarkan kedudukan kedua lingkaran tersebut.
5. isalnya, diberikan dua lingkaran (= 3 cm) dan (r = 2 cm).
   a. Lukislah kedudukan kedua lingkaran tersebut apabila posisinya bersinggungan dalam. Kemudian, tentukan pula jarak kedua titik pusatnya.
   b. Lukislah kedudukan kedua lingkaran tersebut apabila posisinya bersinggungan luar. Kemudian, tentukan pula jarak kedua titik pusatnya.
   c. Lukislah kedudukan kedua lingkaran tersebut apabila posisinya berpotongan di dua titik dengan , = , dan .

---

5. Garis Singgung Persekutuan

Setelah kamu mengenal kedudukan-kedudukan dua lingkaran pada bahasan yang lalu, kali ini kamu akan mempelajari garis singgung persekutuan dua lingkaran. aris singgung persekutuan terdiri atas dua jenis, yaitu *aris sin un persekutuan dalam* dan *aris sin un persekutuan luar* .

Garis singgung persekutuan dalam.

Garis singgung persekutuan luar.

dan merupakan garis-garis singgung persekutuan dalam lingkaran. Adapun P dan S merupakan garis-garis singgung persekutuan luar lingkaran. Bagaimanakah cara untuk melukis dan menghitung panjang garis singgung persekutuan? Uraian berikut akan menjawabnya.

a. a is inggung s u uan a a

elukis aris Sin un Persekutuan alam

elukis garis singgung persekutuan tidak dapat dilakukan begitu saja, melainkan memerlukan langkah-langkah tertentu. Seperti apakah langkah-langkah melukis garis singgung persekutuan dalam?

Eksplorasi 6.6

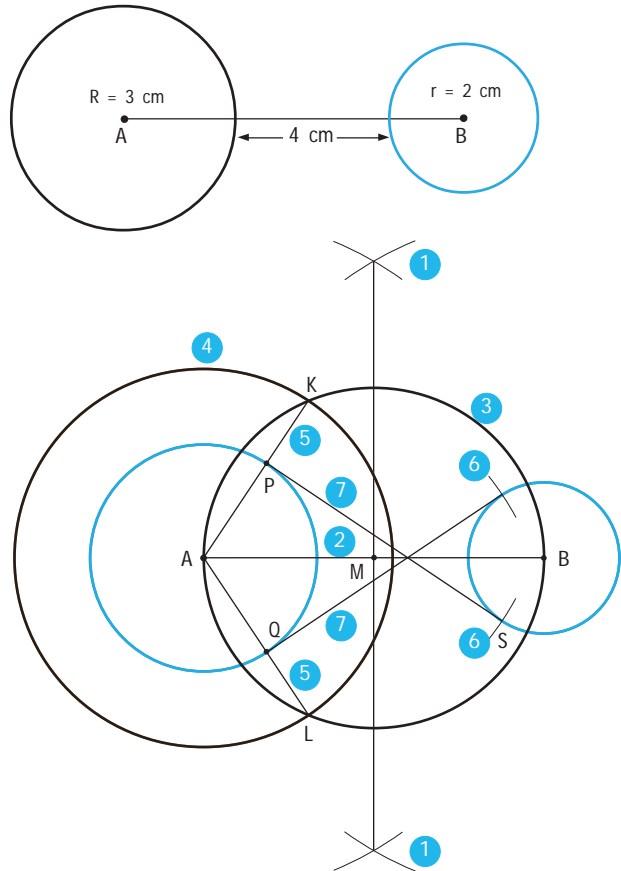
Tujuan:

Melukis garis singgung persekutuan dalam.

Kegiatan:

Misalnya, diberikan dua lingkaran seperti tampak pada gambar di samping.

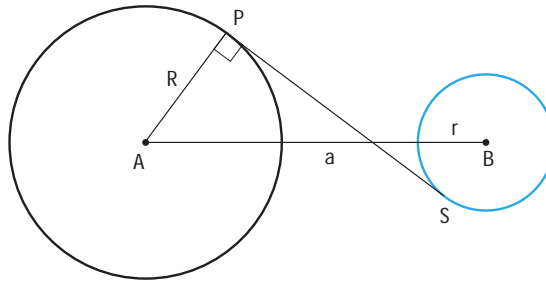
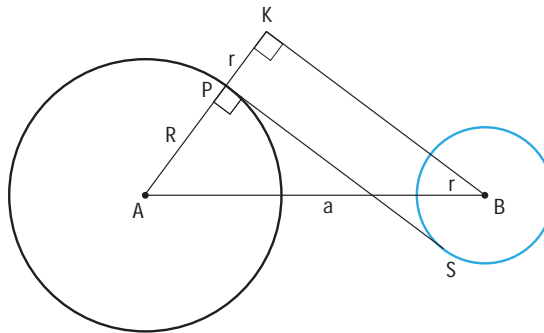
Langkah-langkah melukis garis singgung persekutuan dalam adalah sebagai berikut.

1. Lukislah busur lingkaran berpusat di *A* dengan jari-jari *AB*.
   Lukis pula busur lingkaran lain berpusat di *B* dengan jari-jari *AB* sehingga memotong busur yang pertama tadi. amakanlah titik potong kedua busur tersebut titik dan titik .
2. Hubungkanlah titik dan sehingga memotong *AB* di *M*.
3. Lukislah sebuah lingkaran dengan pusat *M* dan jari-jari *AM*.
4. Lukis pula sebuah busur lingkaran dengan pusat *A* dan jari-jari $R + r = 3 + 2 = 5$ cm. Lingkaran ini akan memotong lingkaran *M*. amakanlah titik potongnya *K* dan *L*.
5. Hubungkanlah titik *A* dengan titik *K* serta hubungkan pula titik *A* dengan titik *L*. Garis *AK* akan memotong lingkaran *A* di *P*. dapun garis *AL* akan memotong lingkaran *A* di *Q*.
6. Lukis sebuah busur lingkaran berpusat di *P* dengan jari-jari *KB* sehingga memotong lingkaran *B* di *S*. Kemudian, lukis pula sebuah busur lingkaran lain yang berpusat di *Q* dengan jari-jari *KB* sehingga memotong lingkaran *B* di .
7. Hubungkanlah titik *P* dengan titik *S* dan hubungkan pula titik *Q* dengan titik .

Pertanyaan:

1. Berhasilkah kamu melukis garis singgung persekutuan dalam pada lingkaran *A* dan lingkaran *B*
2. Garis manakah yang merupakan garis singgung persekutuan dalam

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu akan menemukan bahwa *PS* dan merupakan garis singgung persekutuan dalam dari lingkaran dan lingkaran .

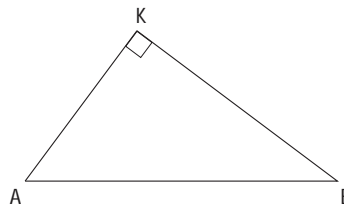
en hitun Panjan aris Sin un Persekutuan alam

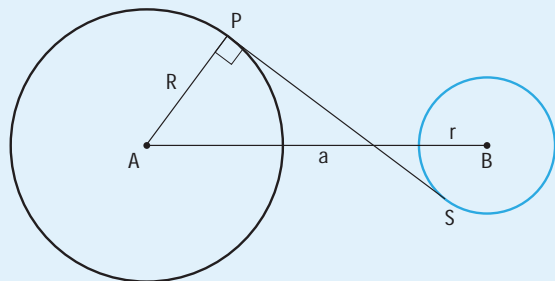
Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar tersebut, *PS* merupakan salah satu garis singgung persekutuan dalam dari lingkaran dan lingkaran . leh karena *PS* merupakan garis singgung maka *P* akan tegak lurus *PS*. Jarak adalah *a*. Berapakah panjang *PS*? Untuk menemukan panjang *PS*, cobalah kamu geser *PS* sejauh *r* sehingga diperoleh garis yang sama panjang dan sejajar dengan *PS*.

Perhatikan Δ . Segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku. Kamu dapat menentukan panjang dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

$$^2 + \ ^2 = \ ^2$$

$$^2 = \ ^2 - \ ^2$$

$$= \sqrt{\ ^2 - \ ^2}$$

$$= \sqrt{a^2 - (\ + r)^2}$$

leh karena panjang = panjang *PS* maka kamu peroleh kesimpulan berikut.

ika *a* adalah jarak *AB* dan *PS* adalah garis singgung persekutuan dalam lingkaran maka $PS = \sqrt{a^2 - (R + r)^2}$.

Contoh Soal 6.12

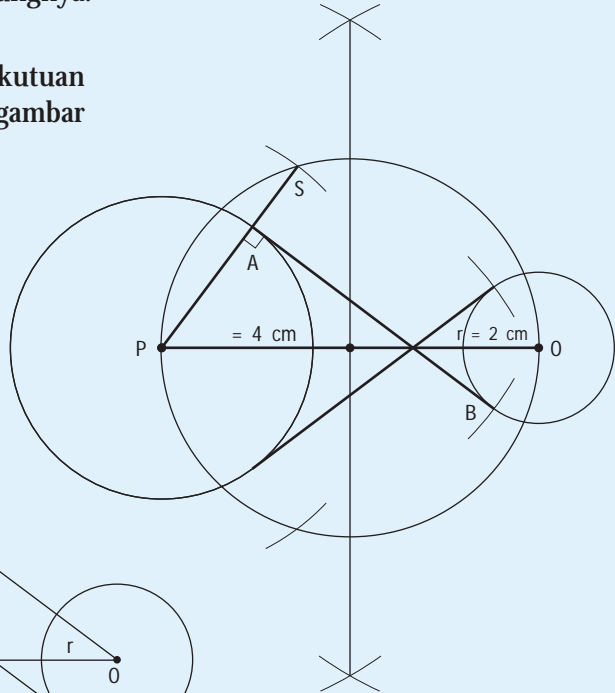
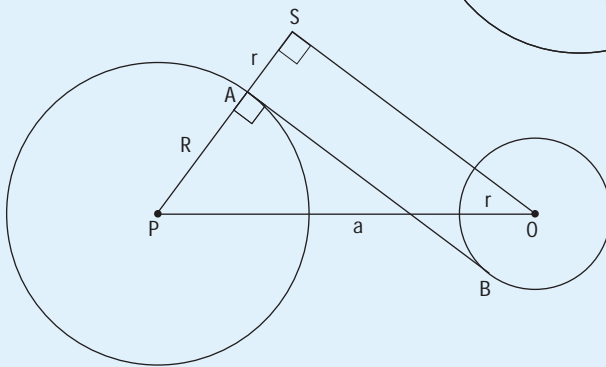
Diberikan dua lingkaran dengan pusat P (= 4 cm) dan (r = 2 cm). Jarak P adalah 10 cm.

a. Lukislah garis singgung persekutuan dalam lingkaran tersebut.

b. Hitunglah panjang garis singgungnya.

Penyelesaian

a. Lukisan garis singgung persekutuan dalam dapat kamu lihat pada gambar di samping.

b. Perhatikan gambar berikut.

Apabila kamu geser sejauh 2 cm maka akan diperoleh garis S .

$S\ ^2 = P\ ^2 - PS^2$

$S\ \ = \sqrt{P\ ^2 - PS^2}$

$= \sqrt{P\ ^2 - (\ + r)^2}$

$= \sqrt{10^2 - (4 + 2)^2}$

$= \sqrt{10^2 - 6^2}$

$= \sqrt{100 - 36}$

$= \sqrt{64}$

$= 8$

leh karena panjang S = panjang maka panjang garis singgung persekutuan dalamnya adalah 8 cm.

b. a is inggung s u uan ua

elukis aris Sin un Persekutuan uar

Selain garis singgung persekutuan dalam, kamu dapat pula melukis garis singgung persekutuan luar pada dua lingkaran. Berikut ini adalah langkah-langkah untuk melukis garis singgung persekutuan luar pada lingkaran.

Eksplorasi 6.7

Tujuan:

Melukis garis singgung persekutuan luar.

Kegiatan:

Misalnya, diberikan dua lingkaran seperti tampak pada gambar di samping.

Langkah-langkah melukis garis singgung persekutuan luar adalah sebagai berikut.

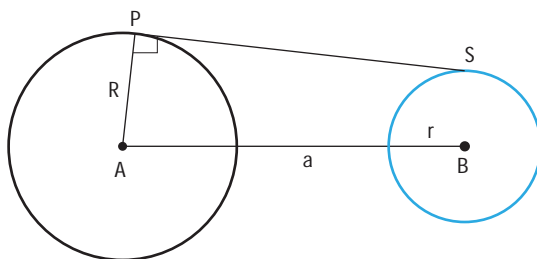
1. Lukislah busur lingkaran berpusat di *A* dengan jari-jari *AB*. Lukis pula busur lingkaran lain berpusat di *B* dengan jari-jari *AB* sehingga memotong busur yang pertama tadi. amakanlah titik potong kedua busur tersebut dan .
2. Hubungkanlah titik dan sehingga memotong *AB* di *M*.
3. Lukislah sebuah lingkaran dengan pusat *M* dan jari-jari *AM*.
4. Lukis pula sebuah busur lingkaran dengan pusat *A* dengan jari-jari $R - r = 3 - 2 = 1$ cm. Lingkaran ini akan memotong lingkaran *M*. amakanlah titik potongnya *K* dan *L*.
5. Hubungkanlah titik *A* dengan titik *K* serta hubungkan pula titik *A* dengan titik *L*. Garis *AK* akan memotong lingkaran *A* di *P*. dapun garis *AL* akan memotong lingkaran *A* di *Q*.
6. Lukis sebuah busur lingkaran berpusat di *P* dengan jari-jari *KB* sehingga memotong lingkaran *B* di *S*. Kemudian, lukis pula sebuah busur lingkaran lain yang berpusat di *Q* dengan jari-jari *KB* sehingga memotong lingkaran *B* di .
7. Hubungkanlah titik *P* dengan titik *S* dan hubungkan pula titik *Q* dengan titik .

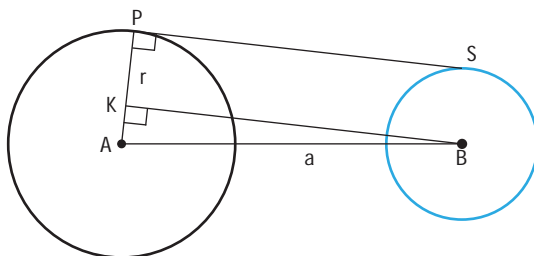
Pertanyaan:

1. Berhasilkah kamu melukis garis singgung persekutuan luar pada lingkaran *A* dan lingkaran *B*
2. Garis manakah yang merupakan garis singgung persekutuan luar

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu akan menemukan bahwa *PS* dan merupakan garis singgung persekutuan luar pada lingkaran dan lingkaran .

en hitun Panjan aris Sin un Persekutuan uar

Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar tersebut, *PS* merupakan salah satu garis singgung persekutuan luar dari lingkaran dan lingkaran . leh karena *PS* merupakan garis singgung maka *P* akan tegak lurus *PS*. Jarak adalah *a*. Berapakah panjang *PS*?

Untuk menemukan panjang *PS*, cobalah kamu geser *PS* sejauh *r* sehingga diperoleh garis yang sejajar dengan *PS*.

Perhatikan Δ . Segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku. Kamu dapat menentukan panjang dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

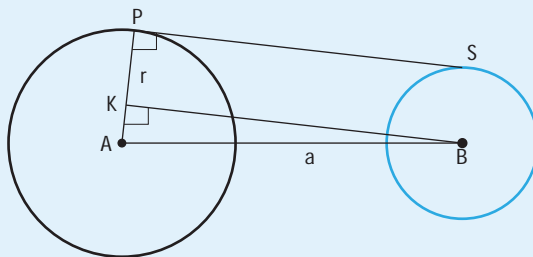
$$^2 + {}^2 = {}^2$$

$$^2 = {}^2 - {}^2$$

$$= \sqrt{{}^2 - {}^2}$$

$$= \sqrt{a^2 - (- r)^2}$$

leh karena panjang = panjang *PS* maka kamu peroleh kesimpulan berikut.

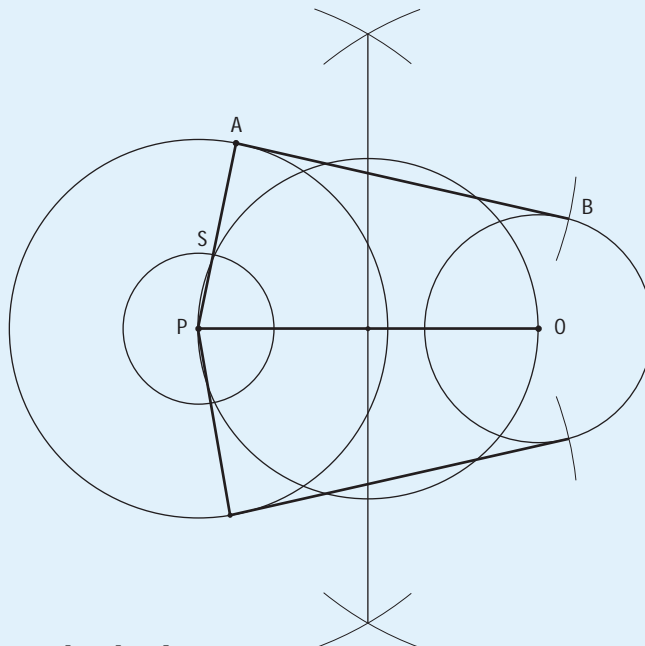
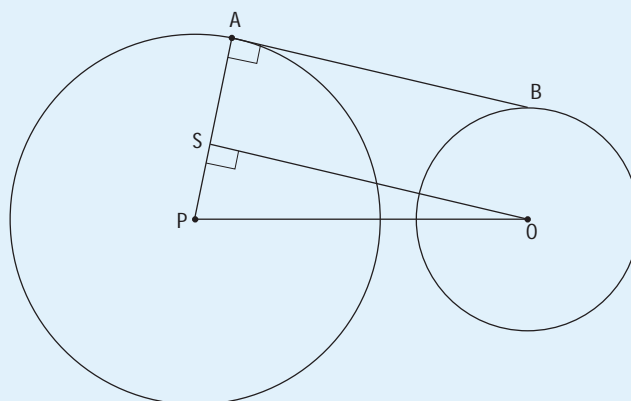
ika *a* adalah jarak *AB* dan *PS* adalah garis singgung persekutuan luar lingkaran maka $PS = \sqrt{a^2 - (R - r)^2}$, dengan R r.

Contoh Soal 6.13

Diberikan dua lingkaran dengan pusat P (= 5 cm) dan (r = 3 cm). Jarak P adalah 9 cm.

a. Lukislah garis singgung persekutuan luar lingkaran tersebut.

b. Hitunglah panjang garis singgungnya.

Penyelesaian

a. Lukisan garis singgung persekutuan luar dapat kamu lihat pada gambar berikut.

b. Perhatikan gambar berikut.

Apabila kamu geser sejauh 3 cm maka akan diperoleh garis S .

$$S\ ^2 = P\ ^2 - PS^2$$

$$S = \sqrt{P\ ^2 - PS^2}$$

$$= \sqrt{P\ ^2 - (\ \ - r)^2}$$

$$= \sqrt{9^2 - (5 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{9^2 - 2^2}$$

$$= \sqrt{81 - 4}$$

$$= \sqrt{77}$$

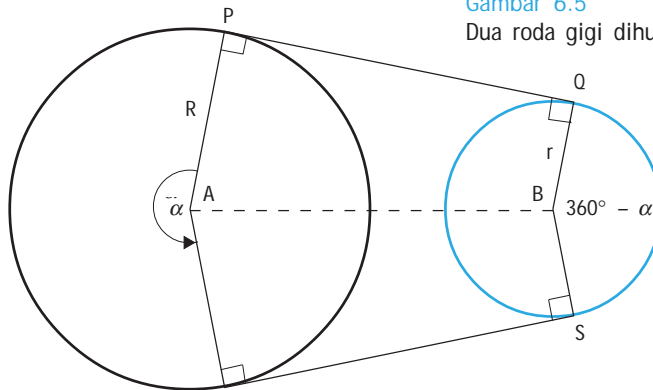
leh karena panjang S = panjang maka panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah $\sqrt{77}$ cm.

Latihan 6.11

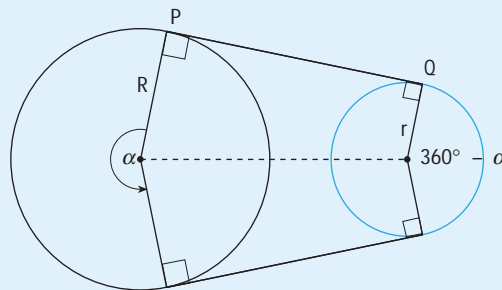
1. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 4 cm dan 8 cm. Adapun jarak antara kedua titik pusatnya adalah 13 cm.
   a. Lukislah garis singgung persekutuan dalam lingkaran tersebut.
   b. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalam lingkaran tersebut.
2. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 24 cm. Adapun jarak kedua titik pusatnya adalah 30 cm. Jika jari-jari salah satu lingkaran adalah 10 cm maka hitunglah jari-jari lingkaran yang lain.
3. Jari-jari dua lingkaran adalah 20 cm dan 4 cm. Hitunglah jarak kedua pusat lingkaran tersebut apabila panjang garis singgung persekutuan luarnya 26 cm.
4. isalnya, jari-jari dua lingkaran adalah 16 cm dan 7 cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut 24 cm.
   a. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut.
   b. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut.
5. isalnya, jari-jari dua lingkaran adalah 12 cm dan 5 cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut 20 cm.
   a. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut.
   b. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut.

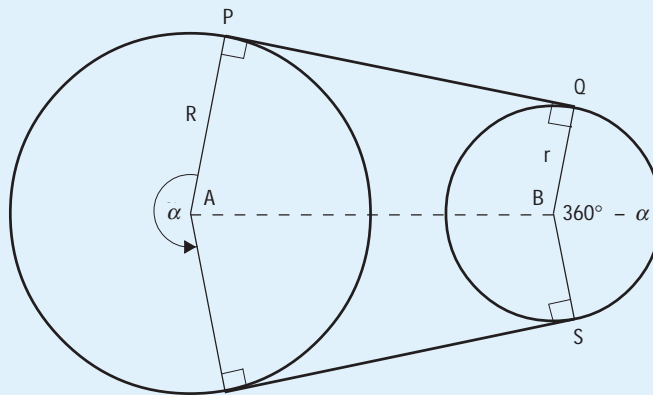
6. Panjang Sabuk Lilitan Minimal ua Lingkaran

Gambar 6.5
Dua roda gigi dihubungkan dengan sebuah rantai.

Perhatikan gambar di samping. ambar tersebut menunjukkan sebuah rantai yang dililitkan pada dua roda gigi. Terpikirkah olehmu cara menghitung panjang rantai minimal yang diperlukan untuk menggerakan roda gigi tersebut? Permasalahan itu dapat kamu ilustrasikan sebagai berikut.

Panjang lilitan minimal yang menghubungkan lingkaran dan lingkaran adalah panjang garis singgung P + panjang garis singgung S + panjang busur besar P + panjang busur kecil S. leh karena $P = S$ maka panjang lilitan minimal adalah $2P$ + panjang busur besar P + panjang busur kecil S. Busur besar P dapat kamu cari dengan menggunakan rumus $\overset{\frown}{P} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times$ keliling lingkaran $= \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi$. Adapun busur kecil S dapat kamu cari dengan menggunakan rumus $\overset{\frown}{S} = \frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ} \times$ keliling lingkaran $= \frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ} \times 2\pi r$.

Dengan demikian, jika adalah sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran maka panjang dapat kamu hitung dengan rumus berikut.

$$L = 2PQ + \left(\frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi R\right) + \left(\frac{360^\circ - \alpha}{360^\circ} \times 2\pi r\right).$$

Contoh Soal 6.14

Hitunglah panjang pita minimal yang diperlukan untuk menghubungkan dua lingkaran berikut jika diketahui   = 5 cm, r = 3 cm,   = 10 cm, dan α = 202°.

Penyelesaian

$$= 2P \quad + \left(\frac{\alpha}{360°} \times 2\pi \quad \right) + \left(\frac{360° - \alpha}{360°} \times 2\pi r\right).$$

P merupakan garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut. Dengan demikian,

$$P \quad = \sqrt{\quad^2 - (\quad - r)^2}$$

$$= \sqrt{10^2 - (5-3)^2}$$

$$= \sqrt{10^2 - 2^2}$$

$$= \sqrt{100 - 4}$$

$$= \sqrt{96}$$

$$= 9{,}8$$

$$= 2(9{,}8) + \left(\frac{202°}{360°} \times 2\pi(5)\right) + \left(\frac{360° - 202°}{360°} \times 2\pi(3)\right)$$

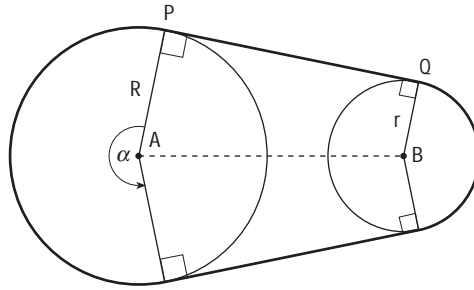
$$= 19{,}6 + \left(\frac{202°}{360°} \times 10(3{,}14)\right) + \left(\frac{158°}{360°} \times 6(3{,}14)\right)$$

$$= 19{,}6 + 17{,}6 + 8{,}3$$

$$= 45{,}5$$

Jadi, panjang pita minimal yang diperlukan adalah 45,5 cm.

Latihan 6.12

1. Dua lingkaran dihubungkan dengan tali seperti tampak pada gambar berikut.

Hitunglah panjang tali minimal yang diperlukan untuk menghubungkan kedua lingkaran tersebut apabila

a. = 6 cm, r = 2 cm, = 12 cm, dan α = 219°,

b. = 20 cm, r = 5 cm, = 30 cm, dan α = 240°, dan

c. = 15 cm, r = 8 cm, = 25 cm, dan α = 213°.

2. Dua lingkaran dihubungkan dengan tali seperti tampak pada gambar berikut.

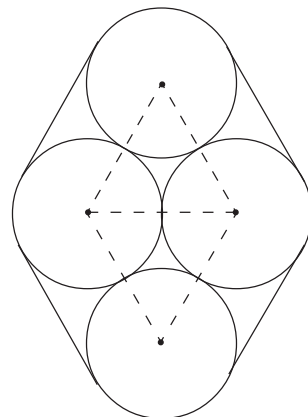
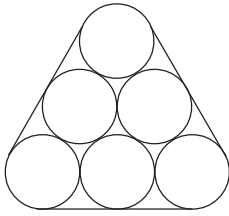
Hitunglah panjang tali minimal yang diperlukan untuk menghubungkan kedua lingkaran tersebut apabila

a. = 7 cm, r = 2 cm, = 12 cm, dan α = 210°,

b. = 10 cm, r = 2 cm, = 15 cm, dan α = 205°.

3.

Tentukan panjang tali minimal yang melilit tiga lingkaran di samping, jika jari-jari lingkarannya 14 cm.

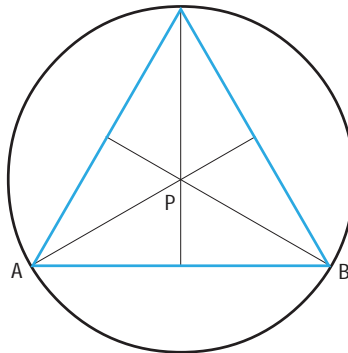
Diberikan empat lingkaran dengan jari-jari 5 cm. Berapa panjang tali minimal yang digunakan untuk melilit empat lingkaran tersebut.

5.

ambar berikut menunjukkan penampang enam tabung yang diikat. Jika setiap tabung berjari-jari 7 dm, maka tentukan panjang tali yang diperlukan untuk mengikat tabung tersebut.

. Lingkaran alam dan Lingkaran Luar Segitiga

Ketika di Kelas VII, kamu telah mempelajari beberapa jenis garis pada segitiga, yaitu garis berat, garis tinggi, dan garis bagi. Cobalah kamu pelajari kembali cara melukis garis berat, garis tinggi, dan garis bagi pada suatu segitiga karena materi tersebut akan kamu temukan kembali pada pembahasan berikut.

1. Lingkaran Luar Segitiga

a. u is ing a an ua gi iga

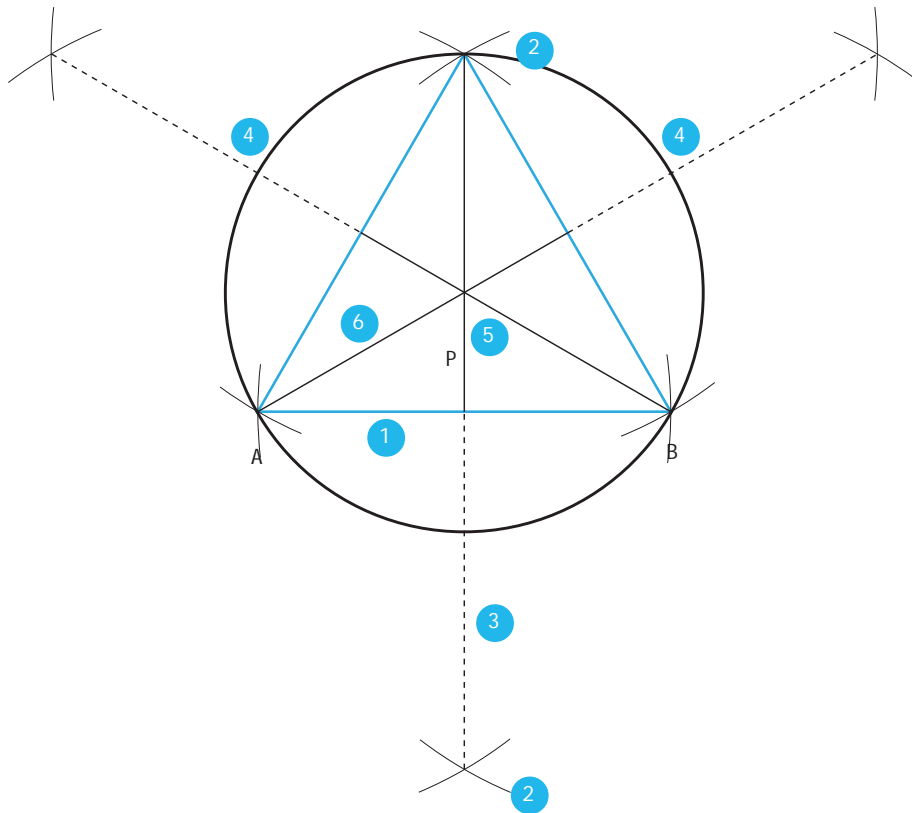
Perhatikan gambar berikut.

Titik *P* merupakan titik pusat lingkaran luar dari Δ . Bagaimanakah cara untuk melukis lingkaran luar Δ tersebut?

Eksplorasi 6.8

Tujuan:

Melukis lingkaran luar segitiga.

Kegiatan:

1. Lukislah sebuah segitiga samasisi dengan panjang 5 cm.
2. Perhatikan sisi *AB*. Buatlah sembarang busur lingkaran dengan pusat titik *A*. Kemudian, buat pula busur lingkaran dengan pusat titik *B* dan berjari-jari sama dengan busur sebelumnya. Kedua busur tersebut akan berpotongan di dua titik.

3. Hubungkanlah kedua titik potong busur-busur tersebut dengan sebuah garis.
4. Ulangi Langkah (2) dan Langkah (3) pada sisi B dan A .
5. Ketiga garis yang telah kamu buat pada Langkah (3) dan Langkah (4) akan berpotongan pada sebuah titik di dalam ΔAB . amakanlah titik potong tersebut P.
6. Titik P merupakan titik pusat lingkaran luar ΔAB . Pilihlah salah satu titik sudut ΔAB tersebut sebagai jari-jari lingkaran luar yang akan kamu lukis.

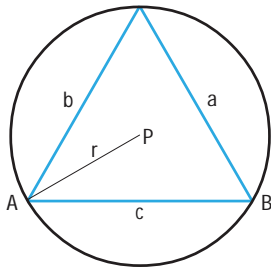
Pertanyaan:

1. Berhasilkah kamu melukis lingkaran luar ΔAB
2. dakah sebutan khusus untuk garis yang telah kamu lukis pada Langkah (3)

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu memahami bahwa garis sumbu segitiga diperlukan untuk menentukan titik pusat lingkaran luar segitiga tersebut.

Lingkaran luar suatu segitiga adalah lingkaran yang melalui ketiga titik sudut segitiga tersebut.

b. ng i ung a i a i ing a an ua gi iga

Perhatikan gambar berikut.

Jari-jari lingkaran luar suatu segitiga dapat kamu tentukan dengan rumus berikut.

$$r = \frac{abc}{4L}$$

dengan r = jari-jari lingkaran luar segitiga

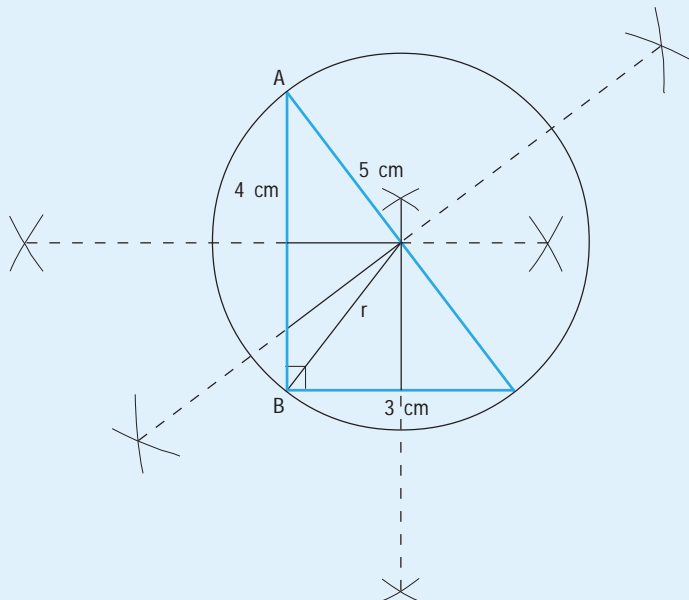
$$L = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

Contoh Soal 6.15

Lukislah sebuah lingkaran luar segitiga dengan panjang sisi 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Kemudian, hitunglah panjang jari-jari lingkaran luar segitiga tersebut.

Penyelesaian

Lukisan lingkaran luar segitiga dapat kamu lihat pada gambar berikut.

Jari-jari lingkaran luar segitiga tersebut adalah sebagai berikut.

$r = \frac{abc}{4}$, dengan r = jari-jari lingkaran luar segitiga

$$= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

sehingga,

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c) = \frac{1}{2}(3 + 4 + 5) = \frac{1}{2}(12) = 6.$$

$$= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$= \sqrt{6(6 - 3)(6 - 4)(6 - 5)}$$

$$= \sqrt{6(3)(2)(1)}$$

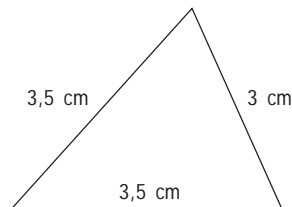
$$= \sqrt{36}$$

$$= 6$$

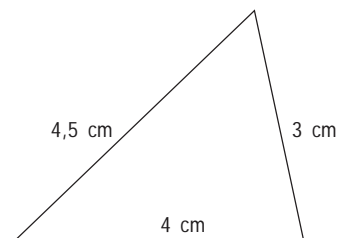
$$r = \frac{abc}{4} = \frac{3 \times 4 \times 5}{4 \times 6} = \frac{60}{24} = 2{,}5$$

Jadi, jari-jari lingkaran luar segitiga tersebut adalah 2,5 cm.

Latihan 6.13

1. Lukislah sebuah lingkaran luar segitiga, kemudian hitunglah panjang jari-jari lingkaran luar segitiga berikut.

   a.

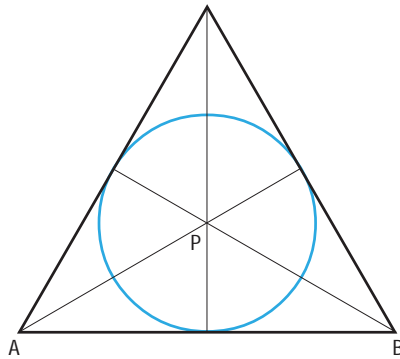
   b.

2. Lukislah sebuah lingkaran luar segitiga, kemudian hitunglah panjang jari-jari lingkaran luar segitiga di samping.

3. ambarlah lingkaran luar pada segitiga samasisi dengan panjang sisi 5 cm. Kemudian, hitunglah panjang jari-jarinya.
4. ambarlah lingkaran luar pada segitiga dengan panjang sisi 4 cm, 5 cm, dan 6 cm. Kemudian, hitunglah panjang jari-jarinya.
5. Diketahui segitiga dengan ∠ = 90°, = 7 cm, dan = 25 cm. Tentukan panjang jari-jari lingkaran luar segitiga tesebut.

---

2. Lingkaran alam Segitiga

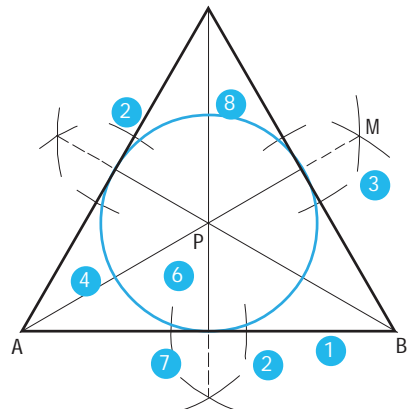
a. u is ing a an a a gi iga

Selain lingkaran luar segitiga, kamu pun dapat melukis sebuah lingkaran lain yang terletak di dalam sebuah segitiga. Contoh lingkaran dalam segitiga dapat kamu lihat pada gambar berikut. Bagaimanakah cara melukis lingkaran dalam segitiga?

Eksplorasi 6.9

Tujuan:

Melukis lingkaran dalam segitiga.

Kegiatan:

1. Lukislah sebuah segitiga samasisi dengan panjang 5 cm.
2. Perhatikan ∠ *AB*. Buatlah busur lingkaran dengan pusat titik *A*. Busur lingkaran tersebut harus memotong sisi *A* dan sisi *AB*. amakanlah untuk titik potong antara busur dan sisi *A* . amakan pula untuk titik potong antara busur dan sisi *AB*.
3. Buat kembali busur lingkaran dengan pusat titik . Buat pula busur lingkaran lain dengan pusat titik sehingga berpotongan dengan busur lingkaran dengan pusat titik tadi. amakanlah *M* untuk titik potong kedua busur tersebut.

4. Hubungkanlah A dan M dengan sebuah garis.
5. Ulangi kembali Langkah (3) dan Langkah (4) pada $\angle AB$ dan $\angle A\ B$.
6. Kamu akan memperoleh titik P sebagai titik potong ketiga garis yang telah kamu lukis melalui Langkah (4).
7. Titik P merupakan titik pusat lingkaran dalam ΔAB .

. Tariklah garis P sehingga P akan tegak lurus AB. Garis P merupakan jari-jari bagi lingkaran dalam ΔAB .

Pertanyaan:

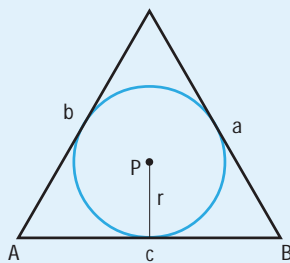
1. Berhasilkah kamu melukis lingkaran dalam ΔAB
2. dakah sebutan khusus untuk garis yang telah kamu lukis pada Langkah (2) dan Langkah (3)

Setelah melakukan kegiatan tersebut, kamu tentu memahami bahwa garis bagi segitiga diperlukan untuk menentukan titik pusat lingkaran dalam segitiga tersebut.

Lingkaran dalam suatu segitiga adalah lingkaran yang menyinggung ketiga sisi segitiga tersebut.

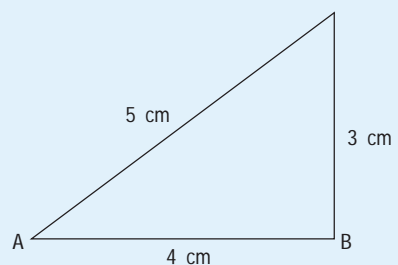
b. ng i ung a i a i ing a an a a gi iga

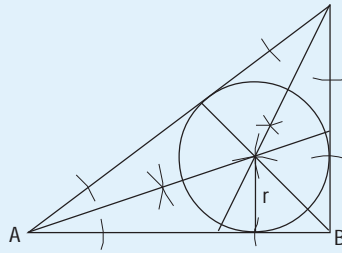
Sama seperti halnya lingkaran luar segitiga, untuk menghitung jari-jari lingkaran dalam segitiga kamu dapat menggunakan hubungan antara

$= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$ dan $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$, yaitu sebagai berikut.

$$r = \frac{L}{s}$$

dengan $L = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$ $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

Contoh Soal 6.16

Lukislah sebuah lingkaran dalam pada segitiga berikut. Kemudian, hitunglah panjang jari-jari lingkaran dalam segitiga tersebut.

Penyelesaian

Lukisan lingkaran dalam segitiga dapat kamu lihat pada gambar berikut.

Jari-jari lingkaran dalam segitiga tersebut adalah sebagai berikut.

$r = \frac{\quad}{s}$, dengan r = jari-jari lingkaran dalam segitiga

$\quad = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

sehingga,

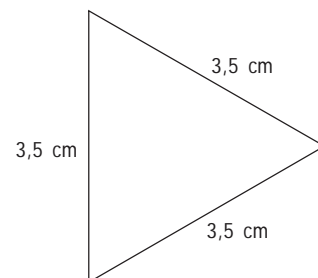
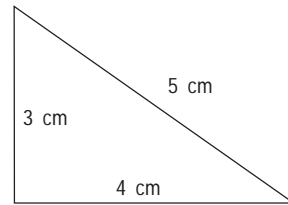
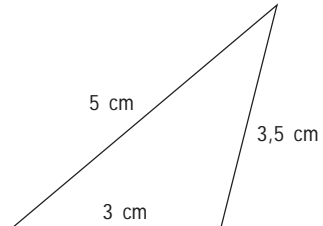
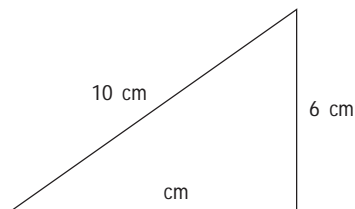
$$s = \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}(3+4+5) = \frac{1}{2}(12) = 6.$$

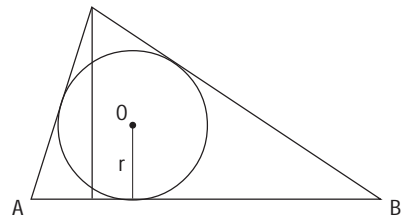
$$\begin{aligned} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)} \\ &= \sqrt{6(3)(2)(1)} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$r = \frac{\quad}{s} = \frac{6}{6} = 1$$

Jadi, jari-jari lingkaran dalam segitiga tersebut adalah 1 cm.

Latihan 6.14

1. Lukislah sebuah lingkaran dalam segitiga. Kemudian hitunglah panjang jari-jari lingkaran dalam segitiga di samping.

2. Lukislah sebuah lingkaran dalam segitiga. Kemudian hitunglah panjang jari-jari lingkaran dalam segitiga di samping.

3. Lukislah sebuah lingkaran dalam segitiga. Kemudian hitunglah panjang jari-jari lingkaran dalam segitiga di samping.

4. Lukislah sebuah lingkaran dalam pada segitiga berikut. Kemudian hitunglah panjang jari-jarinya.

5. Perhatikan gambar di samping. Diketahui titik adalah titik pusat lingkaran dalam Δ , = 6 cm, = 17 cm, = 28 cm, dan luas Δ = 210 cm². Berapakah panjang .

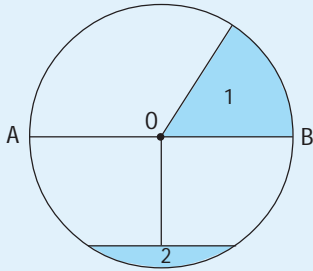
Info Matematika

Bilangan Pi

LINGKARAN, erat kaitannya dengan suatu bilangan yang dikenal dengan nama *Pi*. Menurut bangsa Mesir kuno, besarnya bilangan Pi sekitar $\left(\frac{4}{3}\right)^4$, yaitu 3,1605. Kemudian, pada sekitar 200 SM, Ar himedes mengemukakan bah a Pi adalah suatu bilangan yang terletak di antara $3\frac{10}{71}$ dan $3\frac{1}{7}$. Hal ini beliau kemukakan dalam bukunya *he Measurement of a ircle*. Buku ini merupakan sebuah buku yang mengaitkan antara lingkaran dan segi banyak.

Sumber: *www.history.mcs.st andrews.ac.uk*

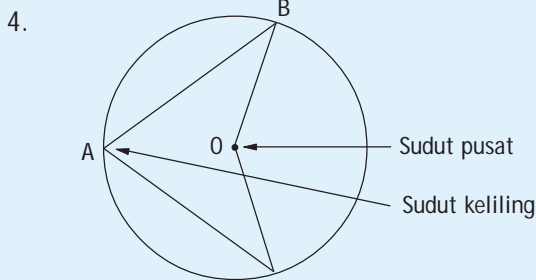
Sumber: *www.upload.wikipedia.org*

Rangkuman

1. Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap titik tertentu. Titik tertentu tersebut dinamakan pusat lingkaran.

Titik O disebut titik pusat lingkaran.
Garis AB merupakan diameter lingkaran.
Garis OA, OB, dan O merupakan jari-jari lingkaran.
Garis O disebut apotema.
Garis   merupakan tali busur.
Garis lengkung AB disebut busur AB.
Daerah arsiran 1 merupakan juring sedangkan daerah arsiran 2 merupakan tembereng.

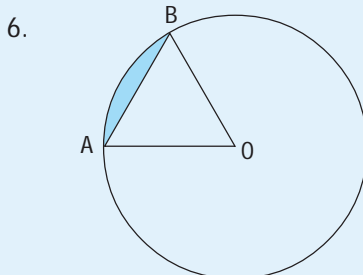
2. Keliling lingkaran $K = 2\pi r$ atau $K = \pi d$, dengan $d = 2r$, $\pi = 3{,}14$ atau $\pi \ \dfrac{22}{7}$.

3. Luas lingkaran, $L = \pi r^2$, dengan $\pi = 3{,}14$ atau $\dfrac{22}{7}$.

4.

Pada gambar di samping, $\angle BO$ merupakan sudut pusat lingkaran, sedangkan $\angle BA$ merupakan sudut keliling lingkaran.

$\angle BO$ $= 2 \times \angle BA$

5. Besar sudut keliling lingkaran yang menghadap diameter lingkaran adalah 0°. dapun sudut-sudut keliling lingkaran yang menghadap busur yang sama adalah sama besar.

6.

Panjang busur $AB = \dfrac{\angle AOB}{360^\circ} \times$ keliling lingkaran.

Luas juring $AOB = \dfrac{\angle AOB}{360^\circ} \times$ luas lingkaran

Luas tembereng AB = luas juring AOB – luas ΔAOB.

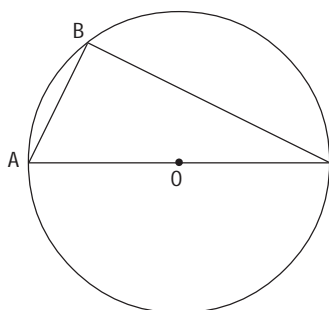
7. Melalui sebuah titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung.

. Melalui sebuah titik di luar lingkaran dapat dibuat dua garis singgung.

Soal Akhir Bab I

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

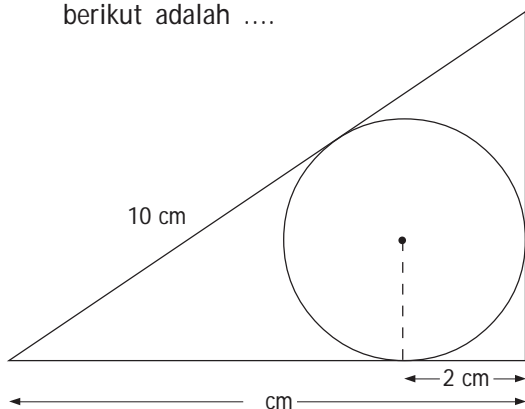
1. ari-jari suatu lingkaran yang diameternya 2 cm adalah ....
   a. 12 cm c. 14 cm
   b. 13 cm d. 15 cm
2. ari-jari suatu lingkaran yang kelilingnya 62, cm adalah ....
   a. 5 cm c. 20 cm
   b. 10 cm d. 30 cm
3. Keliling lingkaran yang jari-jarinya 5 cm adalah ....
   a. 3,14 cm c. 6,2 cm
   b. 31,4 cm d. 62, cm
4. Diameter lingkaran yang kelilingnya 37,6 cm adalah ....
   a. 6 cm c. 1 cm
   b. 12 cm d. 24 cm
5. Diameter lingkaran yang kelilingnya 154 cm adalah ....
   a. 45 cm c. 4 cm
   b. 46 cm d. 50 cm
6. ika jari-jari dua lingkaran berturut-turut adalah 5 cm dan cm, maka perbandingan diameter kedua lingkaran tersebut adalah ....
   a. 5 : 5 c. 5 :
   b. : d. : 5
7. Keliling sebuah ban sepeda motor adalah 176 cm. Panjang lintasan yang dilalui oleh ban sepeda motor tersebut apabila berputar 1000 kali adalah ....
   a. 0,176 km c. 17,6 km
   b. 1,76 km d. 176 km
8. Luas sebuah lingkaran yang jari-jarinya 3 cm adalah ....
   a. ,3 cm^2 c. 2 ,26 cm^2
   b. 14,3 cm^2 d. 30,3 cm^2
9. ari-jari lingkaran yang luasnya 154 cm^2 adalah ....
   a. 21 cm c. 10 cm
   b. 17 cm d. 7 cm
10. Luas sebuah lingkaran yang diameternya 30 cm adalah ....
    a. 106 cm^2 c. 500,5 cm^2
    b. 304,5 cm^2 d. 706,5 cm^2
11. ari-jari suatu lingkaran yang luasnya 30 cm^2 adalah ....
    a. $\sqrt{2}$ cm c. $6\sqrt{2}$ cm
    b. $5\sqrt{2}$ cm d. $7\sqrt{2}$ cm
12. Luas dua lingkaran adalah 4 cm^2 dan 75 cm^2. Perbandingan jari-jari kedua lingkaran tersebut adalah ....
    a. 4 : 5 c. 6 : 7
    b. 5 : 6 d. 7 :
13. ika jari-jari dua lingkaran adalah 6 cm dan 10 cm maka perbandingan luas kedua lingkaran tersebut adalah ....
    a. : 25 c. 5 : 1
    b. 7 : 23 d. 3 : 13
14. Dua lingkaran dengan pusat yang sama mempunyai jari-jari cm dan 10 cm. Luas daerah di antara kedua lingkaran tersebut adalah ....
    a. 36π cm^2 c. 40π cm^2
    b. 3 π cm^2 d. 42π cm^2
15. ari-jari dua lingkaran berturut-turut adalah cm dan 10 cm. Perbandingan keliling kedua lingkaran tersebut adalah ....
    a. 1 : 2 c. 3 : 4
    b. 2 : 3 d. 4 : 5
16. Sebuah roti yang berbentuk lingkaran dibagi menjadi empat bagian sama besar melalui pusatnya. Dengan demikian, setiap bagian roti tersebut membentuk sudut pusat lingkaran sebesar ....
    a. 0° c. 100°
    b. 120° d. 0°

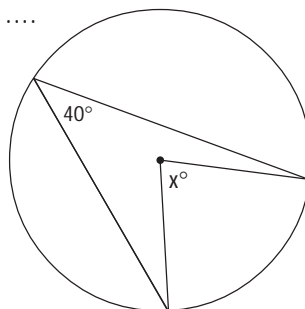
17. Perhatikan gambar berikut. Besar $\angle AB$ pada gambar tersebut adalah ....

a. 70°
b. 0°
c. 0°
d. 100°

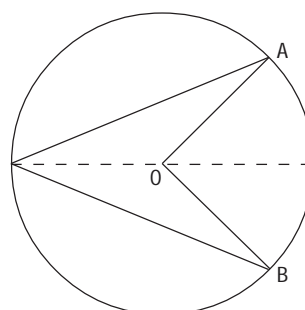
18. Luas lingkaran dalam segitiga pada gambar berikut adalah ....

10 cm

2 cm

cm

a. 2π cm^2
b. 4π cm^2
c. 6π cm^2
d. π cm^2

19. Besar sudut x pada gambar berikut adalah ....

a. 50°
b. 60°
c. 70°
d. 0°

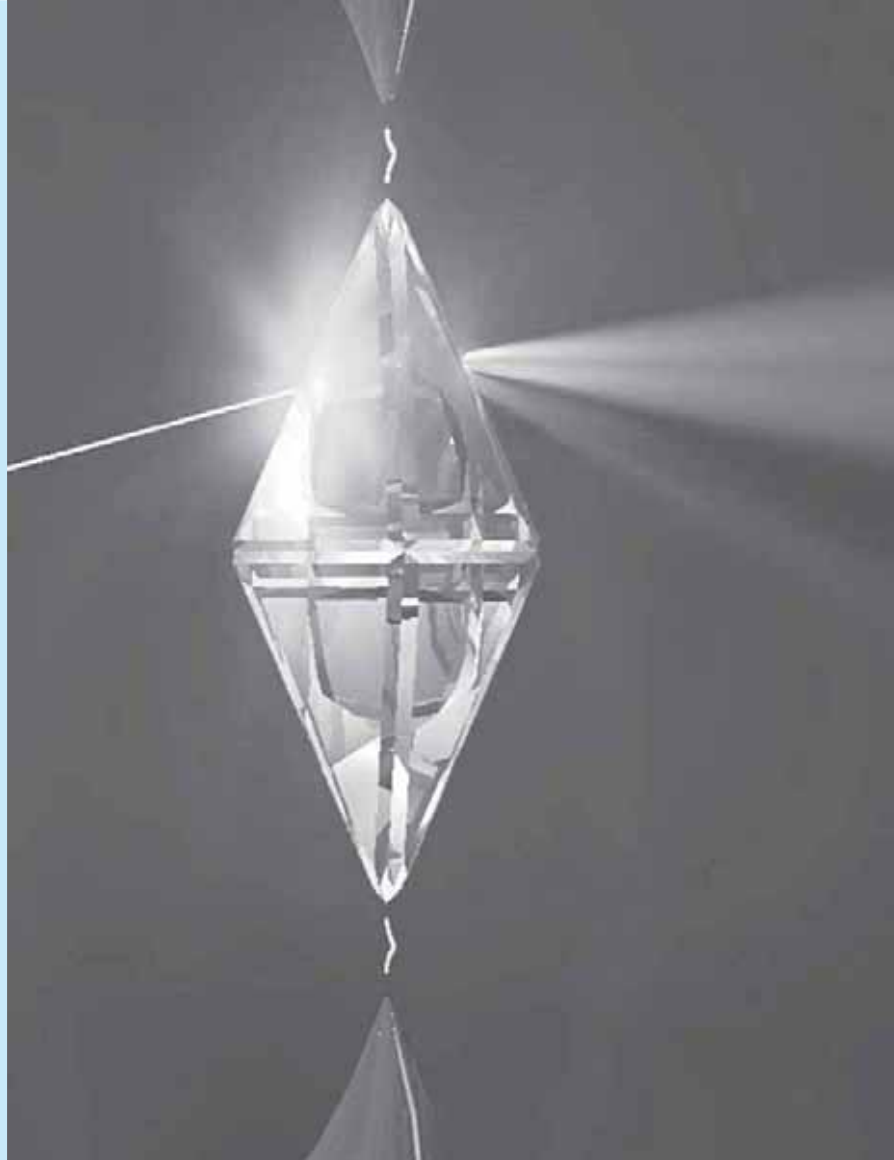
20. Perhatikan gambar berikut.

ika titik , titik O, dan titik segaris maka hubungan antara $\angle AOB$ dan $\angle A\ B$ adalah ....

a. $\angle AOB = \angle A\ B$
b. $\angle AOB = \frac{3}{2}\angle A\ B$
c. $\angle AOB = 2\angle A\ B$
d. $\angle AOB = \frac{5}{2}\angle A\ B$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Hitunglah luas lingkaran berikut jika diketahui:
   a. jari-jari 6 cm
   b. jari-jari 10 cm
   c. diameter 15 cm
   d. diameter 25 cm
2. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 5 cm dan 7 cm. dapun jarak kedua pusatnya 13 cm. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalam pada kedua lingkaran tersebut.
3. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 24 cm. arak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 26 cm. ika panjang salah satu jari-jari lingkaran adalah 6 cm, hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain.
4. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 11 cm dan 4 cm. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan luar lingkaran tersebut jika jarak kedua pusat lingkaran 25 cm.
5. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 22 cm dan 4 cm. Hitunglah jarak kedua pusat lingkaran tersebut jika panjang garis singgung persekutuan luarnya 24 cm.

Apabila seberkas cahaya putih dile atkan melalui sebuah prisma gelas, maka cahaya putih tersebut akan terurai menjadi tujuh arna yang berbeda. Peristi a tersebut ditunjukkan untuk pertama kali oleh Isaa Newton pada akhir tahun 1600-an. Peristi a lain yang mirip dapat pula kamu temukan pada pelangi yang sering kamu lihat setelah turunnya hujan.

Sumber: *www.physics.uiowa.edu*

Sumber: *intranet.centrenad.com*

Bab II

Bangun Ruang Sisi atar

Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, kamu akan mampu untuk:

a. menyebutkan unsur-unsur kubus, balok, prisma, dan limas,
b. menyebutkan sifat-sifat kubus, balok, prisma, dan limas,
c. membuat jaring-jaring berbagai bangun datar, seperti kubus, balok, prisma, dan limas, serta
d. menemukan dan menghitung luas permukaan serta volume kubus, balok, prisma, dan limas.

Apa yang akan dipelajari pada bab ini

A. Prisma
B. Kubus
C. Balok
. Limas

Peta Konsep

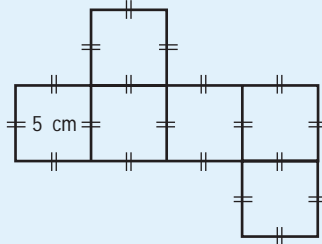
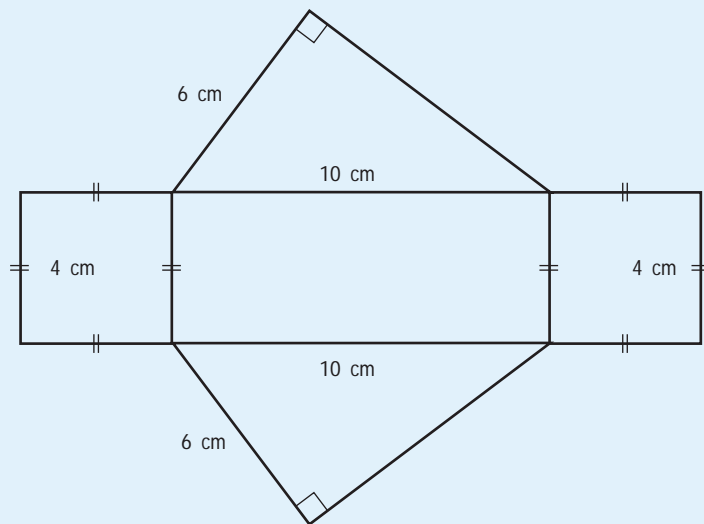
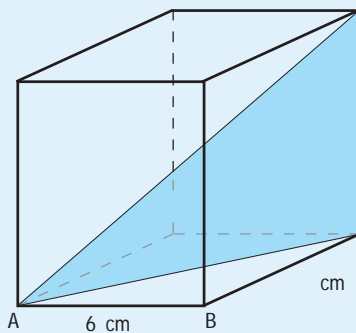
Kata Kun i

Pada bab ini, kamu akan menemukan istilah-istilah berikut.

- kubus
- balok
- prisma
- limas
- jaring-jaring
- rusuk
- diagonal ruang
- luas permukaan
- volume
- bidang atas
- bidang sisi tegak
- bidang alas
- diagonal bidang

ji Prasyarat

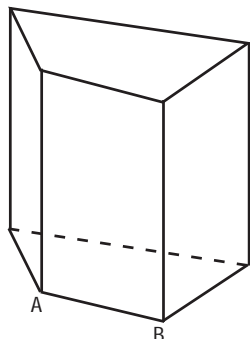
Sebelum membahas materi bangun ruang sisi datar, coba kamu kerjakan soal-soal berikut terlebih dahulu.

1. Hitunglah luas bangun datar berikut.

2. Hitunglah luas dan keliling bangun datar berikut.

3. Sebuah kotak diberi sekat segitiga seperti tampak pada gambar berikut.

Tentukanlah luas sekat tersebut.
(Petunjuk Hitunglah panjang terlebih dahulu).

A. Prisma

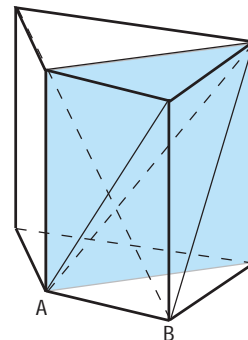
Perhatikan gambar bangunan di samping. Atap pada gambar bangunan tersebut merupakan contoh prisma. Sekarang, perhatikan gambar berikut.

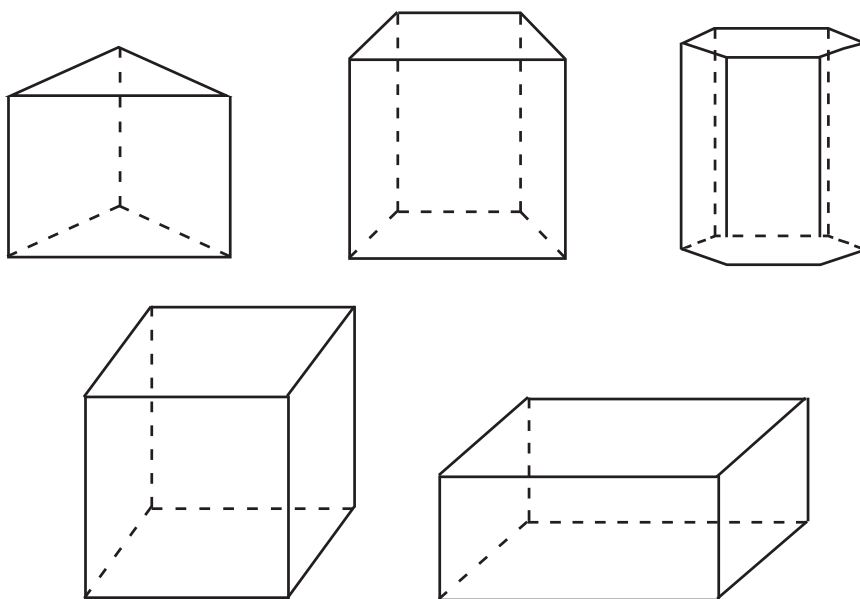
Sumber: www.cod.edu

Gambar 7.1
Contoh bangunan yang berbentuk prisma.

ambar tersebut merupakan gambar prisma tegak segi empat. Berikut ini adalah definisi prima.

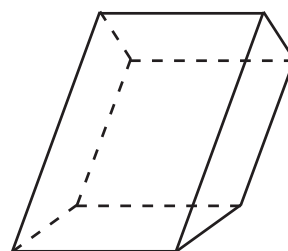
Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang sejajar yang saling kongruen dan beberapa bidang lain yang memotong kedua bidang tersebut menurut garis-garis yang sejajar.

Perhatikan gambar di samping. Unsur-unsur suatu prisma pada gambar tersebut antara lain sebagai berikut.

1. Bidang dinamakan *bidan alas*. Adapun bidang *F* dinamakan *bidan atas*.
2. Prisma yang mempunyai bidang alas berupa daerah segi empat dan bidang atas berupa daerah segi empat *F* biasanya ditulis sebagai *prisma* . *F* .
3. Bidang-bidang yang memotong bidang alas, yaitu bidang *F* , bidang *F*, bidang , dan bidang dinamakan *bidan sisi te ak* .
4. Bidang alas, bidang atas, dan bidang sisi tegak dinamakan *sisi-sisi prisma* .
5. Perpotongan antara dua bidang sisi tegak dinamakan *rusuk te ak* . Adapun perpotongan antara bidang sisi tegak dan bidang alas dinamakan *rusuk alas*. Pada gambar disamping, dan *F* merupakan contoh-contoh rusuk tegak.
6. Jarak antara bidang alas dan bidang atas dinamakan *tin i prisma* .
7. Pertemuan dua rusuk prisma dinamakan *titik sudut* . Pada gambar di samping, titik , titik , dan titik *F* merupakan titik sudut. Coba kamu sebutkan titik-titik sudut lainnya.
8. Setiap bidang alas dan bidang sisi tegak memiliki diagonal bidang. Contoh-contoh diagonal bidang antara lain , *F*, dan .

9. Dua titik sudut yang tidak terletak pada sisi yang sama dinamakan dua *titik sudut yan berhadapan*. isalnya, titik sudut berhadapan dengan titik sudut .
10. uas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang berhadapan dinamakan *dia onal ruan* . isalnya, dan .
11. Sepasang rusuk tegak atau sepasang rusuk alas yang tidak terletak pada sisi yang sama dinamakan *rusuk yan berhadapan* . Posisi sepasang rusuk yang berhadapan akan saling sejajar, misalnya rusuk dan rusuk . Akan tetapi, rusuk dan rusuk tidak berhadapan.
12. Sebuah bidang yang memuat sepasang rusuk yang berhadapan dinamakan *bidan dia onal*. Bidang merupakan contoh bidang diagonal karena memuat sepasang rusuk yang berhadapan, yaitu rusuk dan rusuk .

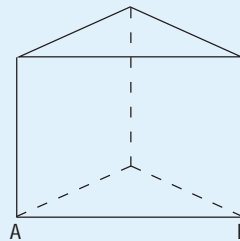
Prisma diberi nama sesuai dengan bentuk bidang alasnya. Jika bidang alas suatu prisma merupakan daerah segitiga maka prisma tersebut dinamakan *prisma se iti a* . Adapun jika bidang alas suatu prisma merupakan daerah segi empat maka prisma tersebut dinamakan *prisma se i empat* . Secara umum, jika alas suatu prisma merupakan daerah segi-n maka prisma tersebut dinamakan prisma segi-n. Prisma tegak yang bidang alasnya merupakan daerah segi-n beraturan dinamakan prisma segi-n beraturan.

Contoh-contoh berbagai bangun prisma

Perhatikan olehmu bahwa kubus dan balok juga merupakan prisma segi empat, mengapa? Coba diskusikan dengan temanmu.

Jika alas suatu prisma berbentuk jajargenjang maka prisma tersebut dinamakan *paralelpipedum* . Pada umumnya, paralelpipedum dibatasi oleh enam daerah jajargenjang. Adapun paralelpipedum tegak dibatasi oleh dua daerah jajargenjang dan empat daerah persegi panjang.

Paralelpipedum

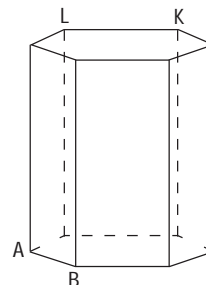
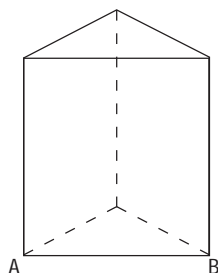
Contoh Soal 7.1

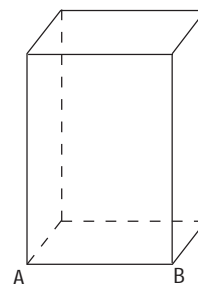
Perhatikan gambar prisma segitiga di samping. Sebutkanlah olehmu

a. bidang alas
b. bidang atas
c. bidang sisi tegak
d. rusuk tegak
e. diagonal bidang.

Penyelesaian

a. Bidang alas prisma . *F* adalah bidang .
b. Bidang atas prisma . *F* adalah bidang *F*.
c. Bidang sisi tegak prisma . *F* adalah bidang , bidang *F* , dan bidang *F* .
d. usuk-rusuk tegak prisma . *F* adalah , , dan *F*.
e. Diagonal-diagonal bidang prisma . *F* antara lain , , *F*, dan .

Latihan 7.1

1. Perhatikan gambar prisma segi enam di samping. Sebutkanlah olehmu
   a. bidang alas
   b. bidang atas
   c. bidang sisi tegak
   d. rusuk tegak
   e. diagonal bidang.

2. Perhatikan prisma segitiga berikut.

Sebutkanlah unsur yang merupakan
   a. bidang alas
   b. bidang atas dan
   c. bidang sisi tegak

3. Sebutkan dan gambarkan semua diagonal ruang serta bidang diagonal dari prisma di samping.

4. Pada prisma segitiga, adakah diagonal ruang dan bidang diagonalnya? Berikan alasanmu.
5. Prisma yang alasnya berbentuk segi-n diberi nama prisma segi-n. Pada prisma segi-n jika nilai n mendekati tak berhingga, maka bangun apa yang akan terbentuk? Jelaskan.

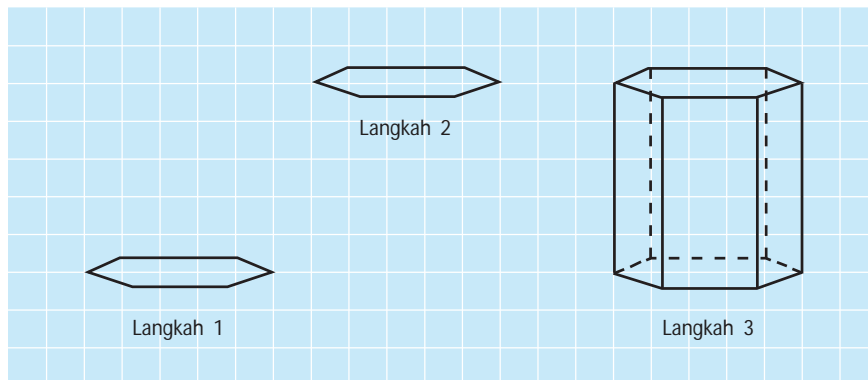
---

1. Melukis Prisma

Sekarang, kamu akan mempelajari langkah-langkah untuk melukis sebuah prisma. Pada materi ini, kamu akan diberikan langkah-langkah untuk melukis prisma segi enam. Bagaimanakah langkah-langkahnya?

an kah 1 Lukislah sebuah daerah segi enam sebagai alas prisma.

an kah 2 Lukislah sebuah daerah segi enam lain yang kongruen dengan segi enam pada *an kah* 1 sebagai bidang atas prisma.

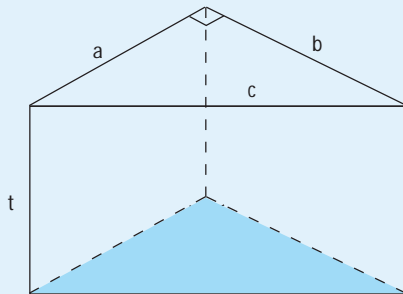
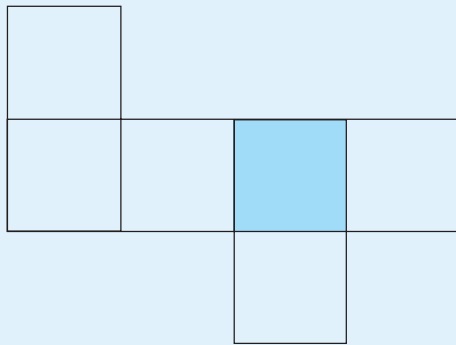
an kah 3 Lukislah ruas-ruas garis sebagai rusuk-rusuk tegak prisma. uas-ruas garis tersebut akan menghubungkan sepasang-sepasang titik yang bersesuaian antara bidang alas dan bidang atas. unakan garis putus-putus untuk melukis rusuk yang seharusnya tidak tampak.

2. aring- aring Prisma

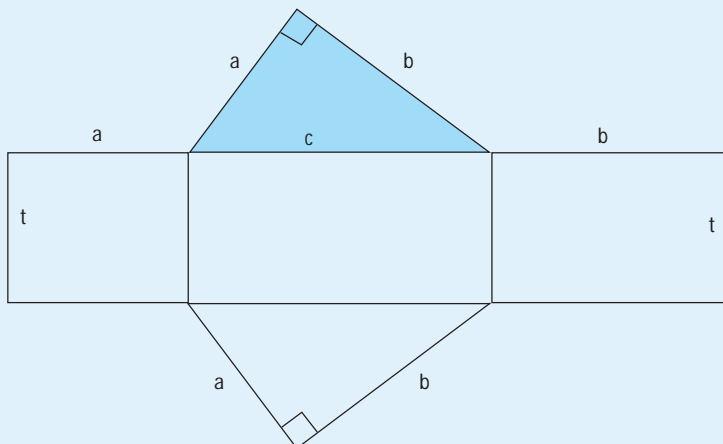
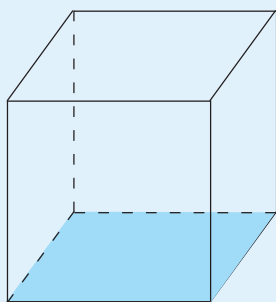
Suatu hari, ibumu pergi menghadiri suatu acara. Kemudian, ketika datang, ibu membawa nasi kotak. Coba perhatikan kotak tersebut. Bila kamu perhatikan, kotak tersebut terbuat dari selembar karton yang digunting dalam pola tertentu. Karton tersebut kemudian dilipat menjadi kotak yang digunakan untuk membungkus nasi.

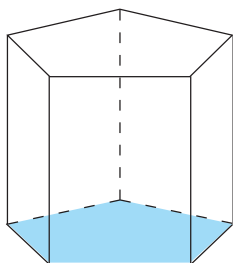
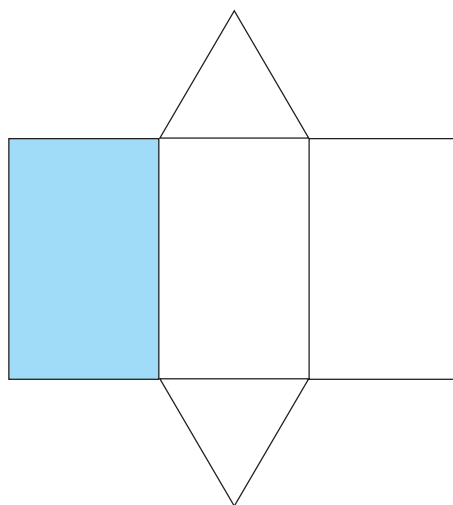
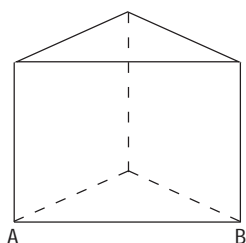
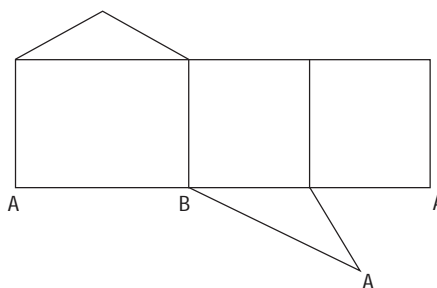
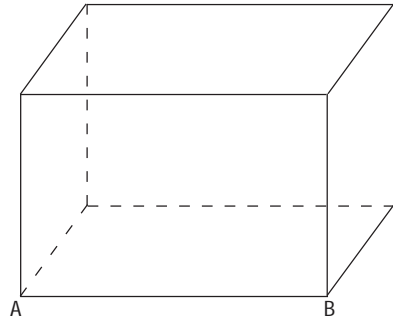
Gambar 7.2
Kotak pembungkus nasi kotak.

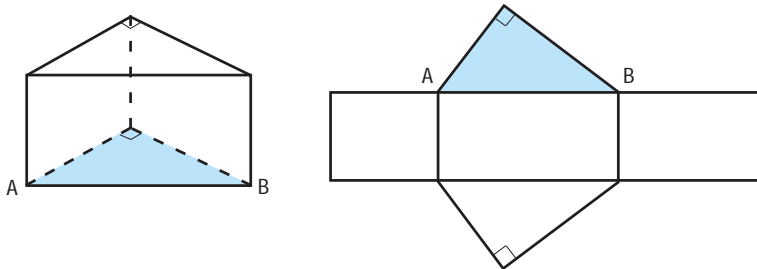
Karton yang digunting dalam pola tertentu tersebut dinamakan *jarin -jarin ban un* . Jadi, jaring-jaring suatu bangun ruang adalah suatu pola gambar dimensi dua yang dapat digunakan untuk membentuk suatu bangun ruang.

Contoh Soal 7.2

1. ambarlah jaring-jaring suatu prisma segitiga berikut.

2. ambarlah sebuah kubus yang jaring-jaringnya ditunjukkan pada gambar berikut.

Penyelesaian

1. Jaring-jaring prisma segitiga tersebut dapat kamu lihat pada gambar berikut.

2. Berikut adalah gambar kubus yang sesuai dengan jaring-jaring yang diberikan.

Latihan 7.2

1. ambarlah jaring-jaring bangun ruang berikut.

2. ambarlah prisma dengan jaring-jaring di samping.

3. ambarlah jaring-jaring prisma yang terbentuk jika prisma berikut diiris sepanjang rusuk , F F dan F.

4. Sebutkan rusuk yang diiris pada prisma nomor 3 jika diperoleh jaring-jaring prismanya seperti gambar di samping.

5. ambarkan jaring-jaring yang terbentuk jika prisma berikut diiris sepanjang rusuk
   a. , dan *F* ,
   b. *F* , dan .

3. Luas Permukaan Prisma

Coba kamu perhatikan gambar berikut.

ambar tersebut memperlihatkan sebuah prisma tegak segitiga . *F* beserta jaring-jaringnya. Jaring-jaring prisma terdiri atas beberapa daerah segi banyak yang merupakan sisi-sisi prisma. Jumlah luas seluruh sisi prisma tersebut dinamakan *luas permukaan prisma* .

Luas permukaan prisma didefinisikan sebagai jumlah luas seluruh sisi prisma tersebut.

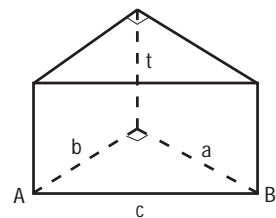
Pada gambar di samping, luas permukan prisma . *F* dapat kamu peroleh dengan cara menjumlahkan luas Δ , luas Δ *F*, luas segi empat *F*, luas segi empat , dan luas segi empat *F* .

Dengan demikian,

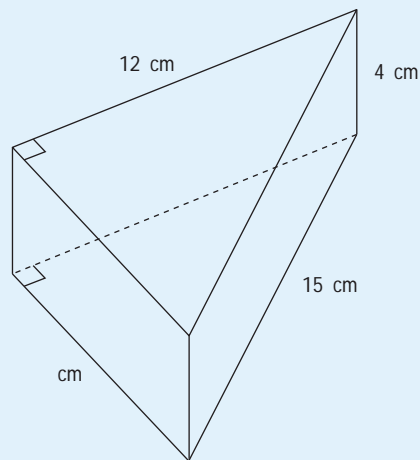
Luas permukaan prisma= $_{\Delta}$ + $_{\Delta\ F}$ + $_{\square\ F}$ + $_{\square}$ + $_{\square\ F}$

= $_{\Delta}$ + $_{\Delta\ F}$ + $bt + ct + at$

= luas bidang alas + luas bidang atas + $(a + b + c)\ t$

= (2 × luas alas) + (keliling bidang alas × tinggi)

Luas permukaan prisma = (2 × luas alas) + (keliling bidang alas × tinggi)

Contoh Soal 7.3

Tentukan luas permukaan prisma segitiga berikut.

Penyelesaian

Bidang alas dan bidang atas prisma tersebut berbentuk segitiga, sehingga

Luas alas = $\frac{1}{2} \times 9 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} = 54 \text{ cm}^2$.

Keliling bidang alas = 9 cm + 12 cm + 15 cm = 36 cm.

Luas permukaan prisma = (2 × luas alas) + (keliling bidang alas × tinggi)

= (2 × 54) + (36 × 4)

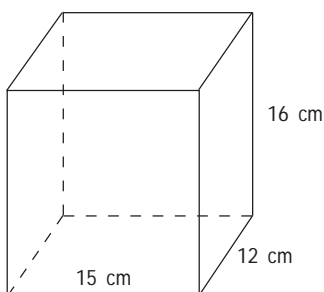
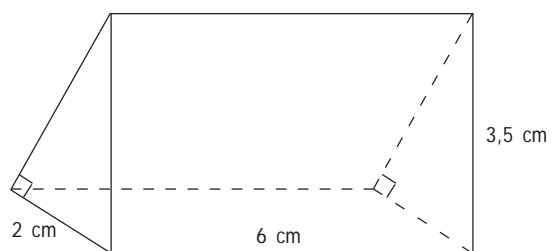
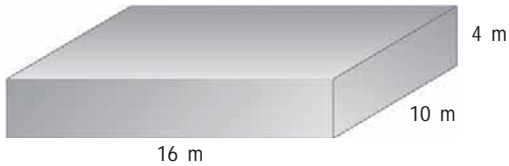
= 108 + 144

= 252

Jadi, luas permukaan prisma tersebut adalah 252 cm^2.

Latihan 7.3

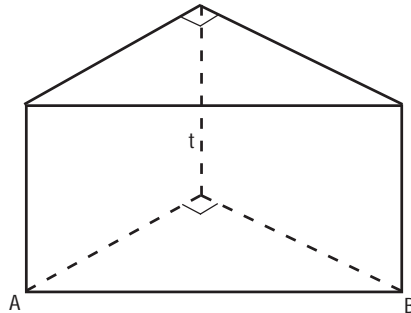
1. Tentukan luas permukaan setiap bangun ruang berikut.

(a)

(b)

2. Diberikan suatu prisma segitiga beraturan . F. Jika panjang = 8 cm dan = 12 cm, tentukan luas permukaan prisma tersebut.
3. Alas suatu prisma berbentuk layang-layang dengan panjang diagonal 10 cm dan 24 cm. Jika luas permukaan prisma 968 cm^2, tentukan tinggi prisma.
4. Sebuah barang dimasukkan ke dalam kotak kemudian dibungkus menggunakan kertas kado seperti tampak pada gambar berikut.

Tentukan luas kertas kado yang diperlukan untuk membungkus kotak tersebut.

5. Alas sebuah prisma berbentuk trapesium siku-siku dengan panjang sisi sejajar 13 cm dan 7 cm. Adapun tinggi trapesium 8 cm. Jika tinggi prisma 15 cm, tentukan luas permukaan prisma tersebut.

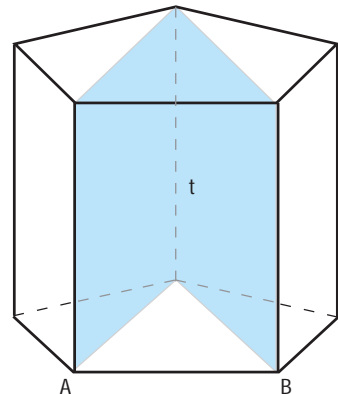
4. olume Prisma

Untuk menemukan olume suatu prisma, rumus yang kamu gunakan cukup sederhana, yaitu *olume* = *luas alas* × *tin i*. Berikut adalah contoh penerapan rumus tersebut.

Perhatikan gambar berikut.

ambar tersebut merupakan gambar prisma tegak segitiga. Bidang alas dan bidang atas prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku. Dengan demikian, olume prisma tersebut adalah

olume = *luas alas* × *tin i*

$= \frac{1}{2} \times \quad \times \quad \times t$

Sekarang, bagaimanakah cara menghitung olume sebuah prisma tegak segi lima? Kamu dapat menggunakan pemahamanmu menghitung olume prisma segitiga untuk menemukan olume prisma segi lima. Bagaimanakah caranya? Perhatikan gambar di samping.

ambar tersebut adalah gambar prisma tegak .F . Prisma tersebut dipotong menurut bidang diagonal F dan bidang diagonal . Jadi, diperoleh tiga prisma tegak segitiga, yaitu prisma .F . prisma .F , dan prisma . . Volume prisma .F adalah jumlah ketiga olume prisma tersebut. Dengan kata lain,

Volume prisma .F = olume prisma .F + olume prisma .F + olume prisma .

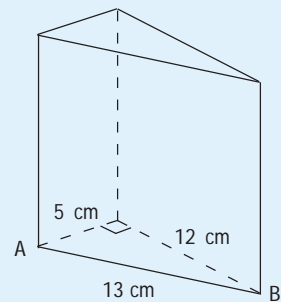
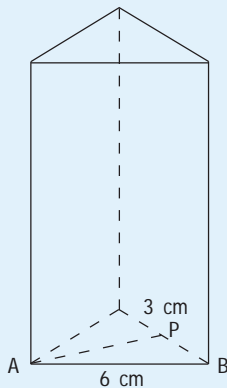
$= (\;_{\Delta} \times t) + (\;_{\Delta} \times t) + (\;_{\Delta} \times t)$

= Luas segi lima $\times t$

= Luas alas × tinggi.

Volume prisma = Luas alas × tinggi.

Contoh Soal 7.4

1. Volume suatu prisma tegak segitiga adalah 1200 cm^3. Tentukan tinggi prisma tersebut apabila panjang rusuk alas prisma adalah 5 cm, 12 cm, dan 13 cm.

2. Suatu prisma segitiga beraturan memiliki alas berupa segitiga samasisi. Panjang setiap sisinya adalah 6 cm. Tentukan olume prisma tersebut jika tingginya 5 cm.

Penyelesaian

1. Luas alas prisma = luas Δ

$$= \frac{1}{2} \times \quad \times$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$

Jadi, luas alas prisma tersebut adalah 30 cm^2.

Volume prisma = luas alas × tinggi

1200 = 30 × t

$$t = \frac{1200}{30}$$

$= 40$

Jadi, tinggi prisma tersebut adalah 40 cm.

2. P adalah garis tinggi dari titik pada Δ .

$P^2 = \ ^2 - P^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$

$P = \sqrt{27}$

$= 3\sqrt{3}$

Jadi, panjang P adalah $3\sqrt{3}$ cm.

Luas alas prisma $F = \frac{1}{2} \times \quad \times P$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3}$

$= 9\sqrt{3}$

Jadi, luas alas prisma adalah $9\sqrt{3}$ cm^2.

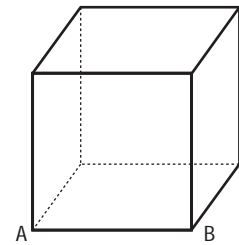
Volume prisma = luas alas × tinggi = $9\sqrt{3} \times 5 = 45\sqrt{3}$.

Jadi, olume prisma tersebut adalah $45\sqrt{3}$ cm^3.

Latihan 7.4

1. Tentukan tinggi setiap prisma persegi panjang berikut jika olume ( ), panjang alas (p) dan lebar alas (l) adalah
   a. = 455 cm^3, p = 10 cm, dan l = 7 cm
   b. = 525 cm^3, p = 7,5 cm, dan l = 3,5 cm
   c. = 5.832 cm^3, p = 18 cm, dan l = 18 cm.
2. Alas sebuah prisma segitiga adalah suatu segitiga siku-siku dengan panjang sisi siku-sikunya 9 cm dan 12 cm. Tentukan olume prisma tersebut jika tingginya 15 cm.
3. Diketahui prisma tegak segi empat dengan alas berupa daerah persegi panjang. Panjang alasnya 10 cm dan lebarnya 6 cm. Tentukan olume prisma tersebut jika tingginya 8 cm.
4. Alas suatu kerangka model prisma tegak segi empat berbentuk persegi panjang. Panjang alas model tersebut 12 cm, lebarnya 10 cm, dan tingginya 15 cm. Hitunglah olume model prisma tersebut.
5. Panjang rusuk alas prisma segi enam beraturan adalah 5 cm dan tingginya 10 cm. Tentukanlah olume prisma segi enam tersebut.

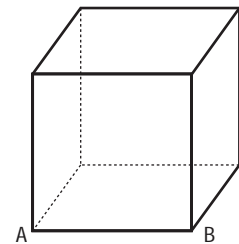
B. Kubus

Kubus dapat kamu pandang sebagai suatu prisma segi empat beraturan yang semua sisi tegak dan alasnya berbentuk persegi. Kubus diberi nama sesuai dengan nama titik-titik sudut pada bidang alas dan bidang atas kubus tersebut. Misalnya, jika titik-titik sudut pada bidang alas suatu kubus berturut-turut adalah , , , dan , sedangkan titik-titik sudut pada bidang atasnya berturut-turut adalah , *F*, , dan , maka kubus tersebut dinamakan kubus . *F* .

1. nsur- nsur pada Kubus

Kamu telah mengetahui bahwa kubus adalah suatu prisma segi empat yang semua sisinya berbentuk persegi. Berikut ini adalah hal-hal lain yang dapat kamu temukan pada kubus.

a. usu usu ubus

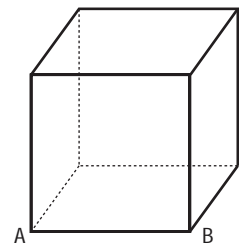
Perhatikan gambar di samping.

Coba kamu perhatikan rusuk dan rusuk . Rusuk dan rusuk merupakan rusuk-rusuk yang sejajar dan terletak pada satu bidang. Rusuk merupakan perpotongan antara sisi *F* dan sisi . Adapun rusuk merupa-kan perpotongan antara sisi dan sisi . Coba kamu sebutkan sepasang rusuk lain yang terletak pada satu bidang.

Sekarang, bandingkan antara rusuk dan rusuk . Rusuk dan rusuk merupakan rusuk-rusuk yang *salin bersilan an*. Coba kamu sebutkan contoh-contoh rusuk bersilangan yang lain. Selanjutnya, perhatikan rusuk dan rusuk . Rusuk membentuk sudut siku-siku dengan sudut dan dinamakan rusuk-rusuk yang *salin te ak lurus*. Adakah rusuk-rusuk lain yang membentuk sudut siku-siku? Coba kamu sebutkan.

b. isi isi ubus

Perhatikan gambar di samping

Gambar tersebut merupakan gambar kubus . *F* . Bidang alas kubus tersebut adalah . Adapun bidang atasnya adalah *F* . Bagaimanakah kedudukan kedua bidang tersebut? Kamu tentu paham bahwa sisi *sejajar* dengan sisi *F* .

Sekarang, perhatikan kedudukan sisi dan sisi *F*. Apakah kedua sisi tersebut sejajar? Tentu tidak. Kedua sisi tersebut tidak sejajar, melainkan *salin te ak lurus*.

Contoh Soal 7.5

Perhatikan gambar kubus di samping, kemudian jawablah pertanyaannya.

a. Berapakah panjang rusuk-rusuk selain ?
b. Sebutkan tiga pasang rusuk yang sejajar.
c. Sebutkan tiga pasang sisi yang sejajar.
d. Sebutkan tiga pasang rusuk yang saling tegak lurus.
e. Sebutkan tiga pasang sisi yang saling tegak lurus.

Penyelesaian :

a. Oleh karena bangun ruang . *F* adalah sebuah kubus maka semua rusuknya sama panjang, yaitu 8 cm.
b. Rusuk-rusuk yang sejajar antara lain rusuk dan rusuk , rusuk dan rusuk , serta rusuk dan rusuk *F* .
c. Sisi-sisi yang sejajar antara lain sisi dan sisi *F* , sisi *F* dan sisi , serta sisi *F* dan sisi .
d. Rusuk-rusuk yang saling tegak lurus antara lain rusuk dan rusuk , rusuk dan rusuk *F* , serta rusuk dan rusuk .
e. Sisi-sisi yang saling tegak lurus antara lain sisi dan sisi *F*, sisi A dan sisi , serta sisi *F* dan sisi *F*.

Latihan 7.5

Perhatikan ambar kubus berikut kemudian ja ablah pertanyaannya.

a. Berapakah panjang rusuk-rusuk selain rusuk ?
b. Sebutkan tiga pasang rusuk yang sejajar.
c. Sebutkan tiga pasang sisi yang sejajar.
d. Sebutkan tiga pasang rusuk yang saling tegak lurus.
e. Sebutkan tiga pasang sisi yang saling tegak lurus.

2. Melukis Kubus

Bagaimanakah langkah-langkah untuk melukis sebuah kubus? Lakukanlah kegiatan berikut untuk mengetahuinya.

Eksplorasi 7.1

Tujuan:

Memahami langkah-langkah melukis kubus.

Kegiatan:

1. Sediakan kertas berpetak dengan ukuran 12 satuan × 15 satuan.
2. Gambarlah sisi kubus bagian depan (bidang frontal) *AB* dengan ukuran 4 satuan × 4 satuan.
3. Lukislah bidang frontal bagian belakang, yaitu sisi . leh karena bidang frontal terletak di belakang maka terdapat rusuk yang tidak terlihat, yaitu rusuk dan rusuk . Berilah garis putus-putus untuk rusuk yang tidak terlihat ini.
4. Lengkapilah gambar tersebut dengan rusuk-rusuk *A* , *B* , , dan .

Pertanyaan:

Berhasilkah kamu melukis kubus *AB* .

Latihan 7.6

Lengkapilah gambar berikut sehingga membentuk kubus.

1.

2.

3. 4.

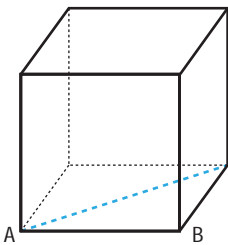
5. Lukislah kubus . *F* dengan panjang rusuk 7 satuan pada kertas berpetak.
   a. Sebutkan bidang frontal kubus tersebut.
   b. Sebutkan bidang ortogonal kubus tersebut.

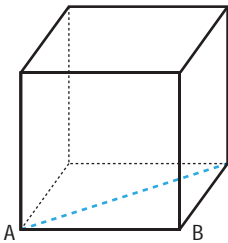
---

3. iagonal Sisi, iagonal Ruang, dan Bidang iagonal pada Kubus

a. *iag na isi an iag na uang*

ia onal Sisi

Perhatikan kubus berikut.

Pada kubus tersebut, titik sudut dan titik sudut dihubungkan oleh sebuah garis . Garis tersebut merupakan contoh *dia onal sisi* pada kubus. Contoh diagonal-diagonal sisi yang lain pada kubus . *F* tersebut antara lain , , dan . Coba kamu sebutkan diagonal-diagonal sisi yang lain. Berdasarkan pemahaman yang telah kamu peroleh, coba kamu sebutkan pengertian diagonal sisi dengan menggunakan kata-katamu sendiri.

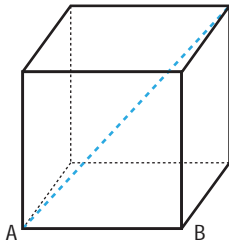
Sekarang, dapatkah kamu menentukan panjang diagonal sisi suatu kubus? Pelajari uraian berikut.

Pada gambar di samping, merupakan salah satu diagonal sisi kubus . *F* . Panjang diagonal sisi dapat kamu cari dengan melihat hubungan antara sisi dan sisi .

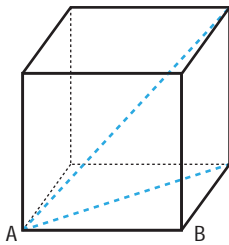
Misalnya, panjang rusuk kubus . *F* adalah *a* satuan panjang. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, kamu peroleh hubungan berikut.

$$
\begin{aligned}
{}^2 &= {}^2 + {}^2 \\
&= \sqrt{{}^2 + {}^2} \\
&= \sqrt{a^2 + a^2} \\
&= \sqrt{2a^2} \\
&= a\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

Jadi, diagonal sisi kubus . *F* adalah $a\sqrt{2}$ satuan panjang.

ika *AB* . adalah sebuah kubus dengan panjang rusuk *a* satuan panjang maka diagonal sisi kubus tersebut adalah $a\sqrt{2}$ satuan panjang.

ia onal uan

Selain diagonal sisi, kubus pun memiliki diagonal ruang, yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang berhadapan. Pada gambar di samping, merupakan contoh diagonal ruang kubus . *F* . Contoh diagonal-diagonal ruang yang lain misalnya , , dan *F*.

Berapakah panjang diagonal ruang suatu kubus? Kamu dapat kembali menggunakan Teorema Pythagoras untuk menemukan panjang diagonal suatu kubus. Perhatikan kubus berikut.

Misalnya, panjang rusuk kubus . *F* adalah a satuan panjang. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, kamu akan memperoleh hubungan berikut.

$$^2 = \ ^2 + \ ^2$$
$$= \sqrt{\ ^2 + \ ^2}$$

Oleh karena adalah diagonal sisi kubus . *F* maka panjang adalah $a\sqrt{2}$ satuan panjang. Dengan demikian,

$$= \sqrt{\ ^2 + \ ^2}$$
$$= \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + a^2}$$
$$= \sqrt{2a^2 + a^2}$$
$$= \sqrt{3a^2}$$
$$= a\sqrt{3}$$

Jadi, panjang diagonal ruang kubus . *F* adalah $a\sqrt{3}$ satuan panjang.

ika *AB* . adalah sebuah kubus dengan panjang rusuk a satuan panjang maka diagonal ruang kubus tersebut adalah $a\sqrt{3}$ satuan panjang.

Contoh Soal 7.6

Misalnya, panjang rusuk kubus . *F* adalah 12 cm. Tentukanlah:

a. panjang diagonal sisi ;
b. panjang diagonal ruang .

Penyelesaian :

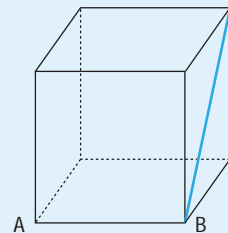
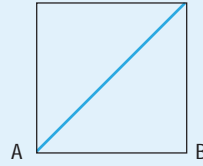
a. Perhatikan kubus di samping. Untuk menentukan panjang diagonal sisi , kamu dapat menggunakan Teorema Pythagoras pada Δ .

$^2 = \quad ^2 + \quad ^2$

$= \sqrt{\quad ^2 + \quad ^2}$

$= \sqrt{12^2 + 12^2}$

$= \sqrt{2(12^2)}$

$= 12\sqrt{2}$

Jadi, panjang diagonal sisi adalah $12\sqrt{2}$ cm.

b. Untuk menentukan panjang diagonal ruang , kamu dapat menggunakan Teorema Pythagoras pada Δ .

$^2 = \quad ^2 + \quad ^2$

$= \sqrt{\quad ^2 + \quad ^2}$

adalah diagonal sisi kubus . F dengan panjang diagonal sisi adalah $12\sqrt{2}$ cm. Dengan demikian,

$= \sqrt{\quad ^2 + \quad ^2}$

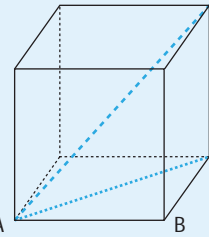
$= \sqrt{\left(12\sqrt{2}\right)^2 + 12^2}$

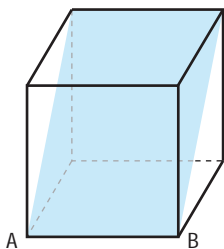
$= \sqrt{2(12)^2 + 12^2}$

$= \sqrt{3(12)^2}$

$= 12\sqrt{3}$

Jadi, panjang diagonal ruang adalah $12\sqrt{3}$ cm.

b. i ang iag na

Bidang diagonal adalah suatu bidang yang menghubungkan rusuk-rusuk berhadapan, sejajar, serta terletak pada sisi yang berbeda.

Perhatikan kubus berikut.

Pada kubus tersebut, dibuat sebuah bidang . Bidang dibentuk oleh rusuk-rusuk dan . Kedua rusuk tersebut berhadapan, sejajar, serta terletak pada sisi yang berbeda.

Bidang merupakan contoh *bidan dia onal* pada kubus . F . Contoh bidang-bidang diagonal yang lain misalnya bidang F , bidang dan bidang F .

Contoh Soal 7.7

Kubus .*P* *S* memiliki panjang rusuk 7 cm.

a. Lukislah bidang diagonal *SP* pada kubus tersebut.

b. Tentukan keliling bidang diagonal *SP*.

:

a. Perhatikan kubus di samping. Bidang yang diarsir merupakan bidang *SP*, yaitu salah satu bidang diagonal kubus .*P* *S*.

b. Keliling *SP* = + *S* + *SP* + *P*

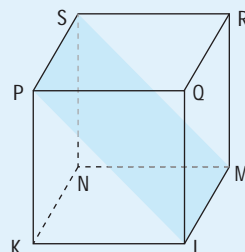
Oleh karena *P* dan *S* adalah diagonal sisi kubus .*P* *S* maka *P* = *S* = $7\sqrt{2}$ cm.

Keliling *SP* = + *S* + *SP* + *P*

$= 7 + 7\sqrt{2} + 7 + 7\sqrt{2}$

$= 14 + 14\sqrt{2}$

$= 14\,(1 + \sqrt{2})$

Jadi, keliling bidang *SP* adalah $14\,(1 + \sqrt{2})$ cm.

Latihan 7.7

Panjang rusuk kubus .*P* *S* adalah 8 cm.

a. Lukislah kubus .*P* *S* tersebut.

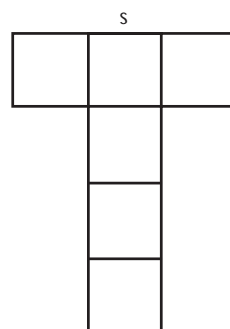
b. Tentukan panjang diagonal sisi *S*.

c. Tentukan panjang diagonal ruang *S*.

c. Tentukan panjang diagonal .

e. Tentukan luas bidang diagonal *P* .

4. Luas Permukaan Kubus

Pada pembahasan prisma, kamu telah mengetahui bahwa luas permukaan suatu prisma dapat kamu cari dengan menggunakan rumus = (2 × luas alas) + (keliling bidang alas × tinggi), dengan adalah luas permukaan prisma. Oleh karena kubus pun merupakan prisma maka luas permukaan kubus dapat kamu cari dengan menggunakan rumus tersebut. Misalnya, adalah luas permukaan kubus dan *s* adalah panjang rusuk kubus tersebut, maka

$= (2 \times \text{luas alas}) + (\text{keliling bidang alas} \times \text{tinggi})$
$= (2 \times s \times s) + (4s \times s)$
$= 2s^2 + 4s^2$
$= 6s^2$.

Jadi, luas permukaan kubus dengan panjang rusuk s adalah $6s^2$.

Latihan 7.8

1. Hitunglah luas permukaan kubus yang panjang rusuknya sebagai berikut.
   a. 4 cm   b. 5 cm   c. 8 cm
2. Tentukan panjang rusuk kubus jika diketahui luas permukaannya sebagai berikut.
   a. 4 cm   b. 5 cm   c. 8 cm
3. Panjang diagonal ruang suatu kubus $10\sqrt{3}$ cm, tentukan luas permukaan kubus tersebut.
4. Thifa mempunyai tempat mainan yang berbentuk kubus dengan panjang rusuk 50 cm. Thifa akan mengecat tempat mainan tersebut. Setiap 500 cm^2 menghabiskan satu kaleng cat. Berapa banyak cat yang digunakan Thifa untuk mengecat tempat mainan tersebut?
5. Dudi mempunyai kubus yang panjang rusuknya 14 cm. Kubus tersebut diberi warna hitam. Akan tetapi, pada setiap sisi kubus terdapat lingkaran putih yang kelilingnya menyinggung setiap rusuk kubus. Hitunglah luas permukaan kubus yang berwarna hitam.

5. olume Kubus

Volume kubus dapat kamu temukan dengan menggunakan rumus volume prisma, yaitu luas alas × tinggi.

Volume kubus $= \text{luas alas} \times \text{tinggi}$
$= s^2 \times s$
$= s^3$

Jadi, volume kubus adalah s^3.

Volume suatu kubus dengan panjang rusuk s adalah s^3.

Contoh Soal 7.8

a. Tentukan perbandingan volume dua kubus apabila panjang rusuk kubus kedua sama dengan setengah panjang rusuk kubus pertama.
b. Tentukanlah luas permukaan dan volume kubus pertama jika panjang rusuk kubus pertama tersebut 13 cm.
c. Tentukan volume kubus kedua berdasarkan hasil yang kamu peroleh pada soal (a) dan soal (b).

Penyelesaian :

a. Misalnya, kedua kubus tersebut adalah kubus I dan kubus II dengan panjang rusuk kubus I adalah a cm. Dengan demikian, panjang rusuk kubus II adalah $\frac{1}{2}a$ cm.

Volume kubus I = a^3 cm^3.

Volume kubus II = $\left(\frac{1}{2}a\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 a^3 = \frac{1}{8}a^3$ cm^3.

Dengan demikian, perbandingan volume kedua kubus tersebut adalah

$a^3 : \frac{1}{8}a^3 = 1 : \frac{1}{8} = 8 : 1$.

b. Misalnya, luas permukaan kubus I adalah volume kubus I adalah , dan panjang rusuk kubus I adalah s.

- $= 6s^2 = 6(13)^2 = 6(169) = 1014$.
  Jadi, luas permukaan kubus I adalah 1014 cm^2.
- $= s^3 = 13^3 = 2197$.
  Jadi, volume kubus I adalah 2197 cm^3.

c. $\dfrac{\text{volume kubus I}}{\text{volume kubus II}} = \dfrac{8}{1}$

Dengan demikian,

$$\begin{aligned}\text{volume kubus II} &= \frac{1}{8} \times \text{volume kubus I}\\ &= \frac{1}{8} \times 2197\\ &= 274{,}625\end{aligned}$$

Jadi, volume kubus II adalah 274,625 cm^3.

Latihan 7.9

1. Lengkapilah tabel berikut di buku latihanmu.

Panjang Rusuk Kubus	iagonal Sisi Kubus	iagonal Ruang Kubus	Luas Permukaan Kubus	olume Kubus
5 cm	...	...	...	...
...	$10\sqrt{2}$ cm	...	...	...
...	...	$6\sqrt{3}$ cm	...	...
...	...	...	4 6 cm^2	...
...	...	...	...	40 6 cm^3

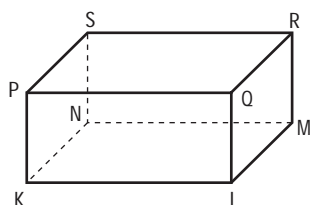
2. Berapakah volume kubus yang luas permukaannya 216 cm^2?

3. Sebuah akuarium berbentuk kubus dengan panjang rusuk 12 cm. Akuarium tersebut berisi air yang tingginya lima perenam dari tinggi akuarium itu. Tentukan volume air di dalam akuarium.
4. Perbandingan panjang rusuk dua buah kubus adalah 2 : 3. Berapakah perbandingan volume ke kubus tesebut?
5. Bak mandi di rumah Rudi berbentuk kubus dengan volume 1.728 liter. Oleh karena suatu hal, bak mandi ini diperkecil sehingga panjang rusuknya menjadi tiga perempat dari panjang rusuk semula.
   a. Berapakah panjang rusuk bak mandi yang baru?
   b. Berapakah volume bak mandi yang baru?
   c. Berapakah selisih volume bak mandi lama dengan yang baru?

C. Balok

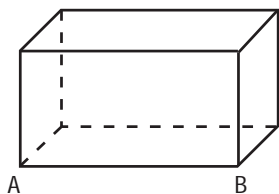
Balok adalah sebuah prisma segi empat beraturan yang bidang alasnya berbentuk persegi panjang. Seperti halnya kubus, kamu dapat memberi nama pada balok dengan cara menyebutkan titik-titik sudutnya. Misalnya, jika titik-titik sudut pada bidang alas suatu balok berturut-turut adalah *P*, , , dan *S*, sedangkan titik-titik sudut pada bidang atas berturut-turut adalah , , , dan maka balok tersebut dinamakan balok *P S*. .

1. nsur- nsur pada Balok

Balok memiliki unsur-unsur yang mirip dengan kubus. Coba kamu ingat kembali unsur-unsur pada kubus.

Unsur-unsur yang dapat kamu temukan pada balok di samping antara lain sebagai berikut.

- ❖ , , *P* , dan *S* dinamakan *panjan balok* .*P S* .
- ❖ , , , dan *PS* dinamakan *lebar balok* .*P S* .
- ❖ , *P*, , dan *S* dinamakan *tin i balok* .*P S* .
- ❖ Rusuk dan rusuk merupakan contoh rusuk-rusuk yang *sejajar*. Coba kamu sebutkan rusuk-rusuk sejajar yang lain.
- ❖ Rusuk dan merupakan rusuk-rusuk yang saling tegak lurus.
- ❖ Sisi dan sisi *P S* merupakan contoh sisi-sisi yang sejajar. Adapun sisi dan sisi merupakan contoh sisi-sisi yang saling tegak lurus.

Latihan 7.10

Perhatikan balok berikut.

1. Sebutkan unsur-unsur yang merupakan panjang balok . *F* .
2. Sebutkan unsur-unsur yang merupakan lebar balok . *F* .
3. Sebutkan unsur-unsur yang merupakan tinggi balok . *F* .
4. Sebutkan rusuk-rusuk yang sejajar pada balok . *F* .
5. Sebutkan unsur-unsur yang saling tegak lurus pada balok . *F* .

2. Melukis Balok

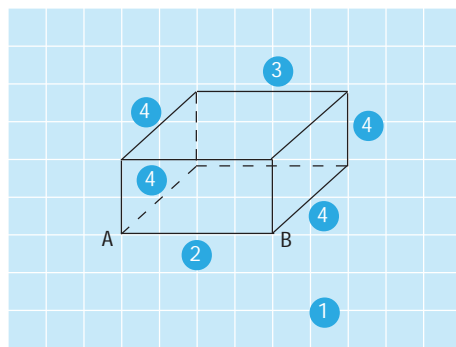
Langkah-langkah untuk melukis balok sama dengan langkah-langkah untuk melukis kubus. Pelajari kegiatan berikut agar kamu memahami langkah-langkah untuk melukis sebuah balok.

Eksplorasi 7.2

Tujuan:

Memahami langkah-langkah melukis balok.

Kegiatan:

1. Sediakan kertas berpetak dengan ukuran 12 satuan × satuan.
2. Gambarlah sisi balok bagian depan (bidang frontal) *AB* dengan ukuran 4 satuan × 2 satuan.
3. Lukislah bidang frontal bagian belakang, yaitu sisi . leh karena bidang frontal terletak di belakang maka terdapat rusuk yang tidak terlihat, yaitu rusuk dan rusuk . Berilah garis putus-putus untuk rusuk yang tidak terlihat ini.
4. Lengkapilah gambar tersebut dengan rusuk-rusuk *A* , *B* , , dan .

Pertanyaan:

Berhasilkah kamu melukis balok *AB* .

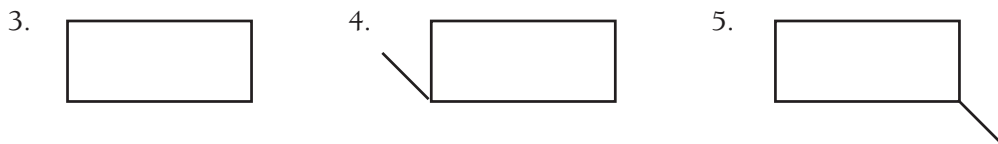
Latihan 7.11

1. Dengan menggunakan kertas berpetak, lukislah balok yang berukuran 10 satuan × 6 satuan × 5 satuan.
2. Dengan menggunakan kertas berpetak, lukislah balok yang berukuran 12 satuan × 7 satuan × 8 satuan.

Lengkapilah gambar berikut sehingga berbentuk balok.

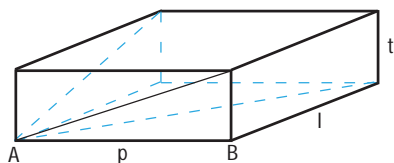
3.

4.

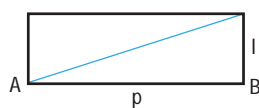
5.

3. iagonal Sisi, iagonal Ruang, dan Bidang iagonal pada Balok

a. iag na isi an iag na uang

ia onal Sisi

Perhatikan balok berikut.

Misalnya, panjang, lebar, dan tinggi balok . F berturut-turut adalah p, l, dan t.

Pada balok tersebut, , , dan F merupakan contoh-contoh *dia onal sisi* balok . F . Dapatkah kamu menentukan panjang diagonal sisi , , dan F? Apakah panjang , , dan F sama besar? Mari kita lihat.

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, kamu peroleh hubungan berikut.

❖ $^2 = \ ^2 + \ ^2$

$= \sqrt{\ ^2 + \ ^2}$

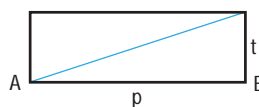
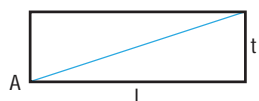
$= \sqrt{p^2 + l^2}$

❖ $F^2 = \ ^2 + F^2$

$F = \sqrt{\ ^2 + F^2}$

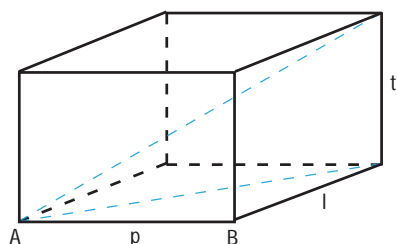
$= \sqrt{p^2 + t^2}$

❖ $^2 = \ ^2 + \ ^2$

$= \sqrt{\ ^2 + \ ^2}$

$= \sqrt{l^2 + t^2}$

Dengan demikian, kamu peroleh bahwa panjang diagonal sisi pada suatu balok ***tidak sama***, bergantung pada letak diagonal sisi tersebut.

ia onal uan

Balok pun memiliki diagonal ruang. Bagaimanakah cara menghitung diagonal ruang suatu balok? Perhatikan balok berikut.

Pada balok tersebut, merupakan contoh diagonal ruang pada balok . *F* . Panjang diagonal ruang dapat kamu tentukan sebagai berikut.

$$^2 = \; ^2 + \; ^2$$

$$= \sqrt{\; ^2 + \; ^2}$$

merupakan diagonal sisi balok . *F* . Nilai dari ^{2} adalah $^2 = \; ^2 + \; ^2 = p^2 + l^2$.

Sehingga,

$$= \sqrt{\; ^2 + \; ^2}$$

$$= \sqrt{(p^2 + l^2) + t^2}$$

$$= \sqrt{\; ^2 + \; ^2 + \; ^2}$$

Jadi, panjang diagonal ruang adalah $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$ dengan p, l, dan t berturut-turut adalah panjang, lebar dan tinggi balok . *F* . Apakah semua diagonal ruang pada suatu balok sama panjang? Coba kamu temukan panjang diagonal-diagonal ruang yang lain.

> Diagonal-diagonal sisi balok tidak sama panjang. kan tetapi, diagonal-diagonal ruangnya sama panjang.

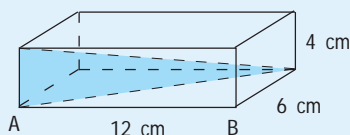
Contoh Soal 7.9

Diketahui panjang, lebar, dan tinggi balok . *F* berturut-turut adalah 12 cm, 6 cm, dan 4 cm. Tentukanlah:

a. panjang diagonal sisi ;
b. panjang diagonal ruang ;
c. keliling Δ ;
d. luas Δ .

Penyelesaian :

a. Oleh karena Δ siku-siku di maka

$$^2 = \ ^2 + \ ^2$$
$$= \sqrt{\ ^2 + \ ^2}$$
$$= \sqrt{12^2 + 6^2}$$
$$= \sqrt{144 + 36}$$
$$= \sqrt{180}$$
$$= 6\sqrt{5}$$

Jadi, panjang diagonal sisi adalah $6\sqrt{5}$ cm.

b. Oleh karena Δ siku-siku di maka

$$^2 = \ ^2 + \ ^2$$
$$= \sqrt{\ ^2 + \ ^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + (6\sqrt{5})^2}$$
$$= \sqrt{16 + 180}$$
$$= \sqrt{196}$$
$$= 14$$

Jadi, panjang diagonal ruang adalah 14 cm.

c. Keliling Δ $= \ + \ +$

$$= 4 + 6\sqrt{5} + 14$$
$$= 18 + 6\sqrt{5}$$
$$= 6(3 + \sqrt{5})$$

Jadi, keliling Δ adalah $6(3 + \sqrt{5})$ cm.

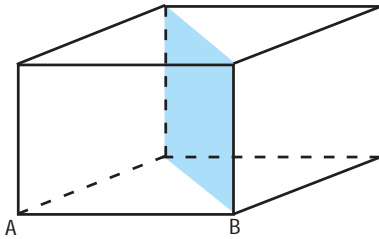
d. Oleh karena Δ siku-siku di maka

Luas Δ $= \frac{1}{2} \times \ \times$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} \times 4$$
$$= 12\sqrt{5}$$

Jadi, luas Δ adalah $12\sqrt{5}$ cm^2.

b. i ang iag na

Perhatikan balok berikut.

Pada balok . F , dibuat sebuah bidang F . Bidang F ini adalah salah satu *bidan dia onal* yang terdapat pada balok . F . Coba kamu temukan bidang-bidang diagonal lainnya yang terdapat pada balok tersebut.

Contoh Soal 7.10

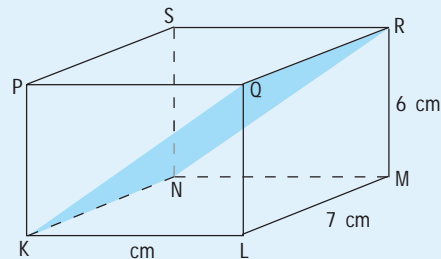
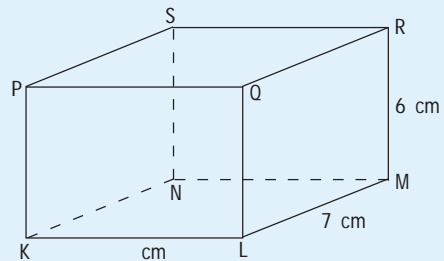
Perhatikan balok di samping.

a. Lukislah bidang .

b. Hitunglah keliling bidang .

c. Hitunglah luas bidang .

Penyelesaian :

a. Lukisan bidang dapat kamu lihat pada gambar berikut.

b. Untuk menemukan keliling , kamu harus menentukan panjang dan panjang terlebih dahulu.

- $^2 = {}^2 + {}^2$

$= \sqrt{{}^2 + {}^2}$

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$

$= \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$

Oleh karena panjang = panjang maka

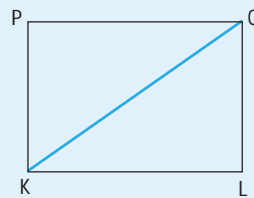
Keliling = + + +

= 10 + 7 + 10 + 7

= 2(10) + 2(7)

= 20 + 14

= 34

Jadi, keliling bidang adalah 34 cm.

- Luas bidang adalah sebagai berikut.

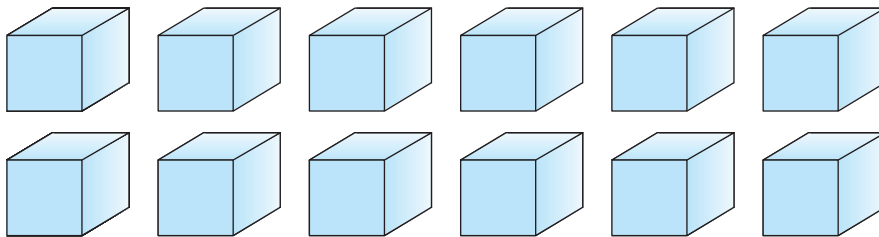
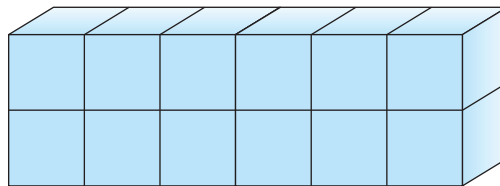
  Luas = $\times$

  = 10×7

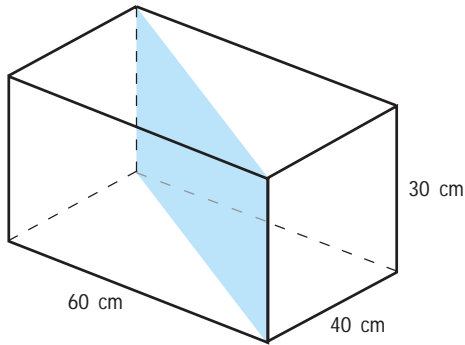
  = 70

  Jadi, luas bidang adalah 70 cm^2.

Latihan 7.12

1. Misalnya, kamu akan membuat sebuah balok dengan menggunakan 12 kubus satuan berikut.

   Salah satu model balok yang dapat kamu buat tampak pada gambar berikut.

   Carilah model-model balok yang lain yang dapat dibuat oleh 12 kubus satuan tersebut.

2. Hitunglah panjang diagonal sisi dan diagonal ruang pada setiap model balok yang kamu buat pada soal nomor 1.
3. Ukuran sebuah balok . F adalah = 5 cm, = 4 cm, dan = 6 cm.
   a. Hitunglah panjang diagonal sisi .
   b. Hitunglah panjang diagonal ruang .
   c. Misalnya, titik P terletak di tengah-tengah . Hitunglah panjang P.
4. Sebuah kotak pensil berbentuk balok . F dengan ukuran = 18 cm, = 6 cm, dan = 3 cm.
   a. Apakah pensil sepanjang 20 cm dapat dimasukkan ke dalam kotak pensil tersebut?
   b. Misalnya, titik P terletak pada rusuk dengan P = 6 cm. Adapun titik terletak di tengah-tengah rusuk . Hitunglah panjang ruas garis P .
   c. Hitunglah panjang ruas garis P dan apabila titik terletak di tengah-tengah rusuk .

5.

Seorang tukang kayu membuat kotak tanpa tutup berbentuk balok. Panjang, lebar, dan tinggi kotak tersebut berturut-turut adalah 60 cm, 40 cm, dan 30 cm. Kotak tersebut kemudian dilengkapi sekat seperti tampak pada gambar di samping.

a. Tentukan ukuran sekat pada kotak tersebut.

b. Tentukan luas sekat tersebut.

4. Luas Permukaan Balok

Luas permukaan balok dapat kamu peroleh melalui rumus luas permukaan prisma. Misalnya, panjang, lebar, tinggi, dan luas permukaan balok berturut-turut adalah p, l, t, dan .

$= (2 \times \text{luas alas}) + (\text{keliling bidang alas} \times \text{tinggi})$

$= \{2 \times (p \times l)\} + \{2(p + l) \times t\}$

$= 2pl + 2pt + 2lt$

$= 2pl + 2lt + 2pt$

$= 2(pl + lt + pt)$

Ingat Kembali

- Luas alas balok = $p \times$ l
- Keliling bidang alas balok $= 2p + 2l = 2(p + l)$

> Luas permukaan (L) suatu balok dengan panjang p, lebar l, dan tinggi t adalah $L = 2(pl + lt + pt)$.

Latihan 7.13

1. Satu lusin sabun mandi berbentuk balok. Ukuran setiap sabun 10 cm × 5 cm × 4 cm. Sabun-sabun tersebut akan diatur dalam empat baris memanjang tanpa ditumpuk dan dimasukkan dalam satu kotak berbentuk balok. Tentukan luas permukaan minimal kotak tersebut.

2. Luas sisi suatu balok berturut-turut adalah 96 cm^2, 72 cm^2, dan 48 cm^2. Tentukan panjang, lebar, dan tinggi balok tersebut.

3. Suatu balok berukuran 10 cm × 6 cm × 8 cm tersusun atas kubus-kubus satuan. Panjang sisi setiap kubus satuan adalah 2 cm × 2 cm. Balok tersebut akan dicat pada sisi luarnya.
   a. Tentukan banyaknya kubus satuan seluruhnya!
   b. Hitung banyak kubus satuan yang terkena cat pada kedua sisinya.
   c. Berapa kubus satuankah yang tidak akan terkena cat?

4. Intan akan membungkus kadonya dengan kertas kado. Kado intan berbentuk balok berukuran 20 cm × 10 cm × 12 cm. Tentukan luas kertas kado minimal yang digunakan untuk membungkus kado tersebut.
5. Ruang kelas VIII berbentuk balok dengan ukuran 10 m × 6 m × 4 m. Dinding pada ruang kelas akan dicat. Setiap 30 m² dinding diperlukan 1 kg cat. Berapa cat yang digunakan untuk mengecat ruang kelas VIII?

---

5. olume Balok

Seperti halnya kubus, volume balok dapat kamu tentukan dengan menggunakan rumus umum volume prisma. Misalnya, panjang, lebar, tinggi, dan volume suatu balok berturut-turut adalah p, l, t, dan .

= luas alas × tinggi

$= (p \times l) \times t$

$= p \times l \times t$

> Volume ( ) suatu balok dengan panjang p, lebar l, dan tinggi t adalah
> $= p \times l \times t$.

Contoh Soal 7.11

Misalnya, panjang, lebar, dan tinggi suatu balok berturut-turut adalah 8 cm, 6 cm, dan 5 cm.

a. Tentukan luas permukaan balok tersebut.

b. Tentukan volume balok tersebut.

Penyelesaian :

Misalnya, panjang balok (p) = 8 cm, lebar balok (l) = 6 cm, dan tinggi balok (t) = 5 cm.

a. $= 2(pl + lt + pt)$

$= 2\{(8 \times 6) + (6 \times 5) + (8 \times 5)\}$

$= 2\{48 + 30 + 40)$

$= 2(118)$

$= 236$

Jadi, luas permukaan balok tersebut adalah 236 cm².

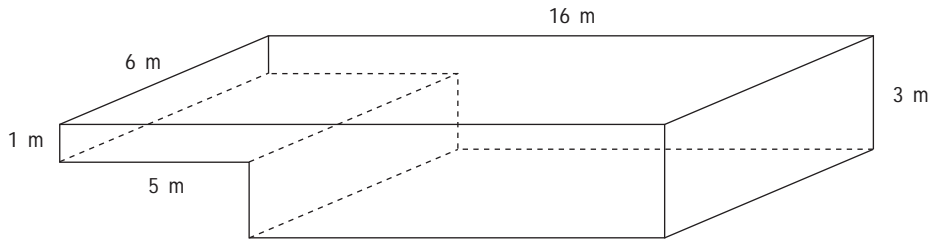
b. $= p \times l \times t$

$= 8 \times 6 \times 5$

$= 240$

Jadi, volume balok tersebut 240 cm³.

Latihan 7.14

1. Alas suatu kerangka model prisma tegak segi empat berbentuk persegi panjang. Panjang, lebar, dan tinggi prisma tersebut berturut-turut adalah 12 cm, 10 cm, dan 15 cm.
   a. Tentukan luas permukaan model prisma tersebut.
   b. Tentukan panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka model prisma tersebut.
2. Misalnya, suatu balok mempunyai ukuran panjang 10 cm, lebar 8 cm, dan tinggi 6 cm. Tentukan volume balok yang terbentuk apabila panjang, lebar, dan tinggi balok tersebut dikurangi setengahnya.
3. Permukaan suatu kolam renang berbentuk persegi panjang dengan panjang 16 m dan lebar 6 m. Kolam tersebut terdiri atas dua bagian, yaitu bagian yang dangkal dan bagian yang dalam. Bagian yang dangkal memiliki kedalaman 1 m. Adapun bagian yang dalam memiliki kedalaman 3 m. Berapa liter air yang diperlukan untuk memenuhi kolam renang tersebut? (1 liter = 1 dm^3)

4. Kolam renang Pak Waimena berbentuk balok dengan ukuran 3 m × 2 m × 1,5 m. Kolam tersebut diisi air dengan menggunakan pipa yang debitnya 450 per menit. Berapa menitkah waktu yang digunakan untuk mengisi kolam tersebut sampai penuh.
5. Volume sebuah kubus sama dengan volume sebuah balok yang memiliki ukuran 12 dm × 8 dm × 6 dm.
   a. Tentukan volume kubus.
   b. Tentukan panjang rusuk kubus.

. Limas

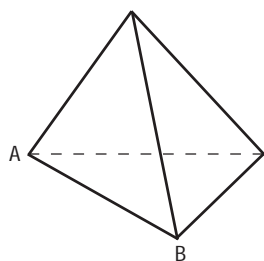
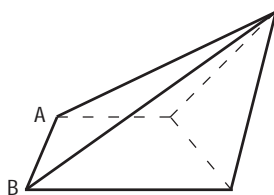
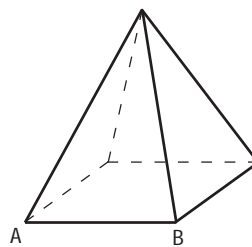
Perhatikan gambar rumah di samping. Berbentuk apakah atap rumah pada gambar tersebut? Atap rumah pada gambar tersebut berbentuk limas. Apakah pengertian limas?

Limas adalah sebuah bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah daerah segi banyak dan daerah segitiga.

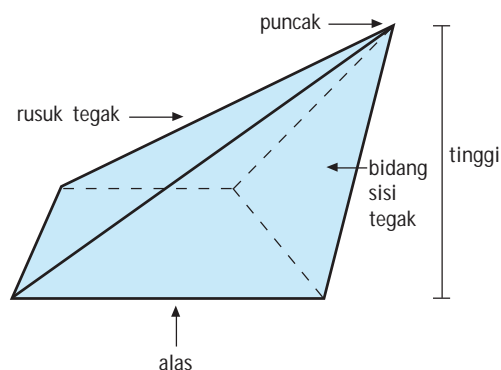
Alas limas berupa segi banyak tersebut, sedangkan puncak limas merupakan sebuah titik yang terletak di luar daerah segi banyak tersebut.

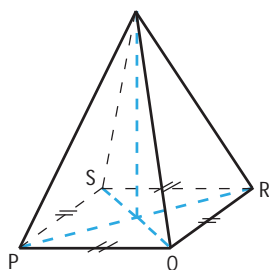
Sumber: www.images.worldofstock.com

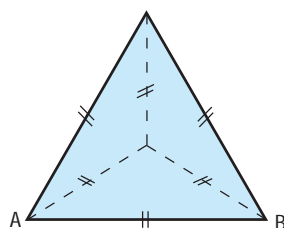
Gambar 7.3
tap bangunan yang berbentuk limas.

Sebuah limas yang mempunyai puncak dengan alas berupa daerah segitiga ditulis sebagai limas . . Contoh-contoh limas dapat kamu lihat pada gambar berikut.

Limas tegak segitiga .AB .

Limas segi empat .AB .

Limas segi empat beraturan .AB .

1. nsur- nsur pada Limas

Unsur-unsur yang terdapat pada limas antara lain sebagai berikut.

- Daerah segi banyak, kemudian dinamakan *bidan alas* atau disebut juga *alas.*
- Daerah-daerah segitiga, kemudian dinamakan *bidan -bidan sisi te ak* atau disebut juga *sisi te ak*.
- Titik sudut persekutuan puncak-puncak segitiga, kemudian dinamakan *titik puncak* .
- Rusuk-rusuk yang melalui puncak limas, kemudian dinamakan *rusuk te ak* .
- Jarak dari puncak limas ke bidang alas dinamakan *tin i*.

Perhatikan limas .*P S* berikut.

Alas limas .*P S* berupa daerah persegi. Proyeksi titik puncak pada bidang alas *P S*, yaitu '. Bila kamu perhatikan, letak proyeksi pada bidang alas *P S* (') berimpit dengan titik pusat bidang alasnya. Limas yang seperti itu dinamakan *limas se i empat beraturan* . Pada limas segi empat beraturan, bidang sisi tegak limas merupakan daerah segitiga samakaki yang saling kongruen dengan rusuk-rusuk tegak yang juga saling kongruen.

Limas segi-*n* beraturan adalah limas dengan alas berupa daerah segi-*n* beraturan dan proyeksi titik puncak pada bidang alas berimpit dengan titik pusat bidang alasnya.

Limas segitiga sering juga disebut *bidan empat* karena dibatasi oleh empat daerah segitiga. Bidang empat yang semua rusuknya saling kongruen dinamakan *bidan empat beraturan*.

Latihan 7.15

1. Diberikan sebuah limas segi lima. Tentukan:
   a. banyak titik sudutnya,
   b. banyak sisinya, dan
   c. banyak rusuknya.
2. Tentukan banyak titik sudut, rusuk, dan sisi dari:
   a. limas segitiga
   b. limas segi empat, dan
   c. limas segi lima.
3. Tentukan banyak titik sudut, rusuk, dan sisi dari lima segi-n.
4. Dari jawaban soal nomor 2 dan nomor 3, hal apakah yang dapat kamu simpulkan?
5. Jika nilai n suatu limas segi-n mendekati tak terhingga, bangun apakah yang akan terbentuk?

2. Melukis Limas

Langkah-langkah untuk melukis limas segi empat dapat kamu pelajari pada kegiatan berikut.

Eksplorasi 7.3

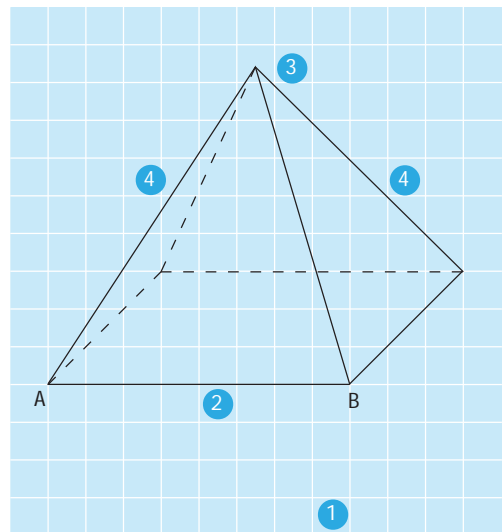
Tujuan:

Memahami langkah-langkah melukis limas segi empat.

Kegiatan:

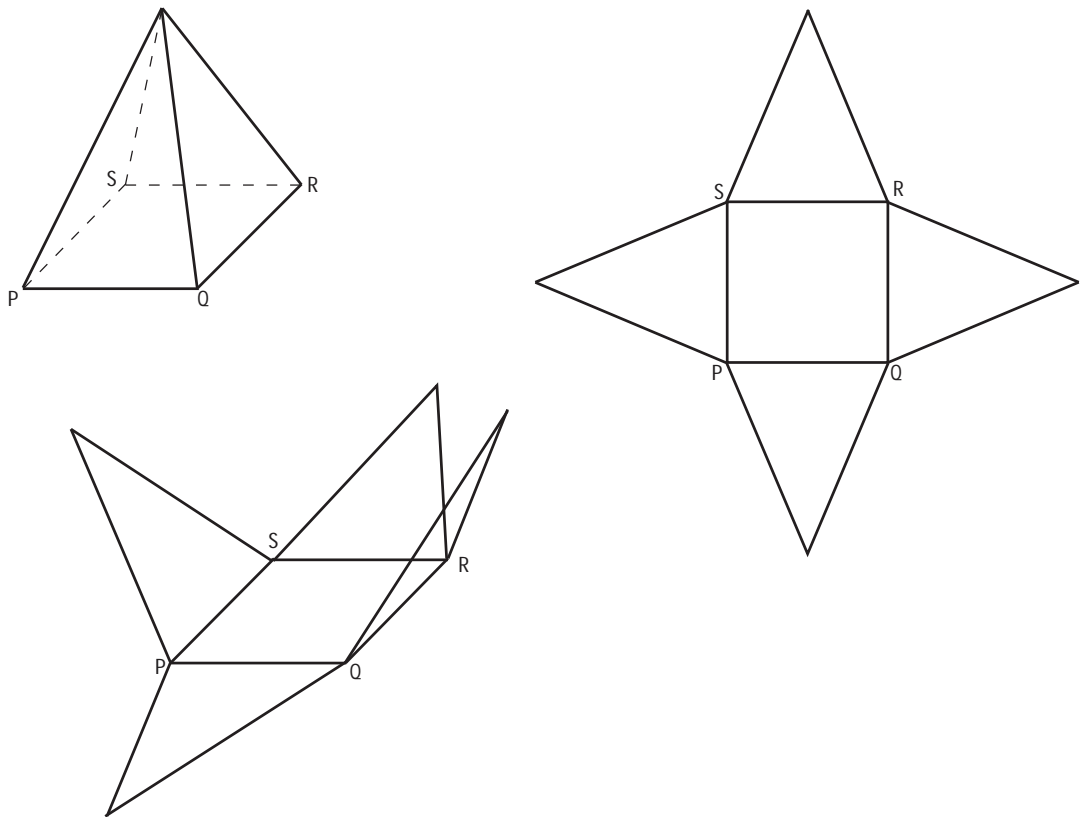
1. Sediakan kertas berpetak dengan ukuran 14 satuan × 13 satuan.
2. Lukislah daerah segi empat sebagai alas limas dengan ukuran satuan × 3 satuan.
3. Lukislah titik puncak limas segi empat tersebut.
4. Lengkapilah gambar tersebut dengan rusuk-rusuk tegak limas. Gunakan garis putus-putus untuk melukiskan rusuk yang seharusnya tidak tampak.

Pertanyaan:

Berhasilkah kamu melukis limas .*AB*

Latihan 7.16

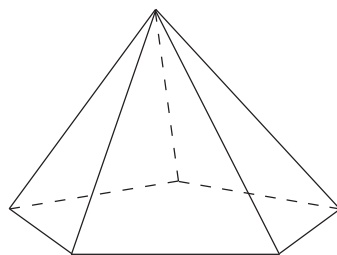
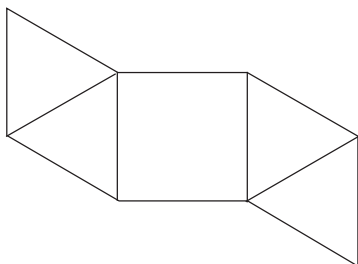
1. Lukislah tiga limas yang berbeda bentuk dan ukurannya pada kertas berpetak.
2. Lukislah tiga limas segi empat dengan posisi yang berbeda.
3. Lukislah tiga limas segitiga pada kertas berpetak.
4. Lukislah dua limas segi empat beraturan dengan posisi yang berbeda pada kertas berpetak.
5. Lukislah limas segi lima pada kertas berpetak.

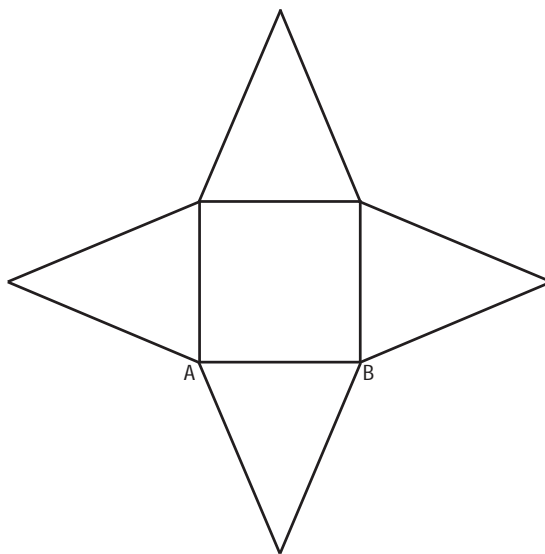
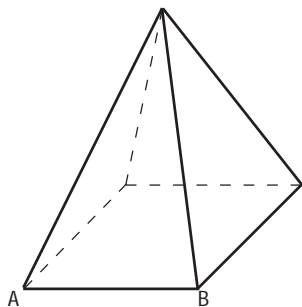
3. aring- aring Limas

Sebuah model limas . *P S* yang terbuat dari karton diiris pada sepanjang rusuk-rusuk *P*, , , dan *S*. Kemudian, limas yang telah diiris tersebut kamu bentangkan. Kamu akan memperoleh jaring-jaring limas .*P S* seperti gambar berikut.

Jika kamu mengiris model limas segi empat .*P S* dengan cara yang lain maka kamu akan memperoleh jaring-jaring limas yang berbeda pula. Cobalah kamu temukan bentuk jaring-jaring limas yang lain bersama teman-temanmu.

Latihan 7.17

1. Lukislah jaring-jaring limas di samping.

2. Lukislah bangun ruang yang jaring-jaringnya ditunjukkan pada gambar berikut.

4. Luas Permukaan Limas

Luas permukaan limas dapat kamu definisikan sebagai jumlah luas semua sisi limas tersebut. Perhatikan limas . berikut.

Misalnya, adalah luas permukaan limas. Dengan demikian,

= luas □ + (luas Δ + luas Δ + luas Δ + luas Δ)

= luas alas + jumlah luas segitiga bidang sisi tegak.

Luas permukaan limas = luas alas + jumlah luas segitiga bidang sisi tegak.

Contoh Soal 7.12

Limas segi empat beraturan . mempunyai alas berbentuk persegi dengan panjang sisi 10 cm. Tentukan luas permukaan limas tersebut jika panjang rusuk-rusuk tegaknya adalah 13 cm.

Penyelesaian :

Diketahui:

= 10 cm dan = 13 cm.

- Luas □ = ×

  = 10 × 10

  = 100

  Jadi, luas □ adalah 100 cm^2.

- Misalnya, adalah garis tinggi Δ . Maka, berlaku hubungan berikut.

  $^2 = \; ^2 - \; ^2$

  $= 13^2 - 5^2$

  $= 169 - 25$

  $= 144$

  $= \sqrt{144}$

  $= 12$

  Dengan demikian,

  Luas Δ $= \frac{1}{2} \times \quad \times$

  $= \frac{1}{2} \times 10 \times 12$

  $= 60$

  Jadi, luas Δ adalah 60 cm^2.

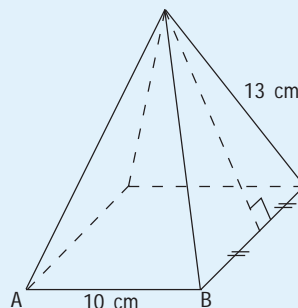
- Luas permukaan limas . = luas □ + (luas Δ + luas Δ + luas Δ + luas Δ)

  = luas □ + (4 × luas Δ)

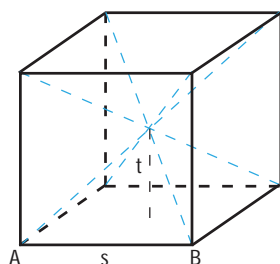
  = 100 + (4 × 60)

  = 100 + 240

  = 340

  Jadi, luas permukaan limas . adalah 340 cm^2.

Latihan 7.18

1. Alas sebuah berbentuk persegi dengan 10 cm. Adapun tinggi limas 12 cm.
   a. Tentukan luas sisi tegak limas.
   b. Tentukan luas permukaan limas.
2. Alas sebuah limas berbentuk persegi panjang berukuran 18 cm × 10 cm. Jika luas permukaan limas 564 cm^2, tentukan tinggi limas tersebut.
3. Misalnya, sebuah model limas tegak segi empat terbuat dari bahan karton. Alas model limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang rusuk 6 cm dan panjang rusuk tegaknya 5 cm. Tentukan luas karton yang diperlukan untuk membuat model limas tersebut.
4. Diketahui, suatu limas segi empat beraturan. Panjang rusuk-rusuk tegak limas tersebut adalah 10 cm. Tentukan luas permukaan limas tersebut apabila panjang rusuk alasnya 16 cm.
5. Panjang rusuk alas suatu limas segi empat beraturan adalah 16 cm. Tentukan tinggi limas tersebut apabila panjang rusuk sisi tegaknya adalah 10 cm.

5. olume Limas

Perhatikan gambar di samping. Diagonal-diagonal kubus . F berpotongan di titik sehingga membentuk enam limas segi empat beraturan dengan puncak . Limas-limas tersebut antara lain limas . , limas . F , limas . F, limas . , limas . F , dan limas . . Setiap limas tersebut memiliki alas persegi dengan tinggi limas adalah setengah tinggi rusuk kubus. Berdasarkan hal tersebut, kamu peroleh hubungan berikut.

Volume kubus . F = volume limas . + volume limas . F + volume limas . F + volume limas . + volume limas . F + volume limas .
= 6 × volume limas .

Dengan kata lain,

volume limas . $= \frac{1}{6} \times$ volume kubus . F

$= \frac{1}{6} \times (s \times s \times s)$

$= (s \times s) \times \frac{1}{6} \times s$

$= (s \times s) \times \frac{1}{6} \times (2t)$

$= (s \times s) \times \frac{1}{3} \times t$

$$= \frac{1}{3} \times (s \times s) \times t$$

$$= \frac{1}{3} \times \text{luas } \square \qquad \times t$$

$$= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

Dengan demikian,

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

Contoh Soal 7.13

Diketahui, panjang rusuk alas limas segi empat beraturan adalah $\sqrt{30}$ cm. Adapun volume limas tersebut adalah 150 cm³. Tentukanlah:

a. tinggi limas;
b. panjang rusuk tegak limas.

Penyelesaian :

a. Volume limas $= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$

$$150 = \frac{1}{3} \times (\sqrt{30} \times \sqrt{30}) \times$$

$$= \frac{1}{3} \times 30 \times$$

$$= \frac{150 \times 3}{30}$$

$$= 15$$

Jadi, tinggi limas tersebut adalah 15 cm.

b. Perhatikan kembali limas .
Pada limas tersebut, Δ siku-siku di sehingga,

$$^2 = \; ^2 + \; ^2$$

$$= \left(\sqrt{30}\right)^2 + \left(\sqrt{30}\right)^2$$

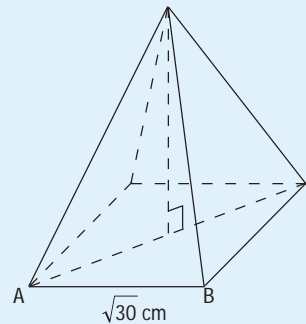
$$= 30 + 30$$

$$= 60$$

$$= \sqrt{60}$$

$$= 2\sqrt{15}$$

Δ siku-siku di sehingga,

$$^2 = \; ^2 + \; ^2$$

Oleh karena $= \frac{1}{2} \quad = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{15} = \sqrt{15}$ maka

$^2 = \quad ^2 + \quad ^2$

$= \left(\sqrt{15}\right)^2 + 15^2$

$= 15 + 225$

$= 240$

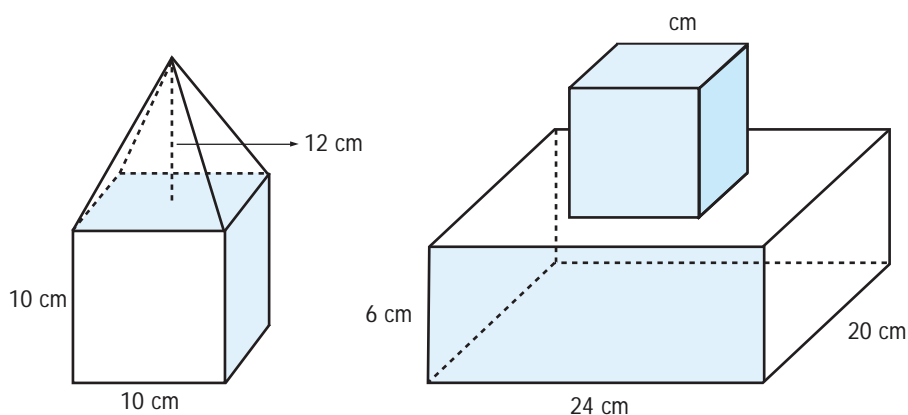
$= \sqrt{240}$

$= 4\sqrt{15}$

Jadi, panjang rusuk tegak limas tersebut adalah $4\sqrt{15}$ cm.

Latihan 7.19

1. Tentukan luas alas limas segi empat beraturan yang mempunyai tinggi 6 cm dengan volume 72 cm^3.
2. Hitunglah volume limas segitiga beraturan . jika diketahui $= 4a$ cm dan $= 2a$ cm.
3. Alas limas berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi 20 cm, 16 cm, dan 12 cm. Jika tinggi limas 15 cm, tentukan volume limas tersebut.
4. Alas sebuah limas berbentuk jajargenjang dengan panjang 12 cm. Adapun tinggi jajargenjang tersebut adalah 10 cm. Tentukan tinggi limas apabila volume limas tersebut adalah 600 cm^3.
5. Tentukan volume benda-benda berikut.

Info Matematika

Bentuk adu Tidak Hanya Kubus

KAM tentu pernah bermain monopoli atau ular tangga. Kedua permainan tersebut menggunakan dadu untuk menentukan banyak langkah pemain.

Dahulu, dadu terbuat dari tulang pergelangan kaki he an. kan tetapi, kini dadu telah dapat dibuat dari beragam bahan, seperti kayu, logam, batu-batuan, plastik, hingga gading gajah. Dadu tertua yang diketahui berusia sekitar 5000 tahun. Dadu tersebut ditemukan di daerah Iran.

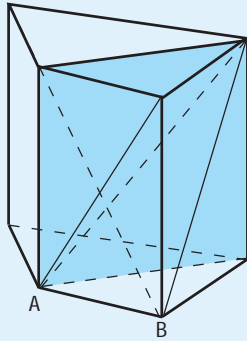
Sumber: *www.warehouse .com*

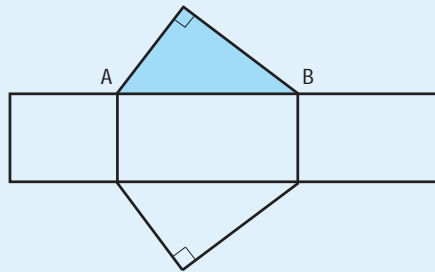
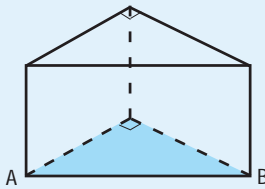
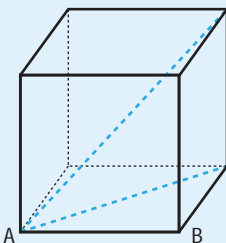
Pada umumnya, bentuk dadu adalah kubus. Bilangan-bilangan satu hingga enam ditempatkan sedemikian rupa pada keenam sisi kubus tersebut. amun, seiring dengan berkembangnya peradaban, para pembuat dadu mulai mengembangkan kreativitas mereka. Hasilnya, kini banyak ditemukan bentuk-bentuk dadu yang bukan kubus, misalnya prisma dan limas.

 kan tetapi, tentu saja apabila kamu ingin bermain monopoli atau ular tangga kamu tetap harus menggunakan dadu yang berbentuk kubus.

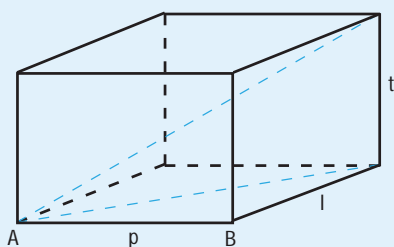
Sumber: *www.wikipedia.org*

Rangkuman

1. Prisma adalah bangun datar yang dibatasi oleh dua bidang sejajar yang saling kongruen dan beberapa bidang lain yang memotong kedua bidang tersebut menurut garis-garis sejajar.
2. Unsur-unsur sebuah prisma antara lain sebagai berikut.

Bidang *AB* dinamakan *bidang alas*, sedangkan bidang dinamakan *bidang atas*.
Bidang *AB* *B* , dan *A* dinamakan *bidang sisi tegak*.
Garis *A* dinamakan *diagonal ruang*.
Bidang *A* dinamakan *bidang diagonal*.
Prisma diberi nama sesuai dengan bentuk bidang alasnya.

3. aring-jaring suatu bangun ruang adalah suatu pola gambar dimensi dua yang dapat digunakan untuk membentuk suatu bangun ruang.

Prisma *AB* . diiris sepanjang rusuk *A* *B* dan kemudian dibuka, maka diperoleh jaring-jaring prisma seperti pada gambar.
4. Luas permukaan prisma merupakan jumlah luas semua sisi prisma.
L = (2 × luas alas) + (keliling bidang alas × tinggi) dengan L luas permukaan prisma.
5. Volume prisma, = luas alas × tinggi.
6. Kubus merupakan suatu prisma segi empat beraturan yang semua sisinya berbentuk persegi.

7. Kubus memiliki 12 rusuk, antara lain *AB* *B* dan *A* . Kubus memiliki enam sisi berbentuk persegi yang kongruen, antara lain bidang *AB* dan *B* . uas garis *A* dinamakan diagonal sisi. Panjang diagonal sisi kubus adalah $s\sqrt{2}$. Bidang *A* dinamakan bidang diagonal, yaitu bidang yang dibatasi oleh dua rusuk sejajar dan dua diagonal bidang yang sejajar.

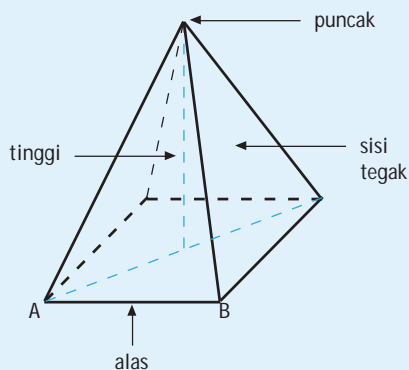
. Luas permukaan kubus = $6s^2$, dengan s adalah panjang rusuk kubus.

. Volume kubus dengan panjang rusuk s adalah = s^3.

10. Balok adalah suatu prisma segi empat yang bidang alasnya berbentuk persegi panjang.
11. Unsur pada balok hampir sama seperti pada kubus hanya bentuk dan ukurannya yang berbeda.

    Panjang rusuk balok = $4(p + l + t)$.

    Panjang diagonal sisi balok tidak sama panjang.
12. Luas permukaan balok = $2(pl + pt + lt)$, dengan p = panjang balok, l = lebar balok dan t = tinggi balok.
13. Volume balok = panjang balok × lebar balok × tinggi balok.
14. Limas adalah suatu bangun yang dibatasi oleh sebuah daerah segi banyak dan beberapa daerah segitiga.
15. Daerah segi banyak dinamakan alas. Daerah-daerah segitiga dinamakan sisi tegak. Titik persekutuan puncak segitiga dinamakan titik puncak. usuk yang melalui puncak dinamakan rusuk tegak.
16. Luas permukaan limas,

    L = luas alas + jumlah luas segitiga sisi tegak.
17. Volume limas

    $= \frac{1}{3} \times$ luas alas limas × tinggi limas.

Tugas Proyek 2

Tujuan: Penerapan garis singgung lingkaran pada astronomi.

Alokasi waktu: 2 minggu

Kegiatan:

1. Pelajarilah proses terjadinya gerhana matahari atau gerhana bulan.
2. Temukanlah hubungan antara garis singgung lingkaran dengan jalannya sinar pada peristi a gerhana.
3. Buatlah laporan singkat mengenai hasil penelusuranmu.

Soal Akhir Bab II

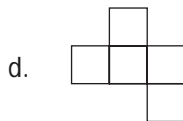
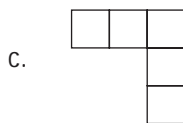
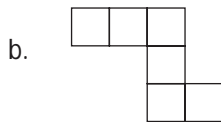
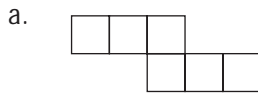
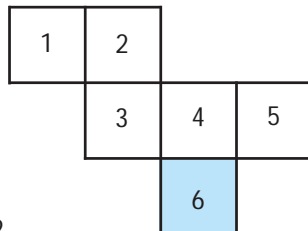
A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Di antara gambar berikut yang merupakan jaring-jaring kubus adalah ....

   a.

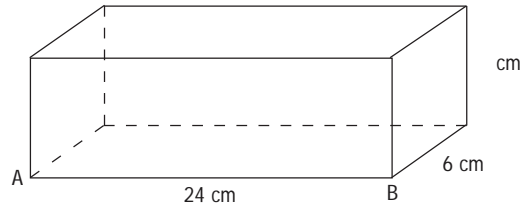
   b.

   c.

   d.

2. Gambar berikut adalah gambar jaring-jaring kubus. ika persegi nomor 6 dijadikan alas maka yang menjadi tutup kubus adalah persegi nomor ....

   a. 1
   b. 2
   c. 3
   d. 4

3. Luas permukaan (tanpa alas dan tutup) dari prisma tegak yang tingginya h dan keliling alasnya A adalah ....

   a. $\frac{A}{h}$ c. $\frac{A \times h}{2}$

   b. $A \times h$ d. $\frac{h}{A}$

4. Panjang pada gambar berikut adalah ....

   a. 32 cm c. 26 cm
   b. 30 cm d. 25 cm

5. Volume prisma dengan luas alas a dan tinggi b adalah ....

   a. $\frac{1}{2}ab$ c. $\frac{1}{4}ab$

   b. $\frac{1}{3}ab$ d. ab

6. las suatu prisma tegak segitiga beraturan adalah segitiga samasisi. Panjang sisi alas dan tinggi prisma tersebut adalah 6 cm. Volume prisma tersebut adalah ....

   a. $1 \sqrt{3}$ cm³ c. $36\sqrt{3}$ cm³
   b. $27\sqrt{3}$ cm³ d. $54\sqrt{3}$ cm³

7. Diketahui prisma tegak segitiga beraturan. ika sisi segitiga beraturan tersebut adalah 4 cm dan tinggi prisma adalah cm maka volume prisma tersebut adalah ....

   a. $4\sqrt{3}$ cm³ c. $16\sqrt{3}$ cm³
   b. $\sqrt{3}$ cm³ d. $32\sqrt{3}$ cm³

8. Volume prisma tegak segi empat beraturan dengan tinggi 10 cm dan sisi alas 3 cm adalah ....

   a. 30 cm³ c. 300 cm³
   b. 120 cm³ d. 0 cm³

9. Diketahui, prisma tegak segitiga beraturan. ika sisi alas prisma adalah 6 cm dan tinggi prisma adalah 10 cm maka volume prisma adalah ....

a. $0\sqrt{3}$ cm³ c. $70\sqrt{3}$ cm³
b. $0\sqrt{3}$ cm³ d. $60\sqrt{3}$ cm³

10. Diketahui, balok dengan panjang 6 cm, lebar 4 cm dan tinggi 3 cm. Volume balok adalah ....
a. 42 cm³ c. 62 cm³
b. 52 cm³ d. 72 cm³

11. ika proyeksi puncak limas jatuh tegak lurus tepat di tengah bidang alas maka limas tersebut merupakan ....
a. limas miring
b. limas tegak
c. limas segitiga beraturan
d. limas segi empat beraturan

12. Suatu limas segi empat beraturan memiliki panjang sisi alas 5 cm. dapun tinggi segitiga sisi limas adalah 12 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah ....
a. 45 cm² c. 5 cm²
b. 75 cm² d. 145 cm²

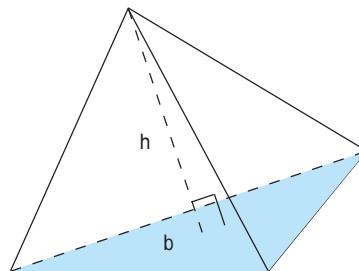
13. Diketahui, panjang sisi alas sebuah limas tegak segi empat beraturan adalah 4 cm. dapun tinggi segitiga sisinya adalah 10 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah ....
a. 6 cm² c. 76 cm²
b. 6 cm² d. 66 cm²

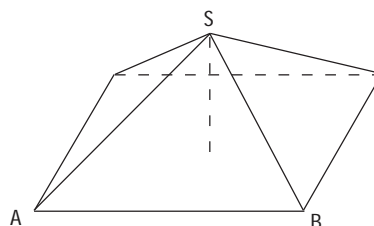
14. Diketahui, panjang sisi limas tegak segi empat beraturan adalah 4 cm. dapun tinggi segitiga sisinya 5 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah ....
a. 26 cm² c. 56 cm²
b. 43 cm² d. 72 cm²

15. Diketahui, limas tegak dengan alas persegi. Sisi alas adalah 12 cm. Tinggi limas adalah cm. Tinggi segitiga sisinya adalah ....
a. cm c. 10 cm
b. cm d. 11 cm

16. Volume limas dengan luas alas p dan tinggi adalah ....
a. p c. $\frac{1}{3}p$
b. $\frac{1}{2}p$ d. $\frac{1}{4}p$

17. Volume limas segi empat beraturan yang panjang sisi alasnya 4 cm dan tingginya cm adalah ....
a. 4 cm³ c. 6 cm³
b. 5 cm³ d. 7 cm³

18. Volume bangun ruang dengan luas alas b dan tinggi h seperti tampak pada gambar berikut adalah ....

a. $= b \times h$
b. $= 3 \times b \times h$
c. $= \frac{1}{2} \times b \times h$
d. $= \frac{1}{3} \times b \times h$

19. Volume bangun ruang seperti tampak pada gambar berikut adalah ....

a. $= S \times AB$
b. $= AB \times B$
c. $= AB \times B \times S$
d. $= \frac{1}{3} \times AB \times B \times S$

20. ika sebuah prisma dan sebuah limas mempunyai alas yang kongruen dan tinggi yang sama maka perbandingan antara volume prisma dan volume limas adalah ....
a. 3 : 1 c. 2 : 1
b. 4 : 1 d. 1 : 1

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Diketahui, tinggi suatu prisma beraturan adalah 10 cm. Tentukan luas permukaan prisma tersebut jika:
   a. alas prisma berupa daerah segitiga samasisi dengan panjang sisi 5 cm
   b. alas prisma tersebut merupakan daerah persegi dengan panjang sisi 6 cm
   c. alas prisma tersebut adalah daerah belah ketupat dengan panjang diagonal 6 cm dan cm.
2. Diketahui, suatu limas segi empat beraturan mempunyai alas berupa daerah persegi dengan luas 36 cm^2. dapun volume limas tersebut 252 cm^3.
   a. Tentukanlah tinggi limas tersebut.
   b. Tentukanlah luas permukaan limas tersebut.
   c. Buatlah sketsa limas tersebut.
3. Diketahui, panjang rusuk alas sebuah limas segi empat beraturan adalah 1 cm. Tinggi bidang sisi tegak limas tersebut 15 cm. Tentukanlah tinggi dan volume limas.
4. Diketahui, panjang rusuk alas suatu limas segi empat beraturan adalah 12 cm. Tinggi limas tersebut adalah cm, tentukanlah:
   a. panjang semua rusuk tegak limas tersebut
   b. volume limas tersebut
   c. luas permukaan limas tersebut.
5. Diketahui sebuah limas segi empat beraturan dan sebuah kubus. Bidang alas limas saling kongruen dengan bidang alas kubus. ika tinggi limas dan panjang rusuk kubus sama besar, tentukanlah perbandingan volume limas dan volume kubus.

E aluasi 2

A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

1. Keliling suatu lingkaran dengan diameter d adalah ....
   a. πd c. $3\pi d$
   b. $2\pi d$ d. $4\pi d$

2. Luas suatu lingkaran dengan diameter d adalah ....
   a. $\frac{1}{4} \times \pi \times d \times d$
   b. $\frac{1}{2} \times \pi \times d \times d$
   c. $\frac{1}{4} \times \pi \times d$
   d. $\frac{1}{2} \times \pi \times d$

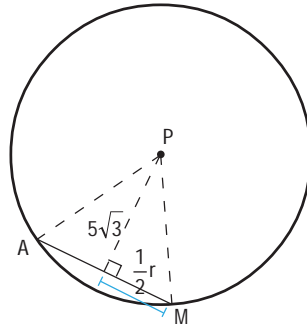
3. ari-jari suatu lingkaran jika keliling lingkaran tersebut 100π cm adalah ....
   a. 30 cm c. 50 cm
   b. 40 cm d. 60 cm

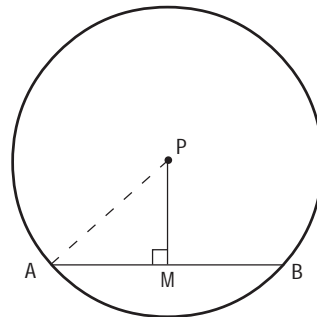
4. Perbandingan jari-jari pada dua lingkaran adalah 2 : 3. ika jari-jari lingkaran kecil 12 cm maka keliling lingkaran besar adalah ....
   a. 1 π cm c. 36π cm
   b. 25π cm d. 50π cm

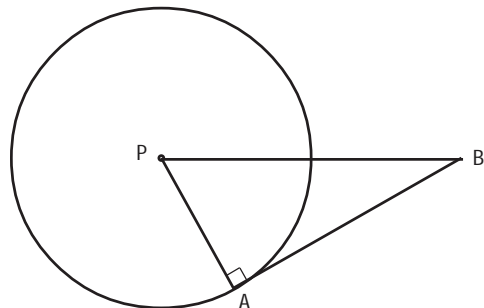
5. ari-jari suatu lingkaran yang luasnya 25π cm^2 adalah ....
   a. 4 cm c. 6 cm
   b. 5 cm d. 7 cm

6. Perbandingan luas dua lingkaran adalah : 25. ari-jari lingkaran kecil adalah 6 cm. ari-jari lingkaran besar adalah ....
   a. cm
   b. cm
   c. 10 cm
   d. 11 cm

7. Perbandingan jari-jari dua lingkaran adalah 4 : 5. dapun luas lingkaran kecil adalah 4 π cm^2. Berapakah luas lingkaran besar
   a. 73π cm^2 c. 75π cm^2
   b. 74π cm^2 d. 76π cm^2

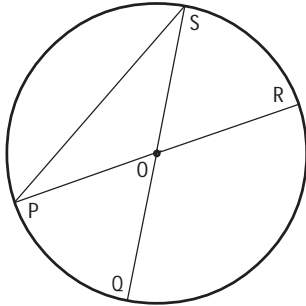
8. Pada gambar berikut diketahui segitiga samasisi *APM*. Panjang *AM* 10 cm. Keliling lingkaran tersebut adalah ....

   a. 16π cm^2 c. 20π cm^2
   b. 1 π cm^2 d. 22π cm^2

9. Perhatikan lingkaran berikut.

   ari-jari *AP* adalah 5 cm dan panjang tali busur *AB* cm. Panjang *PM* adalah ....
   a. 3 cm c. 5 cm
   b. 4 cm d. 6 cm

10. Perhatikan lingkaran dan segitiga siku-siku *APB* berikut.

jari-jari lingkaran PA = 4 cm dan panjang PB sama dengan diameter lingkaran. Panjang AB adalah ....

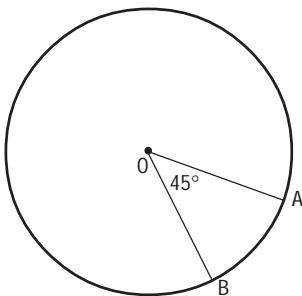
a. $3\sqrt{5}$ cm c. $\sqrt{47}$ cm

b. $\sqrt{46}$ cm d. $4\sqrt{3}$ cm

11. Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar tersebut, jika $\angle SOR = 60°$ maka besar $\angle SPR$ adalah ....

a. 30° c. 0°

b. 60° d. 120°

12. Perhatikan gambar berikut.

ika $\angle AOB = 45°$, OA = dm, dan π = 3,14 maka luas juring AOB adalah ....

a. 6,2 dm^2 c. 50,24 dm^2

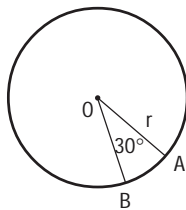
b. 25,12 dm^2 d. 100,4 dm^2

13. Perhatikan gambar di ba ah.
Pada gambar tersebut, panjang busur AB di hadapan sudut 30° adalah ....

a. $30\pi r^2$

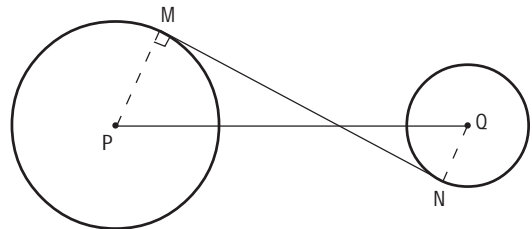
b. $\frac{\pi r^2}{12}$

c. $\frac{\pi r}{6}$

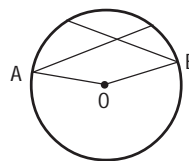
d. $\frac{\pi r}{12}$

14. Misalnya, terdapat dua lingkaran, yaitu lingkaran A dan lingkaran B. Titik terletak pada lingkaran A. dapun titik terletak pada lingkaran B. Panjang garis singgung persekutuan luar adalah 16 cm. ika panjang AB = 20 cm dan panjang B = 4 cm maka panjang A adalah ....

a. 20 cm c. 16 cm

b. 1 cm d. 14 cm

15. Misalnya, panjang PQ = 17 cm, PM = 5 cm, dan panjang QN = 3 cm maka panjang MN adalah ....

a. cm c. 14 cm

b. 12 cm d. 15 cm

16. Perhatikan gambar berikut.

Besar $\angle$ adalah ....

a. $\frac{1}{2}$ $\angle A\ B$

b. $\frac{1}{2}$ $\angle AOB$

c. sama dengan $\angle A\ B$

d. sama dengan $\angle AOB$

17. Volume prisma adalah ....

a. $\frac{1}{2}$ × luas alas × tinggi

b. luas alas × tinggi

c. $\frac{1}{3}$ × luas alas × tinggi

d. $\frac{2}{3}$ × luas alas × tinggi

18. Volume limas adalah ....

a. $\frac{1}{2}$ × luas alas × tinggi

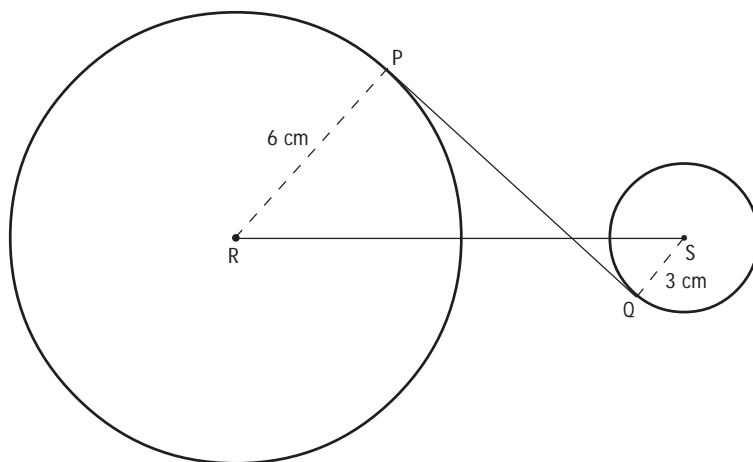
b. luas alas × tinggi

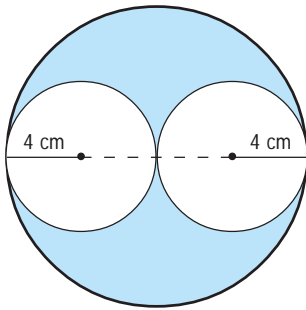
c. $\frac{1}{3}$ × luas alas × tinggi

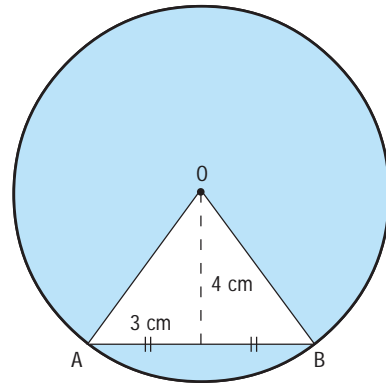
d. $\frac{2}{3}$ × luas alas × tinggi

19. Pada bidang empat beraturan, terdapat ... sisi.
    a. 2 c. 4
    b. 3 d. 5
20. Pada bidang empat beraturan, terdapat ... rusuk.
    a. 4 c. 6
    b. 5 d. 7
21. Pada kubus, terdapat ... rusuk.
    a. c. 12
    b. 10 d. 14
22. Pada kubus, terdapat ... titik sudut.
    a. 6 c. 10
    b. d. 12
23. Pada kubus, terdapat ... sisi.
    a. 4 c. 6
    b. 5 d. 7
24. Pada balok, terdapat ... rusuk.
    a. c. 12
    b. 10 d. 14
25. Pada balok, terdapat ... sisi.
    a. 4 c. 6
    b. 5 d. 7
26. Pada balok, terdapat ... titik sudut.
    a. 6 c. 10
    b. d. 12
27. Pada limas segi enam beraturan, terdapat ... titik sudut.
    a. 5 c. 7
    b. 6 d.
28. Sisi alas sebuah prisma tegak segi empat beraturan adalah 5 cm. dapun tinggi prisma tersebut adalah cm. Luas permukaan prisma adalah ....
    a. 150 cm^2 c. 210 cm^2
    b. 1 0 cm^2 d. 250 cm^2
29. Sisi alas sebuah limas segi empat beraturan adalah 5 cm. dapun tinggi bidang sisinya adalah 12 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah ....
    a. 135 cm^2 c. 145 cm^2
    b. 140 cm^2 d. 150 cm^2
30. Sisi alas sebuah limas segi empat beraturan adalah 4 cm. dapun tingginya cm. Volume limas tersebut adalah ....
    a. 46 cm^3 c. 4 cm^3
    b. 47 cm^3 d. 4 cm^3

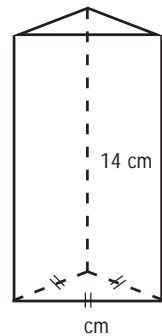
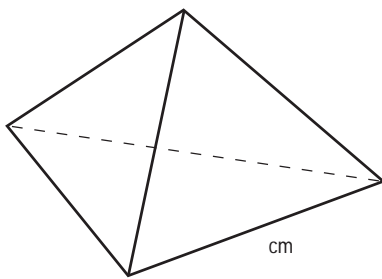
B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

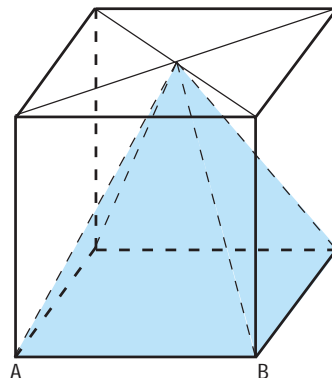
1. Perhatikan gambar berikut

PQ adalah garis singgung persekutuan dua lingkaran. Panjang *PQ* adalah 15 cm. Tentukan panjang *RS*.

2. Perhatikan gambar berikut.

Hitunglah luas daerah yang diarsir pada lingkaran tersebut apabila jari-jari lingkaran kecil 4 cm.

3. Pada gambar di samping, panjang A adalah 3 cm dan luas segitiga ABO adalah 12 cm^2. Hitunglah luas daerah yang diarsir (π = 3,14)

4. Pada sebuah segitiga samasisi, dibuat sebuah lingkaran dalam. Tentukan luas lingkaran dalam segitiga tersebut apabila diketahui panjang sisi segitiga adalah 4 cm.
5. Tentukanlah banyaknya titik sudut, rusuk dan bidang sisi pada bidang empat beraturan.
6. Diketahui kubus dengan panjang rusuk 12 cm. Tentukan luas bidang salah satu bidang diagonalnya.
7. Diketahui balok dengan ukuran panjang 10 cm, lebar 6 cm, dan tinggi 6 cm. Tentukan luas salah satu bidang diagonalnya.
8. Sisi alas pada prisma di samping adalah cm. dapun tingginya 14 cm. Tentukanlah volume prisma tersebut.
9. Hitunglah luas permukaan bidang empat berikut.

14 cm

cm

10. Perhatikan gambar di samping.

    Limas .AB terbentuk di dalam sebuah kubus AB . dengan panjang rusuk 6 cm. Tentukan volume limas .AB tersebut.

E aluasi Akhir

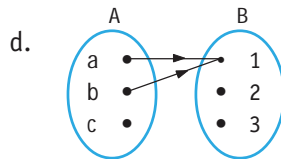
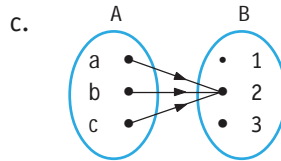
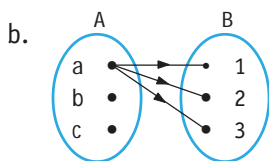
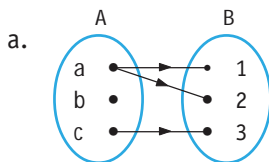
A. Pilihlah jawaban yang tepat pada soal-soal berikut.

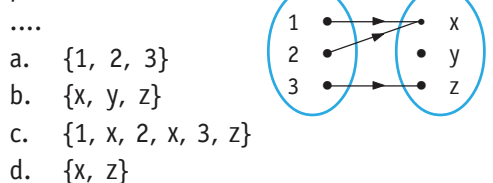
1. Hasil pemfaktoran dari $x^2 + 3x + 2$ adalah ....
   a. $(x + 1)(x + 2)$
   b. $(x - 1)(x + 2)$
   c. $(x + 1)(x - 2)$
   d. $(x - 1)(x - 2)$

2. Hasil perkalian dari suku aljabar $(4x - 5)(x + 5)$ adalah ....
   a. $4x^2 + 15x - 25$
   b. $4x^2 + 15x + 25$
   c. $4x^2 - 15x - 25$
   d. $4x^2 + 5x - 25$

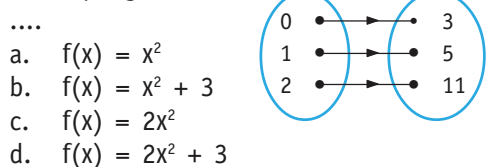
3. Bentuk sederhana dari $\frac{a^2b^3}{a^3b^2}$ dengan $a, b \neq 0$ adalah ....
   a. $\frac{b}{a}$ c. $\frac{2b}{a}$
   b. $\frac{a}{b}$ d. $\frac{b}{2a}$

4. Bentuk sederhana dari $\frac{54x^7y^4z}{27x^6y}$ dengan $x, y \neq 0$ adalah ....
   a. $2xy^3z$ c. $4xy^3z$
   b. $3xy^3z$ d. $5xy^3z$

5. Diagram panah berikut yang merupakan pemetaan adalah ....

   a.
   b.
   c.
   d.
6. Perhatikan diagram panah di bawah. Range pada diagram panah tersebut adalah ....

   a. $\{1, 2, 3\}$
   b. $\{x, y, z\}$
   c. $\{1, x, 2, x, 3, z\}$
   d. $\{x, z\}$

7. Rumus fungsi untuk diagram panah disamping adalah ....

   0 → 3, 1 → 5, 2 → 11

   a. $f(x) = x^2$
   b. $f(x) = x^2 + 3$
   c. $f(x) = 2x^2$
   d. $f(x) = 2x^2 + 3$

8. Banyaknya korespondensi satu-satu antara himpunan $A = \{a, b, c, d\}$ dan himpunan $B = \{1, 2, 3, 4\}$ adalah ....
   a. 4×4
   b. 4^4
   c. 4^2
   d. $4 \times 3 \times 2 \times 1$

9. Garis yang sejajar dengan garis $y = 5x - 4$ adalah ....
   a. $y = 2x - 4$
   b. $5x + y = 12$
   c. $-5x - y = 6$
   d. $5x - y + 3 = 0$

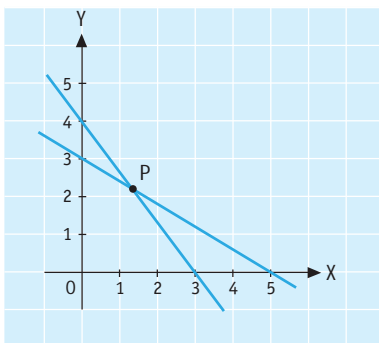
10. Persamaan garis yang melalui titik $(-1, -5)$ dengan gradien tiga adalah ....
    a. $y = 3x + 2$
    b. $3x - y + 2 = 0$
    c. $y = -3x - 2$
    d. $3x - y - 2 = 0$

11. Gradien garis yang melalui titik $P(1, -3)$ dan $Q(3, 7)$ adalah ....
    a. -5 c. $\frac{1}{5}$
    b. 5 d. $-\frac{1}{5}$

12. Persamaan garis yang melalui titik $A(-2, 4)$ dan titik $B(3, -2)$ adalah ....
    a. $-6x + 5y - 8 = 0$
    b. $6x - 5y - 8 = 0$
    c. $6x + 5y - 8 = 0$
    d. $6x + 5y + 8 = 0$

13. Umur Pono saat ini adalah setengahnya dari umur Budi. Enam tahun yang akan datang, umur Pono akan menjadi $\frac{3}{5}$ umur Budi. Umur Pono saat ini adalah ....
    a. 10 tahun c. 12 tahun
    b. 11 tahun d. 13 tahun

14. Himpunan penyelesaian dari $2x + y = 9$ dan $3x + 2y = 13$ adalah ....
    a. $\{(5, 1)\}$ c. $\{(5, -1)\}$
    b. $\{(-5, 1)\}$ d. $\{(-5, -1)\}$

15. Perhatikan grafik berikut. Koordinat titik P adalah ....

    a. $(1, 2)$ c. $\left(\frac{11}{15}, \frac{11}{24}\right)$
    b. $(2, 1)$ d. $\left(\frac{15}{11}, \frac{24}{11}\right)$

16. Pada segitiga siku-siku, panjang sisi siku-sikunya adalah 3 cm dan 4 cm. Panjang sisi miring segitiga siku-siku tersebut adalah ....
    a. 5 cm c. 7 cm
    b. 6 cm d. 8 cm

17. Berikut ini yang merupakan sisi-sisi segitiga siku-siku adalah ....
    a. 6 cm, 8 cm, dan 9 cm
    b. 6 cm, 7 cm, dan 8 cm
    c. 8 cm, 9 cm, dan 10 cm
    d. 6 cm, 8 cm, dan 10 cm

18. Panjang sisi miring sebuah segitiga siku-siku adalah 13 cm. Adapun panjang salah satu sisi siku-sikunya adalah 12 cm. Dengan demikian, panjang sisi siku-siku yang lain adalah ....
    a. 4 cm c. 6 cm
    b. 5 cm d. 7 cm

19. Sisi siku-siku sebuah segitiga adalah 5 cm dan 7 cm. Sisi miring segitiga tersebut adalah ....
    a. 8,6 cm c. 10,6 cm
    b. 9,6 cm d. 11,6 cm

20. Sebuah layang-layang tersangkut di puncak pohon cemara. Panjang benang layang-layang tersebut 800 dm. Benang membentuk sudut 60° dengan tanah. Tinggi pohon adalah ....

    a. $400\sqrt{3}$ dm
    b. 400 dm
    c. $300\sqrt{7}$ dm
    d. $700\sqrt{3}$ dm

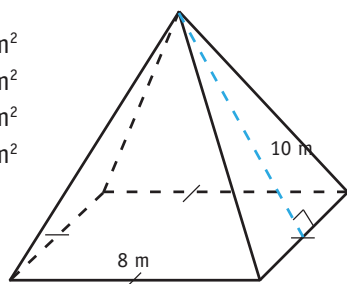
21. Panjang diagonal suatu persegi panjang adalah 15 cm. Adapun lebarnya adalah 9 cm. Panjang persegi panjang tersebut adalah ....
    a. 8 cm
    b. 10 cm
    c. 12 cm
    d. 14 cm

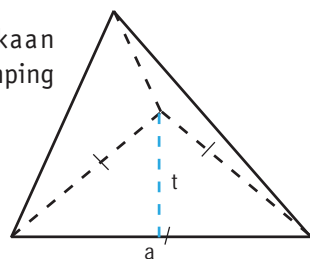
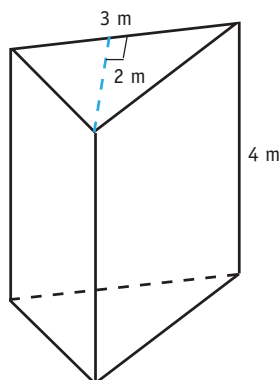
22. Pada segitiga siku-siku, *umlah* panjang sisi siku-sikunya adalah 42 cm. Adapun panjang sisi miringnya adalah 30 cm. Panjang sisi siku-siku tersebut berturut-turut adalah ....
   a. 16 cm dan 26 cm
   b. 17 cm dan 25 cm
   c. 18 cm dan 24 cm
   d. 19 cm dan 23 cm

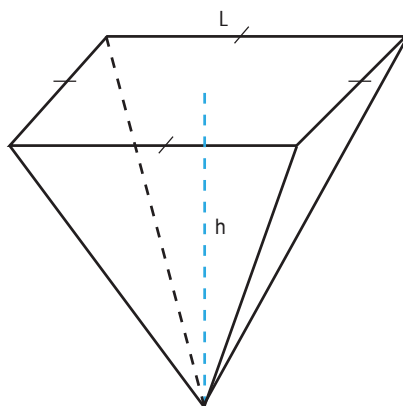
23. Keliling sebuah lingkaran yang berjari-jari 10 cm adalah ....
   a. 10π cm
   b. 15π cm
   c. 20π cm
   d. 25π cm

24. Luas suatu lingkaran yang berjari-jari 5 cm adalah ....
   a. 25π cm²
   b. 20π cm²
   c. 15π cm²
   d. 10π cm²

25. Jari-jari lingkaran dengan luas L adalah ....
   a. $\sqrt{\frac{\pi}{L}}$
   b. $\sqrt{\frac{L}{\pi}}$
   c. $\sqrt{L}$
   d. $\sqrt{\pi}$

26. Luas permukaan bangun berikut adalah ....
   a. 150 m²
   b. 180 m²
   c. 200 m²
   d. 224 m²

27. Luas permukaan kubus yang panjang rusuknya 5 cm adalah ....
   a. 30 cm²
   b. 120 cm²
   c. 150 cm²
   d. 200 cm²

28. Luas permukaan bangun di samping adalah ....
   a. $a^2 + t^2$
   b. $4a^2 \times t^2$
   c. $2at$
   d. $\frac{1}{2} \times a \times t$

29. Volume bangun berikut ini adalah ....

   a. 6 m³
   b. 12 m³
   c. 18 m³
   d. 24 m³

30. Volume bangun berikut adalah ....

   a. $L \times h$
   b. $L^2 \times h$
   c. $\frac{1}{2} \times L^2 \times h$
   d. $\frac{1}{3} \times L^2 \times h$

B. Kerjakanlah soal-soal berikut dengan benar.

1. Sederhanakan bentuk-bentuk aljabar berikut.

   a. $\dfrac{x^2 + 9x + 14}{x + 7}$

   b. $\dfrac{b^2 - 4b - 5}{b - 5}$

   c. $\dfrac{2a^2 - 9a + 10}{a - 2}$

   d. $\dfrac{8x^2 + 28x + 20}{2x + 5}$

   e. $\dfrac{10x^2 + 9x - 7}{2x - 1}$

2. Tentukan hasil dari operasi aljabar berikut.

   a. $\dfrac{a}{x + y} - \dfrac{b}{x + y}$

   b. $\dfrac{3a + 2b}{x - y} + \dfrac{5a - b}{x - y}$

   c. $\dfrac{t - 4}{t^2 + 2t} \quad \dfrac{t^2 - 16}{t^2 - t}$

   d. $\dfrac{6a^2}{5} \times \dfrac{10}{a^3}$

   e. $10x^2 \quad \dfrac{5x^4}{2}$

3. Misalnya, fungsi g didefinisikan sebagai $g(x) = x^2 - 3x + 2$. Tentukanlah:

   a. $g(-3)$

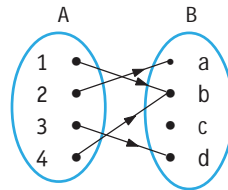
   b. $g(y)$

   c. $g(a - b)$

   d. $g(7)$

   e. $g(3x - 1)$

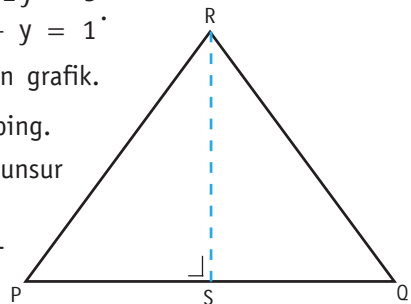
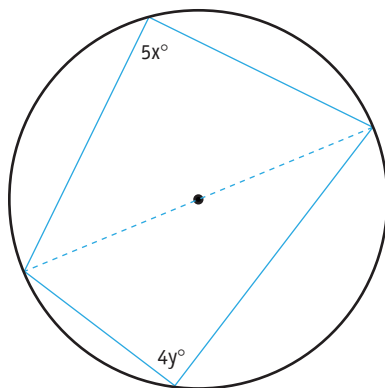
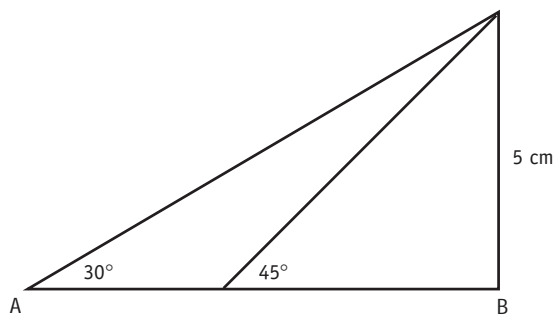
4. Tentukan daerah hasil dari fungsi $f(x) = x^2 + 5x - 3$ jika daerah asalnya adalah $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

5. Tentukanlah daerah asal, daerah kawan dan daerah hasil dari fungsi seperti yang tampak pada diagram di samping.

6. Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$.

   Kemudian, tunjukkanlah penyelesaian tersebut dengan grafik.

7. Diketahui ΔPQR seperti tampak pada gambar di samping.

   a. Tulislah Teorema Pythagoras yang memuat unsur-unsur PR, RS, dan PS.

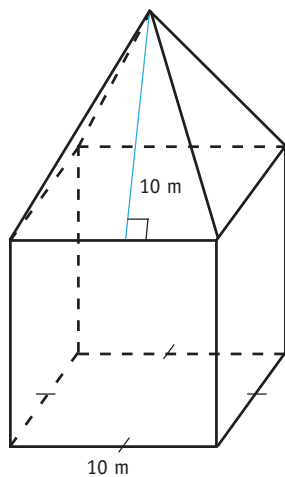
   b. Tulislah Teorema Pythagoras yang memuat unsur-unsur SQ, RS, dan QR.

8. Perhatikan gambar berikut. Kemudian tentukan nilai dari x dan y.

9. Perhatikan gambar berikut.

Tentukanlah:

a. panjang sisi AB;

b. panjang sisi A ;

c. panjang sisi .

10. Tentukanlah luas permukaan bangun berikut.

atar Pustaka

Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP). *Standar si, yang ditetapkan dengan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Permendiknas Nomor ahun 00* .

Brumfiel, C.F *et al.* 1964. *eometry*. London: Addison-Wesley Publishing Company.

______________. 1965. *undamental oncepts of lementary Mathematics*. London: Addison-Wesley Publishing Company.

Grove, G.M. 1960. *Algebra and ts se nlarged dition*. New York: American Book Company.

Hong, Tay Choon, *et al*. 2004. *New Mathematics ounts* . Singapore: Federal Publications.

Hoong, Chan Siew, *et al*. 2004. *Secondary xploring Mathematics Activity Book orm* . SelangorDarul Ehsan: Pearson Malasya Sdn. Bhd.

Kiat, Teh Eng & Teh Eng Phenng. 2003. *okus ngu PRS Matematik*. Selangor Darul Ehsan: Penerbit Pelangi Sdn. Bhn.

Lipschutz, S. 1964. *Set heory and Related opics*. New York: McGraw-Hill Book Company.

Millington, T.A and Millington, W. 1966. *ictionary of Mathematics*. New York: Barnas & Noble Books.

Stiff, L.V. and Curcio, F.R. 1999. *eveloping Mathematical Reasoning in rades K* . Virginia: NCTM.

Sukino, Drs., SS., 2004. *Persiapan Menghadapi Olimpiade Matematika ingkat SMP Seri A*. Jakarta: PT. Sumber Daya MIPA.

Sukino, Drs., SS., 2004. *Persiapan Menghadapi Olimpiade Matematika ingkat SMP Seri B*. Jakarta: PT. Sumber Daya MIPA.

Vance, E.P. 1962. *Modern Algebra and rigonometry*. London: Addison-Wesley Publishing Company.

Wilcox, S. M. 1968. *eometry A Modern Approach*. California: Addison-Wesley Publishing Company.

aftar Simbol

No.	Simbol	Keterangan	Halaman
1.	$\sqrt{a}$	akar kuadrat dari *a*	16, 68, 92, 115-116, 121, 125-128, 130, 133, 135, 214, 229, 253
2.	$\in$	anggota dari himpunan	39, 46-49, 54-55, 57-58, 94, 109
3.	$n(A)$	banyak anggota himpunan *A*	41, 43-45
4.	$<$	kurang dari	51-52, 54, 124
5.	$\leq$	kurang dari atau sama dengan	48-49, 52, 54, 57-58
6.	$>$	lebih dari	54, 124
7.	$\geq$	lebih dari atau sama dengan	115
8.	m_{AB}	gradien garis *AB*	71, 73-74, 76, 86
9.	$\neq$	tidak sama dengan	18, 51, 53, 91, 93, 99
10.	$^\circ$	derajat	126-127, 129, 137, 142, 145, 156-158, 161
11.	π	bilangan Pi	149, 153
12.	$\angle$	sudut	154, 156-165

Kun i awaban

PILIHAN GAN A

Bab I

1.	D	11.	B
2.	B	12.	A
3.	B	13.	D
4.	D	14.	C
5.	C	15.	C
6.	B	16.	B
7.	A	17.	D
8.	C	18.	B
9.	C	19.	B
10.	C	20.	D

Bab II

1.	B	11.	C
2.	D	12.	B
3.	C	13.	D
4.	D	14.	B
5.	A	15.	C
6.	B	16.	C
7.	D	17.	D
8.	D	18.	A
9.	B	19.	B
10.	C	20.	B

Bab III

1.	A	11.	B
2.	B	12.	A
3.	B	13.	D
4.	C	14.	A
5.	C	15.	C
6.	B	16.	D
7.	D	17.	C
8.	C	18.	A
9.	B	19.	D
10.	C	20.	D

Bab I

1.	C	11.	B
2.	D	12.	A
3.	A	13.	C
4.	B	14.	A
5.	B	15.	C
6.	A	16.	B
7.	D	17.	C
8.	C	18.	D
9.	A	19.	B
10.	D	20.	C

Bab

1.	C	11.	D
2.	D	12.	D
3.	A	13.	C
4.	A	14.	C
5.	B	15.	C
6.	A	16.	B
7.	D	17.	B
8.	A	18.	A
9.	D	19.	C
10.	D	20.	D

E aluasi 1

1.	A	11.	B	21.	A
2.	A	12.	A	22.	C
3.	B	13.	C	23.	C
4.	B	14.	A	24.	D
5.	C	15.	D	25.	C
6.	A	16.	C	26.	D
7.	D	17.	C	27.	C
8.	D	18.	C	28.	B
9.	D	19.	D	29.	B
10.	C	20.	A	30.	B

Bab I

1.	C	11.	D
2.	B	12.	A
3.	B	13.	A
4.	B	14.	A
5.	C	15.	D
6.	C	16.	D
7.	B	17.	C
8.	C	18.	B
9.	D	19.	D
10.	D	20.	C

Bab II

1.	A	11.	D
2.	B	12.	D
3.	B	13.	A
4.	C	14.	C
5.	D	15.	C
6.	D	16.	C
7.	D	17.	A
8.	D	18.	D
9.	A	19.	D
10.	D	20.	A

E aluasi 2

1.	A	11.	A	21.	C
2.	A	12.	B	22.	B
3.	C	13.	C	23.	C
4.	C	14.	C	24.	C
5.	B	15.	D	25.	C
6.	C	16.	C	26.	B
7.	C	17.	B	27.	C
8.	C	18.	C	28.	C
9.	A	19.	C	29.	C
10.	D	20.	C	30.	C

E aluasi Akhir

1.	A	11.	B	21.	C
2.	A	12.	C	22.	C
3.	A	13.	C	23.	C
4.	A	14.	C	24.	A
5.	C	15.	D	25.	B
6.	D	16.	A	26.	D
7.	D	17.	D	27.	C
8.	D	18.	B	28.	C
9.	D	19.	A	29.	B
10.	D	20.	A	30.	D

ESAI

Bab I

2. Misalnya,

i = umur ibu dan a = umur ayah

$2(i + 1) = 70$

$i + 1 = 35$

$i = 35 - 1 = 34$

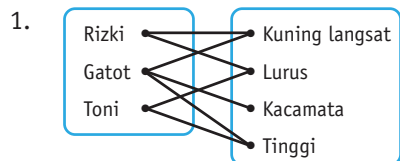
$i = a - 2$

$a = i + 2 = 34 + 2 = 36$

Dengan demikian, umur ayah saat ini adalah 36 tahun. Adapun umur ibu adalah 34 tahun.

3. Galih berenang dengan kecepatan 4 km/jam menempuh jarak 3 km. Dengan demikian, Galih berenang selama $\frac{3}{4}$ jam.
Kemudian, Galih berlari sejauh 20 km dengan kecepatan 4 km/jam. Dengan demikian, Galih berlari selama $\frac{20}{4} = 5$
Jadi, Galih menyelesaikan lomba tersebut selama 5 jam + $\frac{3}{4}$ jam = $5\frac{3}{4}$ jam.

Bab II

1.

5. a. $y = \frac{9}{5}x + 32$
   b. 185°F
   c. 5°C
   d. 5 : 9

Bab III

3. Koordinat titik potong antara garis $y \quad mx + p$ dan sumbu X terjadi jika $y \quad 0$
$$y \quad mx + p$$
$$\Leftrightarrow \quad 0 \quad mx + p$$
$$\Leftrightarrow \quad p \quad mx$$
$$\Leftrightarrow \quad x \quad \frac{p}{m}$$
Jadi, koordinat titik potongnya $(\frac{p}{m}, 0)$

5. $$m_A = \frac{8-(-4)}{5-2} = \frac{12}{3} = 4$$
$$m_B = \frac{10-6}{4-20} = \frac{4}{-16} = -\frac{1}{4}$$
$$m_A = -\frac{1}{m_B}$$
Jadi, terbukti $A \perp B$

Bab I

3. $$a + b = 40$$
$$a \quad b = 16$$
$$\overline{\quad b = 24} \; -$$
$$b = 12$$
$$a + b = 40$$
$$a = 40 - b$$
$$a = 40 - 12$$
$$a \quad 28$$
Jadi, $a = 28$ dan $b = 12$

5. Misalnya, x adalah banyak lembar uang Rp10.000,00 dan y adalah banyak lembar yang Rp5.000,000.
$$10.000x + 5.000y = 65.000 \quad | \times 1$$
$$x + y = 8 \quad | \times 5.000$$
$$\Leftrightarrow \quad 10.000x + 5.000y = 65.000$$
$$\Leftrightarrow \quad 5.000x + 5.000y = 40.000 \; -$$
$$5.000x = 25.000$$
$$x = \frac{25.000}{5.000}$$
$$x = 5$$
$$x + y = 8$$
$$y = 8 - x$$
$$= 8 - 5$$
$$= 3$$
Jadi, Rudi memiliki 5 lembar uang sepuluh ribu rupiah dan 3 lembar uang lima ribu rupiah.

Bab

2. a. Tinggi Δ tersebut adalah
   $$t = \sqrt{7^2 - 6^2} = \sqrt{13} \text{ cm}$$
   b. $L = \frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{13} = 6\sqrt{13} \text{ cm}^2$
   c. $K = 12 + 7 + 7 = 26$ cm

4. $$\frac{t}{50\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$t = 50$ m
tinggi gedung = 1,6 m + 50 m
= 51,6 m

E aluasi 1

5. $$5x + 3y = 41 \; | \times 5 \Leftrightarrow 25x + 15y = 205$$
$$3x + 5y = 47 \; | \times 3 \Leftrightarrow 9x + 15y = 141 \; -$$
$$16x = 64$$
$$x = 4$$
$$y = 7$$

$HP = \{(4, 7)\}$

8. $3A + K = 100.000 \mid \times 3$
   $A + 3K = 60.000 \mid \times 1$

$\Leftrightarrow 9A + 3K = 300.000$
$\Leftrightarrow A + 3K = 60.000$ −

$8A = 240.000$
$A = 30.000$
$K = 10.000$

Jadi, harga 4 ayam dan 2 kelinci adalah $4(30.000) + 2(10.000) = \text{Rp}140.000$

Bab I

2. Misalnya, AB adalah panjang garis singgung persekutuan dalam.

$$AB = \sqrt{13^2 - (5+7)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Jadi, panjang garis singgung persekutuan dalamnya adalah 5 cm.

5. Misalnya, jarak kedua pusat lingkaran adalah a.

$$24 = \sqrt{a^2 - (22-4)^2}$$
$$24^2 = a^2 - 18^2$$
$$576 = a^2 - 324$$
$$a^2 = 900$$
$$a = 30$$

Jadi, jarak kedua pusat lingkaran tersebut 30 cm.

Bab II

2. a. $= \frac{1}{3} \times$ luas alas $\times$ tinggi

$252 = \frac{1}{3} \times 36 \times$ tinggi

$252 = 12 \times$ tinggi

tinggi $= \frac{252}{12}$

$= 21$

Jadi, tinggi limas adalah 21 cm.

5. $_{limas} = \frac{1}{3} \times$ luas alas $\times$ tinggi

$= \frac{1}{3} \times r^2 \times r$

$= \frac{1}{3} \times r^3$

$_{kubus} = r^2 \times r = r^3$

$$\frac{limas}{kubus} = \frac{\left(\frac{r^3}{3}\right)}{r^3} = \frac{1}{3}$$

Jadi, perbandingan antara volume limas dan volume kubus adalah 1 : 3.

E aluasi 2

1. $PQ = \sqrt{RS^2 - (6+3)^2}$

$PQ^2 \quad RS^2 - 9^2$
$15^2 \quad RS^2 - 9^2$
$225 \quad RS^2$
$RS^2 = 306$
$RS = \sqrt{306}$

Jadi, panjang RS adalah $\sqrt{306}$.

2. Oleh karena jari-jari lingkaran kecil 4 cm, maka jari-jari lingkaran besar adalah 8 cm.

Luas lingkaran besar $= \pi r^2 = \pi(8)^2 = 64\pi$

Luas lingkaran kecil $= \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$

Luas lingkaran yang diarsir $64\pi \quad 2(16\pi)$

$= 64\pi - 32\pi$

$= 32\pi \text{ cm}^2$

E aluasi Akhir

1. a. $\frac{x^2 + 9x + 14}{x + 7} \quad \frac{(x+7)(x+2)}{x + 7} \quad x + 2$

c. $\frac{2a^2 - 9a + 10}{a - 2} = \frac{(a-2)(2a-5)}{a - 2} = 2a - 5$

e. $\frac{10x^2 + 9x - 7}{2x - 1} = \frac{(2x-1)(5x+7)}{2x - 1} = 5x + 7$

3. a. $y(-3) = (-3)^2 - 3(-3) + 2$
$= 9 + 9 + 2$
$= 20$

c. $g(a - b) = (a - b)^2 - 3(a - b) + 2$
$= (a - b)^2 - 3a - 3b + 2$
$= a^2 - 2ab - 3a + 3b + b^2 + 2$

Glosarium

1. **Akar kuadrat:** suatu bilangan yang jika dikalikan dengan bilangan itu sendiri akan menghasilkan bilangan dalam tanda akar.
2. **Balok:** suatu prisma yang keenam sisinya berbentuk persegi panjang.
3. **Bangun ruang:** suatu bangun tiga dimensi yang memiliki panjang, lebar, dan tinggi.
4. **Bentuk aljabar:** bentuk penulisan yang merupakan kombinasi antara koefisien dan variabel.
5. **Bidang Cartesius:** bidang yang dibentuk oleh sebuah sumbu horizontal dan sebuah sumbu vertikal.
6. **aerah asal:** himpunan semua nilai x dalam sebuah relasi.
7. **aerah hasil:** himpunan semua nilai y dalam sebuah relasi.
8. **erajat:** suatu unit pengukuran sudut.
9. **iameter:** segmen garis yang melalui pusat sebuah lingkaran.
10. **Fungsi:** relasi khusus yang memasangkan setiap anggota suatu himpunan dengan tepat satu anggota himpunan yang lain.
11. **Faktor:** sebuah bilangan yang dapat membagi habis bilangan yang lebih besar.
12. **Faktor persekutuan:** faktor-faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih.
13. **Fungsi kuadrat:** fungsi f pada himpunan bilangan real R yang ditentukan oleh $f(x) = ax^2 + bx + c$, dengan a b bilangan bulat dan $a \neq 0$.
14. **Fungsi linear:** fungsi f pada himpunan bilangan real R yang ditentukan oleh $f(x) = ax + b$, dengan a b bilangan real dan $a \neq 0$.
15. **Garis singgung lingkaran:** sebuah segmen garis yang tepat menyinggung lingkaran dan hanya memiliki satu titik potong dengan lingkaran tersebut.
16. **Gradien:** perbandingan antara jarak tegak terhadap jarak mendatar.
17. **Grafik:** merupakan gambar atau diagram yang digunakan untuk menyajikan informasi.
18. **Himpunan penyelesaian:** himpunan yang berisi nilai-nilai variabel yang memenuhi semua persamaan atau pertidaksamaan yang diberikan.
19. **Hipotenusa:** sisi suatu segitiga siku-siku di hadapan sisi siku-sikunya.
20. **ari-jari:** segmen garis yang menghubungkan antara pusat lingkaran dan sebuah titik pada lingkaran.
21. **Keliling:** jarak yang ditempuh untuk mengelilingi suatu bidang.
22. **Koefisien:** bilangan di depan variabel.
23. **Konstanta:** bilangan tetap.
24. **Korespondensi satu-satu:** relasi khusus yang memasangkan setiap anggota suatu himpunan dengan tepat satu anggota himpunan yang lain dan juga sebaliknya.
25. **Kubus:** bangun tiga dimensi yang seluruh rusuknya sama panjang.
26. **Limas:** bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah daerah segi banyak dan daerah segitiga.
27. **Limas segi-*n* beraturan:** limas dengan alas berupa daerah segi-*n* beraturan dan proyeksi titik puncak pada bidang alas berimpit dengan titik pusat bidang alasnya.

28. **Lingkaran:** tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu.
29. **Luas:** ukuran permukaan di dalam suatu batas tertutup.
30. **Luas permukaan bangun ruang:** jumlas luas seluruh sisi bangun ruang tersebut.
31. **Penyelesaian:** suatu nilai yang akan menyebabkan kalimat terbuka menjadi benar.
32. **Persamaan linear:** suatu persamaan yang derajat tertingginya adalah satu.
33. **Persamaan nonlinear:** suatu persamaan yang grafiknya tidak akan berbentuk garis lurus.
34. **Persamaan linear satu ariabel:** persamaan yang hanya memiliki satu variabel dan variabel tersebut berpangkat satu.
35. **Prisma:** bangun yang dibatasi oleh dua bidang sejajar yang saling kongruen dan beberapa bidang lain yang memotong kedua bidang tersebut menurut garis-garis yang sejajar.
36. **Relasi:** aturan memasangkan anggota-anggota suatu himpunan ke himpunan yang lain.
37. **Segitiga siku-siku:** segitiga yang salah satu besar sudutnya 90°.
38. **Segmen garis:** himpunan titik yang terdapat pada garis yang menghubungkan dua titik.
39. **Sisi:** segmen garis tempat bertemunya dua permukaan segi banyak.
40. **Sistem persamaan linear:** sistem persamaan yang setiap persamaannya adalah linear.
41. **Sudut lan ip:** sudut yang terletak di antara 0° dan 90°.
42. **Sudut tumpul:** sudut yang terletak di antara 90° dan 180°.
43. **Suku sejenis:** suku-suku dengan variabel dan pangkat yang sama.
44. **Teorema Pythagoras:** hubungan matematika yang menyatakan bahwa kuadrat panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat sisi-sisi yang lain pada segitiga tersebut.
45. **ariabel:** huruf yang digunakan untuk mewakili sebuah bilangan.

Indeks

T

Marsigit
Elly Erliani
Atmini Dhoruri
Sugiman

MATEMATIKA 2

untuk SMP/MTs Kelas VIII

ISBN 978-979-095-661-2 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-979-095-664-3 (jil.2.2)

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui **Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008, tanggal 11 Desember 2008**.

Harga Eceran Tertinggi (HET) Rp .16.029,00